불투수 사면에서의 도달시간

유 동훈*, 신 우용**

1. 서론

홍수유출은 흐름특성에 따라 불투수층과 투수층을 포함한 지표면으로부터 하도흐름으로 분류할 수 있으며 유역형상에 따라 평면형유역, 수림형유역 또는 복합형유역 등의 흐름으로 분류할 수 있다. 홍수유출에 큰 영향을 미치는 인자인 도달시간에도 흐름특성과 유역형상에 따른 영향이 미치게 된다.

본 논문에서는 불투수 지표면유출의 도달시간을 Singh(1976)이 제시한 평면형상에서의 도달시간 산정식에 기초하여 다루었으며 이론적 유도는 흐름을 개수로 흐름(층류, 완난류, 전난류)으로 파악하여 수행하였고 개수로의 각 흐름상태에 대한 이론식을 제시하였다. 또한 강우강도의 크기가 강우의 유출특성에 매우 중요한 요인으로 작용하는 것으로 확인되었으며 이를 주요 인자로 고려하여 재현기간별 강우강도를 포함한 근사식 즉 복합형 도달시간 산정식을 개발하였다.

2. 도달시간의 이론적 해석

불투수 지표면 유출은 불투수면의 수로조건 및 흐름상태에 따라 흐름의 저항력이 개수로 흐름과 유사하기 때문에 도달시간의 이론적 해석은 층류, 완난류, 전난류 등으로 분류되는 개수로 흐름상태에 따라 시행한다. 이를 위하여 유역의 형상은 직사각형의 2차원 평면으로 가정하였으며 강우는 전 유역에 걸쳐 일정하게 내린다고 보았다.

단위폭당 유량을 고려하면 연속방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다(Singh, 1976).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u\frac{\partial h}{\partial x} + h\frac{\partial u}{\partial x} = I(x,t) \tag{1}$$

$$q = uh = \gamma(x)h^m \tag{2}$$

$$u = \gamma(x)\cdot h^{m-1} \tag{3}$$

여기서 h는 수심, u는 평균유속, q는 단위폭당 유출량, I(x,t)는 유효 강우강도이다. $h(x,t) = 0$, $h(0,t) = 0$의 경계조건에서 식 (2)를 식 (1)에 대입하고 특성곡선법(method of characteristics)을 적용하면

---

* 아주대학교 환경·도시공학부 부교수
** 아주대학교 토목공학과 석사과정

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{m\eta(x)h^{m-1}} \tag{4}$$

한편 단위폭당 유출량 q는 다음과 같은 적분식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$q = \eta(x)h^m = \int_0^{\infty} I\{\xi, t(\xi)\}d\xi \tag{5}$$

$$h(x) = \left[\frac{1}{\eta(x)}\int_0^{\infty} I\{\xi, t(\xi)\}d\xi\right]^{\frac{1}{m}} \tag{6}$$

마찰관계항(η)와, 강우강도(I)를 일정하다고 가정하고 식 (6)을 식 (4)에 대입하여 0 ~ L_0 구간에서 적분하면 다음과 같은 일반형 도달시간 산정식이 유도된다.

$$t_c = I^{\frac{1-m}{m}}\left(\frac{L}{\eta}\right)^{\frac{1}{m}} \tag{7}$$

2.1 개수로 마찰계수 지수함수식

개수로흐름에서 Chezy의 평균유속 공식은 다음과 같다.

$$u = \sqrt{\frac{gHS}{C_f}} \tag{8}$$

여기서 H는 동수반경, S는 수로경사, C_f는 마찰계수이다.

광폭수로에서의 흐름과 같이 동수반경 H를 수심 h와 같다고 가정하고, 층류 및 완난류 흐름의 경우 레이놀즈수 R_H의 함수로 표기하여

$$C_f = \alpha R_H^{\beta}, \quad R_H = \frac{uh}{\nu} \tag{9}$$

를 도입한다. 여기서 α는 조도에 따라 변이하는 조도상수이다. 완난류 흐름의 경우에는 조고비 H_r의 함수로 다음과 같은 지수함수 형태의 마찰계수 산정식을 도입할 수 있다.

$$C_f = \alpha H_r^{\beta}, \quad H_r = \frac{h}{k_s} \tag{10}$$

2.2 흐름조건별 일반형 도달시간 산정식

Chezy의 평균유속 공식 (8)과 식 (3)을 일치하고 흐름조건별 개수로 마찰계수 산정식을 대입하여 일반형 도달시간 산정식 (7)과 정리하면 표 1과 같은 흐름조건별 일반형 도달시간 산정식을 구할 수 있다.

표 1 흐름조건별 일반형 도달시간 산정식

흐름상태	계수로 마찰계수	흐름조건별 일반형 도달시간 산정식	비 고
층 류	$C_f = \frac{\alpha}{R_H}$ ($\beta = -1$)	$t_c = \left(\frac{\alpha\nu}{g}\right)^{0.33} \cdot I^{-0.67} \cdot L^{0.33} \cdot S^{-0.33}$	$\eta = \frac{gS}{\alpha\nu}$, $m = 3$
완난류	$C_f = \alpha R_H^{\beta} = \alpha\left(\frac{uh}{\nu}\right)^{\beta}$	$t_c = \left(\frac{g\nu^{\beta}}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot I^{\frac{\beta-1}{3}} \cdot L^{\frac{2+\beta}{3}} \cdot S^{-\frac{1}{3}}$	$\eta = \left(\frac{g\nu^{\beta}S}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2+\beta}}$, $m = \frac{3}{2+\beta}$
전난류	$C_f = \alpha H_r^{\beta} = \alpha\left(\frac{h}{k_w}\right)^{\beta}$	$t_c = \left(\frac{gk_w^{\beta}}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{3-\beta}} \cdot I^{\frac{\beta-1}{3-\beta}} \cdot L^{\frac{2}{3-\beta}} \cdot S^{-\frac{1}{3-\beta}}$	$\eta = \left(\frac{gS\,k_w^{\beta}}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}$, $m = \frac{3-\beta}{2}$

3. 복합형 도달시간 산정식

1950년 Los Angeles District of the Corps of Engineers & U.S. Army 는 미리 적신 콘크리트 표면에 강우강도와 유역길이, 유역경사를 각각 변화시켜 도달시간을 실측하는 실험을 수행하였다(Butler, 1977). 콘크리트로 포장된 유역에서의 도달시간을 분석하기 위한 것으로 각 실험 조건들과 이들을 레이놀즈수에 따라 표 1에 제시된 흐름조건별 일반형 도달시간 산정식에 적용하여 산정한 조도상수(α) 및 Manning 계수(n)를 표 2에 제시하였다. 한편 표 1에 제시한 각 흐름 조건별 재현기간은 복합형 도달시간 산정식의 검증을 위하여 산정한 것으로 자세한 산정과정은 다음 절에 제시하였다.

표 2 도달시간 관측치와 조도상수(α)의 산정치

조건 구분	경우	강우강도 I (mm/hr)	유역경사 S (m/m)	유역길이 L (m)	도달시간 관측치 (min)	레이놀즈수(R_H)	조도상수 α	Manning계수 n	재현기간 T (year)
층류	1	9.91	0.005	76.83	19.50	180	7.73		0.10
흐름	2	6.6	0.005	152.45	24.40	210	3.39		0.09
난류	3	200.91	0.005	152.45	5.65	7400	0.04	0.011	3.15
흐름	4	190.25	0.01	152.45	4.70	6950	0.04	0.011	1.97

표 2에 제시된 바와 같이 유역조건이 동일하더라도 강우강도가 다르면 관측된 도달시간이 상당히 다름을 알 수 있다. 이같은 도달시간의 차이는 강우강도의 증가가 지표면 유출의 수심을 증가시키고 동시에 유속을 증가시키기 때문이다.

홍수유출량을 산정하고자 할 때 대부분의 경우 강우강도가 주어지는 것이 아니라 재현기간이 조건치로 주어지며 강우강도는 재현기간과 지속시간의 함수로 산정된다. 한편 재현된 유역에서 최대홍수유출은 지속시간이 도달시간과 동일할 때 발생하며 지속시간이 도달시간 보다 길어져도 더 이상 홍수유출의 증가는 발생치 않는다. 따라서 길이가 재현된 유수유역에서 홍수유출량을 산정코자 할 때 강우강도식의 지속시간을 도달시간으로 대치하고 강우강도를 산정하게 된다. 그러나 본고에서 상술 검토한 바와 같이 도달시간 자체가 강우강도의 함수일 때는 여러번의 반복과정을 거치야만 두 관련식의 해인 도달시간과 강우강도를 구할 수 있다.

이러한 문제점을 개선하고자 강우강도 자료가 없는 지역에서 도달시간을 산정할 수 있는 복합형 도달시간 산정식을 개발하였다. 복합형 도달시간 산정식은 $I = f(t_R)$에서 강우지속시간 t_R이 도달시간 t_c와 같다고 가정하고 여기에 직접 해를 구할 수 있는 양해법을 적용하여 도달시간을 산정하기 때문에 재현기간과 강우강도의 크기를 도달시간 산정에 직접 고려할 수 있다. 표 1의 흐름조건별 일반형 도달시간 산정식에 강우강도식을 도입하여 층류, 완난류, 전난류 조건에서의 복합형 도달시간 산정식을 제시한다.

3.1 흐름조건별 복합형 도달시간 산정식

강우지속시간 t_R이 도달시간 t_c와 같다고 가정하고 일반형 강우강도식을 다음과 같이 표기한다.

$$I = \frac{M}{t_c^{j} + N} \tag{11}$$

여기서 상수 M과 N은 재현기간 T의 함수로 알려져 있으며 지수 j는 지역 즉 공간의 함수이나 그 변이는 크지 않은 것으로 알려져 있다. 수식전개의 명료성을 확보하기 위하여 단위강우강도 I_0 (I_0 = 1mm/hr)와 단위시간 t_0(t_0 = 1hr)를 도입하면 식 (11)은 다음과 같다.

$$I = \frac{M}{\left(\frac{t_c}{t_0}\right)^{j} + N} \cdot I_0 \tag{12}$$

강우강도식 (12)를 표 1에 제시된 흐름조건별 일반형 도달시간 산정식에 도입하여 정리하면 도달시간 산정식이 유도된다. 하지만 다소 복잡한 형태이고 재다가 반복과정을 거쳐야만 정밀해를 구할 수 있는 단점이 있다. 그러나 재현기간에 따라 변이하는 상수 N이 미소한 수치인 점을 이용하면 표 3과 같은 흐름조건별 복합형 도달시간 산정식을 구할 수 있다.

표 3 흐름조건별 복합형 도달시간 산정식

흐름상태	복합형 도달시간의 1차 산정식 (N = 미소수치)	복합형 도달시간의 2차 산정식
층류	$t_c = \left(\frac{1}{M}\left(\frac{t_L}{t_0}\right)^{j}\right)^{\frac{2}{3-2j}} \cdot t_L$	$t_c = \left[\left(\frac{1}{M}\left(\frac{t_L}{t_0}\right)^{j}\right)^{\frac{2}{3-2j}} + \frac{N}{M}\right]^{\frac{2}{3}} \cdot t_L$
완난류	$t_c = \left(\frac{1}{M}\left(\frac{t_S}{t_0}\right)^{j}\right)^{\frac{1-\beta}{3-j+j\beta}} \cdot t_S$	$t_c = \left[\left(\frac{1}{M}\left(\frac{t_S}{t_0}\right)^{j}\right)^{\frac{3}{3-j+j\beta}} + \frac{N}{M}\right]^{\frac{1-\beta}{3}} \cdot t_S$
전난류	$t_c = \left(\frac{1}{M}\left(\frac{t_R}{t_0}\right)^{j}\right)^{\frac{1-\beta}{3-j-\beta(1-j)}} \cdot t_R^{\frac{5-\beta}{2(3-j-\beta(1-j))}}$	$t_c = \left[\left(\frac{1}{M}\left(\frac{t_R}{t_0}\right)^{j}\right)^{\frac{3-\beta}{3-j-\beta(1-j)}} + \frac{N}{M}\right]^{\frac{1-\beta}{3-\beta}} \cdot t_R^{\frac{5-\beta}{2(3-j-\beta(1-j))}}$

표 3에 제시된 흐름조건별 복합형 도달시간 산정식의 t_L, t_S, t_R은 고유도달시간(intrinsic time of concentration in laminar flow condition)이라 정하며 I_a, 유역의 고유특성 유역길이, 유역경사, 조도상수 등을 종합해 놓은 것으로 유역별 지형학적 특성을 나타내는 인자이다.

표 4 흐름조건별 고유도달시간

흐름상태	흐름조건별 고유도달시간
층 류	$t_L = \left(\frac{\alpha\nu}{L I_a}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot t_a$
완난류	$t_S = [\alpha\left(\frac{L I_a}{\nu}\right)^{\beta}]^{\frac{1}{3}} \cdot t_a$ $\qquad t_a = \left(\frac{L^2}{g I_a S}\right)^{\frac{1}{3}}$
전난류	$t_R = [\alpha\left(\frac{I_a}{k_w}\right)^{\beta}]^{\frac{1}{3-\beta}} \cdot t_a^{\frac{3}{3-\beta}}$

3.2 복합형 도달시간 산정식 검증

복합형 도달시간 산정식에 적용된 강우강도 산정식 (12)는 재현기간 T의 함수로 이루어진 상수 M과 N을 포함하고 있다. 따라서 복합형 도달시간 산정식의 검증을 위해서는 임의지역의 특정 강우에 대한 재현기간 결정이 선행되어야 한다. 본 논문에서는 유동훈과 이병호(1995)가 추정한 전국 33개 지점의 강우강도식 중 임의의 지점의 강우강도식을 선택하여 표 2에 제시된 강우강도와 도달시간 관측치를 적용하여 재현기간을 결정하였다. 임의 지점의 강우강도식은 다음과 같으며 표 2의 실험조건과 특별한 상관관계가 있어서 선택된 것은 아니다. 다만 복합형 도달시간 산정식의 재현기간 항에 특정지역의 재현기간을 도입하여 정확도와 적용성을 검증하기 위해서 선택하였다. 상수 M과 N은 각각 $M = 34.30 + 12.73 \ln T$이고 $N = -0.0409 - 0.0197 \ln T$이다.

$$I = \frac{34.30 + 12.73 \ln T}{\sqrt{t_R} - 0.0409 - 0.0197 \ln T} \tag{13}$$

표 2에 제시된 조건들을 강우강도식 (13)에 적용하게 되면 재현기간, 강우강도, 지속시간 중 지속시간과 재현기간이 미지항으로 남게된다. 하지만 최대홍수유출은 지속시간이 도달시간과 동일할 때 발생하기 때문에 강우강도식의 지속시간을 도달시간으로 대치하면 재현기간을 산정할 수 있다. 재현기간이 매우 작은 수치로 산정된 것은 관측된 도달시간이 매우 짧기 때문이다.

복합형 도달시간 산정식에 적용하여 산정한 도달시간을 표 5에 제시하였으며 같은 조건으로 정밀식에 적용하여 반복법으로 산정한 도달시간과 비교하였다. 층류조건 산정식의 경우 오차율은 1% 미만이고 완난류조건 산정식의 경우 최대 13%를 나타내고 있으며 전난류조건 산정식의 경우 최대 12%를 나타내고 있다. 또한 표 2에 제시된 관측해와 산정해를 비교하면 대략적인 오차율이 최대 11%를 나타내고 있다. 정밀해 또는 관측해와 비교해 층류조건 1차 산정해의 오차율은 1% 정도이기 때문에 1차 산정해를 그대로 이용해도 된다. 반면 완난류와 전난류조건 1차 산정해의 최대 오차율은 13%에 이르므로 완난류와 전난류 조건의 경우에는 2차 이상의 산정해를 이용하는 것이 바람직한 것으로 판단된다.

표 5 복합형 도달시간 근사해의 정확성 비교

단위 : 분(min)

흐름 구분	재현 기간	M	N	유역 경사	유역 길이	도달시간(t_c) 관측해	도달시간(t_c) 정밀해	근사해		오차율(%) 관측해비교	오차율(%) 정밀해비교
중류	0.10	5.68	0.003	0.005	76.83	19.50	19.49	1차식	19.38	-0.63	-0.59
								2차식	19.45	-0.21	-0.20
	0.09	4.24	0.006	0.005	152.45	24.10	24.13	1차식	24.22	0.75	-0.87
								2차식	24.36	-0.17	-0.29
완난류	3.15	48.90	-0.063	0.005	152.45	5.65	5.41	1차식	6.13	8.51	13.32
								2차식	5.59	-1.06	3.3
	1.97	42.93	-0.054	0.01	152.45	4.70	4.36	1차식	4.90	4.33	12.56
								2차식	4.49	-4.43	3.11
전난류	3.15	48.90	-0.063	0.005	152.45	5.65	5.58	1차식	6.27	11.05	12.38
								2차식	5.75	1.75	2.97
	1.97	42.93	-0.054	0.01	152.45	4.70	4.63	1차식	5.16	9.86	11.47
								2차식	4.76	1.21	2.72

주: 오차율(%)은 $\left(\frac{\text{근사해}-\text{관측해}}{\text{관측해}}\right)\times 100(\%)$ 또는 $\left(\frac{\text{근사해}-\text{정밀해}}{\text{정밀해}}\right)\times 100(\%)$로 정의.

4. 결론

복합형 도달시간 산정식은 기존의 도달시간 산정식과는 많은 차이를 보이고 있다. 먼저 기존산정식에서 사용한 Manning의 조도계수를 대신하여 지표면흐름 조건에 따른 조도상수(α)를 도입하여 보다 객관적으로 도달시간을 산정할 수 있게 하였으며 각 지역별 강우특성까지 고려하였기 때문에 도달시간 산정에 일반적인 기준이 될 수 있다. 특히 지역별 빈도별로 배어하는 강우특성의 고려는 동일 유역이라도 강우강도의 크기가 커짐에 따라 도달시간의 차이가 크게 달라지는 것을 반영하기 위한 것으로 강우지속시간 t_R이 도달시간 t_c와 같다고 가정하고 여기에 직접 해를 구할 수 있는 양해법 산정식을 개발하였다. 정밀해와의 비교를 통하여 중류 조건에서는 1차 산정식을 적용하고 완난류 조건에서는 2차 산정식을 적용할 것을 권장한다.

5. 참고문헌

전우용 (1983), 수문학, 동명사.

유동훈, 이민호 (1995), 일반형 강우강도식의 적용, 대한토목학회 학술발표회 논문집(II), pp.61-64.

유동훈 (1997), 사각형 개수로의 완난류 마찰계수, 대한토목학회논문집, 제 17 권 제 2 호, pp.441-452

유동훈 (1998), 유체역학-공학원리, 새론출판사.

유동훈, 전우용 (1998), 도달시간 산정식, 한국수자원학회 학술발표회 논문집, pp.44-49.

윤용남 (1994), 공업수문학, 청문각.

이원환, 박상덕, 최성연 (1993), 한국 대표확률강우강도식의 유도, 대한토목학회논문집, 제 13 권 제 1 호, pp.115-120.

Singh, V.P (1976), Derivation of time of concentration, Journal of Hydrology, 30, pp.147-165.

Singh, V.P (1996), Kinematic wave modeling in water resources, Wiley, Interscience

Butler, Stanley S. (1977), Overland-flow travel time versus Reynolds number, Journal of Hydrology, 32, pp.175-182.