

## 선재 압연의 소재 자유표면 형상 계산(I)

이 영석, 최 상우, 유 선준, 주 응용  
후판연구그룹  
기술연구소  
포항종합제철

### Calculation of Stress Free Surface Profile of Stock in Rod Rolling (I)

Y. Lee, S. Choi, S.J. Yoo and W.Y. Choo  
Plate, Rod & Welding Group  
Technical Research Laboratories  
POSCO

#### Abstract

A mathematical model for the stress free surface profile in Oval-Round and Round-Oval groove rolling, which can be used effectively in the calculation of pass area, is presented. The new model has generality, simplicity and accuracy for practical usage. The stress free surface profile of an outgoing stock can be modeled when the maximum spread of it known a priori. The equation for the stress free surface profile is formulated from the linear interpolation of the radius of curvature of an incoming stock and that of roll groove to the roll axis direction.

In developing the analytical model, the effect of rolling temperature and friction between roll and work piece (stock) were not considered since the geometry of roll groove and the incoming work piece were assumed a dominant factor which decides the stress free surface profile of the outgoing stock. A simulation with the analytical model developed also has been carried out to demonstrate the stress free surface profile of the outgoing stock.

**Key words:** Rod rolling, Analytical model, Stress free surface profile, Oval - Round pass

#### 1. 서론

연속압연에서 스텐드간 소재의 입측과 출측의 무게균형(mass balance)을 유지하는 게 가장 중요하다고 할 수 있다. 이 때 입측과 출측의 무게균형은 각 패스의 단면적과 압연속도의 곱으로 표현되는데 압연속도는 롤 직경과 롤 rpm 을 알면 쉽게 얻어질 수 있다. 단면적 계산은 일반적인 판압연의 경우 판의 폭이 판의 두께보다 상대적으로 매우 작아서 자유면 형상의 중요성이 떨어지기에 패스 단면적은 판 폭과 판 두께의 곱으로서 간단하게 표현되지만 선재 압연에서는 공형을 사용하여 압연하기에 자유면 형상의 정확한 수식모델이 없이는 매우 어렵다. 이때 자유면은 소재가 roll gap 통과시 롤과 소재가 접촉하지 않는 부분으로 정의된다.

선재 압연에서 자유면 형상을 알기 위한 시도는 주로 유한요소법을 사용하여 많이 시도되었다. (2-4) 유한요소법은 패스단면적을 계산하는데 매우 효과적이지만, 선재 압연의 특성상 3차원 해석을 요구하기에 시간이 많이 걸린다. 단일패스 simulation 시 work station 급 computer 에서도 적어도 6 시간 이상 걸리기에 선재 압연 line 의 많은 패스수 (20 ~ 29) 를 감안하면 비경제적이고 보다 정확한 3차원 simulation 을 하기 위해서는 많은 요소의 숫자가

필요하기에 현장 test 에 대한 빠른 응답성에 문제가 제기 될 수도 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 자유면 형상에 관한 해석식 (analytical equation) 개발이 필요하다. 1983 년에 Shinokura and Takai<sup>1)</sup> 가 처음으로 실험 결과에 근거로 하여 Round - Oval 패스 압연후의 자유면 형상의 예측에 관한 간단한 수식모형을 보여 주었다. 그러나 이는 수식모형 이라기 보다는 실험식에 가깝다고 할 수 있다. 1983 년 이후 자유면 형상의 수식모형에 관한 이론적 연구가 전혀 발표되지 않고 있다.

본 연구에서는 Round - Oval 패스와 Oval - Round 패스에 있어서 자유면 형상의 이론적 수식모형이 제안되었다. 제안된 모형은 간단하고 일반성이 있고 유한요소법 보다는 정확성이 약간 떨어지지만 현장 결과에 대한 응답성에 있어서는 유한요소법 보다는 뛰어나다고 할 수 있다. 자유면 형상은 압연 전 소재의 형상과 압연롤 형상의 linear interpolation 을 근거로 하여 얻어진다. 이 때 사용되는 weighting function 는 최대 폭퍼짐량을 기초로 하여 계산되며 사용되는 최대 폭퍼짐 수식은 Shinokura and Takai<sup>1)</sup> 의 모형을 기본으로 하고 있다. 본 연구에서 개발된 자유면 형상의 수식모형에서는 소재와 롤의 마찰계수, 소재의 온도 변화는 고려되지 않고 있다. 이는 소재의 형상과 압연 롤의 형상이 자유면의 형상결정에 대부분을 차지한다는 가정에 근거로 한 것이다.

## 2. 최대 폭퍼짐 수식모형

소재 자유면의 형상을 수식화 하기위해서는 압연후의 최대 폭퍼짐량을 먼저 알아야 한다. Shinokura and Takai<sup>1)</sup> 가 폭퍼짐 수식 모형을 개발하였고 선재 압연 실험을 통해 그들의 수식 모형을 검증하였다. 핵심 내용은 소재와 롤 형상의 교점에서의 단면적 비에 의해서 최대 폭퍼짐이 결정 될 수 있다는 것인데 참고문헌(1)에 Oval - Round 패스 및 Round - Oval 패스에 대한 단면적 비에 대한 설명이 있다. 최대 폭퍼짐은 다음 식에 의해서 계산되어진다.

$$W_{\max} = \alpha (1 + W_i) \frac{R_{\text{mean}} (\bar{H}_i - \bar{H}_o)}{W_i + 0.5H_i} \cdot \frac{A_h}{A_o}, \quad (1)$$

그리고

$$\bar{H}_o = \frac{A_o - A_s - A_h}{B_c} \quad \text{and} \quad \bar{H}_i = \frac{A_o - A_s}{B_c}. \quad (2)$$

여기서  $\alpha=0.83$  이 사용된다.

## 3. 자유면 형상 수식모형

### 3.1 Oval - Round pass.

Fig. 1 에서 차입되는 Oval 형상의 소재와 Round 공형을 보여주고 있다.  $R_1$  은 Oval 소재의 곡률반경이고  $R_g$  는 공형의 반경이다. 일반적으로 Round 패스의 단면적을 계산할 때 습관적으로 간단한 면적식,  $\pi R_g^2$ , 을 사용하는데 이는 최대 폭퍼짐이 공형의 반경하고 일치한다는 조건 아래에서만 가능하다 ( $2R_g = H_p$ ). 만약 최대 폭퍼짐이 공형의 반경보다 작으면 면적식,  $\pi R_g^2$ , 사용은 실제 단면적보다 큰 계산 결과를 줄 것이다. Fig. 2 에서는 Round 공형 압연을 하고 난후 예상되는 자유표면형상을 도식적으로 나타내었다. 여기서  $R_s$  는 소재 자유표면형상의 곡률반경이며 이의 중심은 항상 x축 선상에 있다. 최대 폭퍼짐,  $W_{\max}$ , 가 주어졌을 때  $R_s$  는  $R_1$  과  $R_g$  의 linear interpolation 으로 수식화 될 수 있다. 즉

$$R_s = R_1 \cdot W_i + (1 - W_i) \cdot R_g \quad (3)$$

그리고

$$W_i = \frac{2 \cdot R_g - W_{\max}}{2 \cdot R_g - W_i}, \quad (4)$$

여기서  $W_i$  는  $R_i$  과  $R_g$  의 weighting function 이며  $W_i$  는 치입되는 소재의 폭이다.  $R_S$  가 계산 되면 Round 공형의 중심과 자유표면형상 중심과의 거리는 다음식에 의해 얻어진다.

$$D_x = R_S - W_{\max} / 2. \quad (5)$$

여기서  $D_x$  의 위치는 항상  $x$  축 선상에 있다. 식(3)과 (4)의 적합성을 확인하기 위해 제안된 식의 경계조건들이 검사되었다. 만약 치입되는 소재가 압연이 되지 않는다면 압연 후 소재의 최대폭은 치입되는 소재의 폭과 같다. 이는 식(4) 에서  $W_{\max} = W_i$  가 되며  $W_i = 1.0$  이 된다. 이는 곧 식(3) 에서 알 수 있듯이  $R_S = R_i$  이 되므로 물리적인 경계조건과 적합하다. 반면에 최대 폭퍼짐이 Round 공형의 직경과 같을 때는  $W_{\max} = 2R_g$  가 되며  $W_i = 0.0$  이 된다. 이는 곧 식(3) 에서 명확하듯이  $R_S = R_g$  가 되므로 물리적인 경계조건과 일치한다. 여기서 주의해야 될 사항은 식(3)과 (4) 는 최대 폭퍼짐이 Round 공형의 직경보다 작거나 같다는 조건에서 이들 식이 성립한다는 사실이다.

압연 후의 소재와 Round 공형의 교점  $C_x$ 와  $C_y$ 는 다음의 두식으로부터 얻어질 수 있다.

$$x^2 + y^2 = R_g^2, \quad (6)$$

그리고

$$(x + D_x)^2 + y^2 = R_S^2. \quad (7)$$

일단 교점  $C_x$ 와  $C_y$ 가 얻어지면 패스단면적은 간단한 적분식으로 계산될 수 있다.

### 3-2. Round - Oval pass.

Fig. 3(a)는 Round - Oval 패스의 압연을 보여주고 있다. 그러나 Round - Oval 패스에서는  $R_g$ 가 Round 패스에서의와 같이 명확하게 정의되지 않기에 식(3)과 (4)식을 적용할 수가 없다. 그래서 Oval 공형에서의  $R_g$ 는 Fig. 3(b) 와 같이 정의된다고 가정한다. 즉 소재가 압연되면서 소재의 자유표면형상이 Oval 공형의 최대폭(=W)에서 만나고 반경은  $R_f$ 가 된다는 것이다. 다음순서는 가정된  $R_f$ 를 구하는 것이다.

Fig. 4 에서  $x'$ - $y'$  좌표계에서 일직선 A는 다음의 식으로 표현된다

$$y = a x \quad (8)$$

$$\text{여기서 } a = \frac{R_1 - H_p / 2}{W_{\max} / 2 - R_f}. \quad (9)$$

$x'$ - $y'$  좌표계에서 Oval 공형에 대한 수식은

$$x^2 + y^2 = R_1^2 \quad (10)$$

식(8)을 식(10)에 대입하면 교점  $C_y$ 가 얻어진다

$$C_y = \left( \frac{R_1^2 a^2}{1 + a^2} \right)^{1/2}. \quad (11)$$

$C_y$ 는 두 삼각형의 상사조건으로부터도 구할 수 있다

$$C_y = h + (R_1 - H_p)/2, \quad (12)$$

$$\text{여기서 } h = \frac{R_f(R_1 - H_p/2)}{R_1 - R_f}.$$

식(12)는 다음과 같이 다시 쓰여질 수 있다

$$\begin{aligned} C_y &= (R_1 - H_p/2) \left( \frac{R_f}{R_1 - R_f} + 1 \right) \\ &= (R_1 - H_p/2) \left( \frac{R_1}{R_1 - R_f} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

식(11)과 (13)으로부터

$$\frac{(R_1 - H_p/2)^2}{a^2} \frac{R_1^2}{(R_1 - R_f)^2} = \frac{R_1^2}{1 + a^2}. \quad (14)$$

식(9)를 사용하여 다시 전개하면

$$\frac{(W_{\max}/2 - R_f)^2}{(R_1 - R_f)^2} = \frac{1}{1 + \left( \frac{R_1 - H_p/2}{W_{\max}/2 - R_f} \right)^2}. \quad (15)$$

식(15)를 다시 정리하면

$$(W_{\max}/2 - R_f)^2 + (R_1 - R_f)^2 = (R_1 - R_f)^2. \quad (16)$$

그러므로  $R_f$ 는  $R_1$ ,  $H_p$  및  $W_{\max}$ 의 함수로 표현될 수 있다.

$$r = \frac{R_1 H_p - \frac{1}{4}(W_{\max}^2 + H_p^2)}{2R_1 - W_{\max}}. \quad (17)$$

일단  $R_f$ 가 얻어지면 Oval - Round 패스에서 사용한 linear interpolation 기법을 그대로 사용할 수 있다. Fig. 5에서와 같이 최대 폭퍼짐,  $W_{\max}$ ,이 주어졌을 때  $R_S$ 는  $R_a$ 와  $R_f$ 의 linear interpolation으로 수식화 된다

$$R_S = R_a \cdot W_t + (1 - W_t) \cdot R_f \quad (18)$$

여기서

$$W_t = \frac{W_f - W_{\max}}{W_f - W_i}, \quad (19)$$

$W_i$ 는  $R_a$ 과  $R_i$ 의 weighting function이며  $W_i$ 는 치입되는 소재의 폭이다.  $R_s$ 가 계산되면 Oval 공형의 중심과 자유표면형상과의 거리,  $D_x$ 는 식(5)에 의해 얻어진다. 식(18)과 (19)의 적합성을 확인하기 위해 제안된 식의 경계조건들을 검사하였다. 만약 치입되는 소재가 압연이 되지 않는다면 압연 후 소재의 최대폭은 치입되는 소재의 폭(=  $R_a$ )과 같다. 이는 식(4)에서  $W_{max} = W_i$ 가 되며  $W_i = 1.0$ 이 된다. 이는 곧 식(18)에서 알 수 있듯이  $R_s = R_a$ 이 되므로 물리적인 경계조건과 적합하다. 반면에 최대 폭퍼짐이 Oval 공형의 최대폭과 같을 때는  $W_{max} = 2W_i$ 가 되며  $W_i = 0.0$ 이 된다. 이는 곧 식(18)에서 명확하듯이  $R_s = R_f$ 가 되므로 물리적인 경계조건과 일치한다. 식 (10)과 (11)로부터 교점  $C_x$ 와  $C_y$ 가 얻어지면 패스단면적은 일반적분식으로 간단히 계산될 수 있다.

#### 4. 결과 및 토의

본 연구에서 개발된 수식의 계산결과를 보여주기 위하여 Oval - Round pass의 압연과정을 simulation 하였다. 압연온도 및 소재재질의 영향은 수식 모델에 고려되지 않았다. 그림 6(a)에서는 초기의 소재단면이 60φ인 환봉의 단면을 보여주고 있고 그림 6(b)와 6(c)에 Oval groove와 Round groove의 개략적인 설계도면이 있다. 그림 7(a)와 7(b)에서 Oval pass의 압연후의 소재단면 형상을 각각 보여주고 있다. 그림 7(b)에서 보는 바와 같이 압연후의 최대 폭퍼짐이 Round groove의 직경보다 작게 나온다. 그러므로 Round 패스의 단면적 계산시에 단순히  $\pi R_g^2$ 으로 계산하면 오차가 있음을 알 수 있다. 이는 곧바로 스탠드간 mass unbalance를 초래해 Round 패스전후의 스탠드에서 tension 혹은 compression이 걸려서 소재 및 조업에 악영향을 줄 수 있다.

그림 8(a)와 8(b)에서는 Oval groove의 roll gap이 변하고 Round groove의 roll gap은 고정되어 있을 때의 소재형상을 보여주고 있다. 기준 roll gap (6.5mm)에서 4mm 증가 및 4mm 감소 했을 때의 simulation 결과를 보여주고 있는데 Oval pass에서 roll gap이 감소했을 때 Round pass에서의 소재단면적이 기준 roll gap의 소재단면적보다 작다. 반대로 Oval pass에서 roll gap을 증가시키면 감면률이 낮기에 Round pass에서의 소재단면적이 기준 roll gap(6.5mm)의 소재의 단면적보다 크게 된다. 이는 선재압연의 물리적인 의미에 적합하고 다른 말로 하면 개발된 자유면의 형상수식모델이 제대로 된 모델 이라고 말할 수 있다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 Oval - Round 및 Round - Oval 선재압연시의 자유표면형상을 계산하는 수식 모델을 제안하였다. 제안된 모델은 공형과 소재의 경계조건을 완벽하게 만족하는 geometry dependent analytical equation이다. Round 공형에서의 최대 폭퍼짐이 공형의 직경보다 크지 않으면 Oval - Round 및 Round -Oval 압연의 경우에 제안된 모델을 적용할 수 있다. 추후 실험을 통해서 제안된 수식모델을 검증하고 또한 온도 및 소재와 공형의 마찰계수 영향에 대한 추가연구가 필요하다고 본다.

#### 참고문헌

1. T. Shinokura and K. Takai (1983) "A new method for calculating spread in rod rolling, Experimental Verification of Process Models" p.236, ASM, Cincinnati, Ohio.

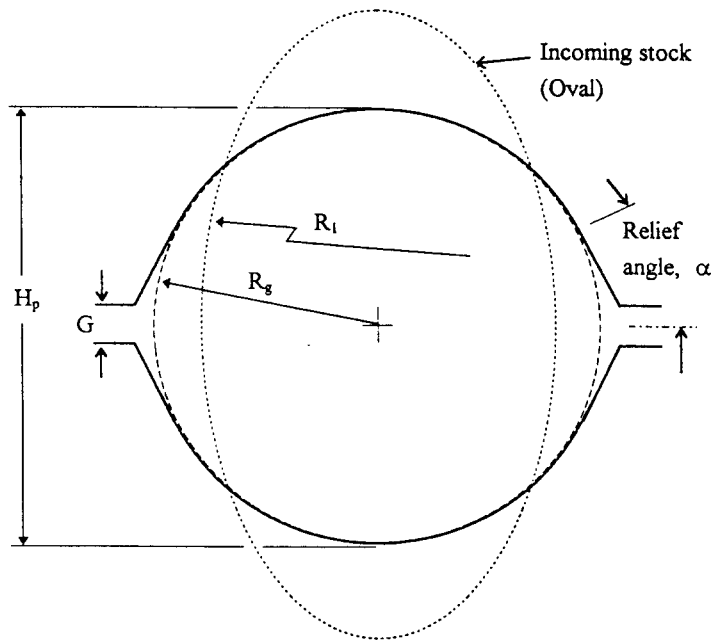


Fig. 1 Schematic of Oval - Round pass

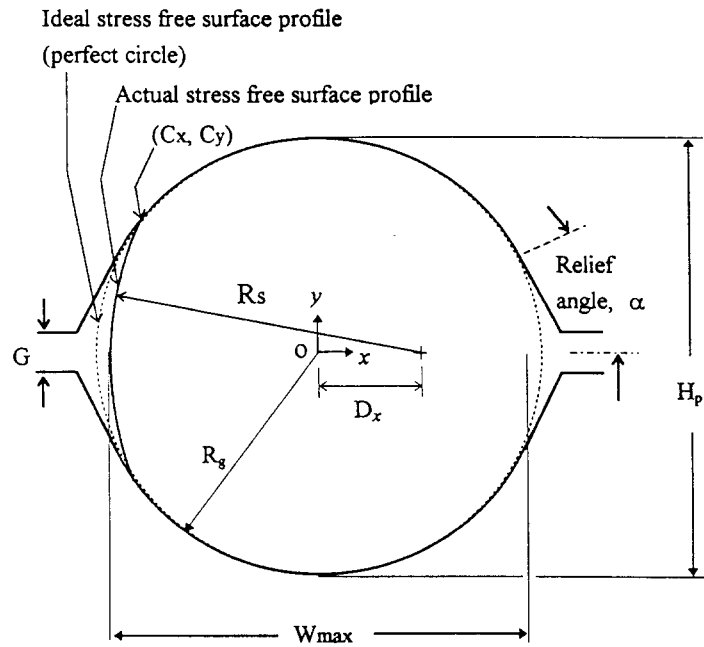
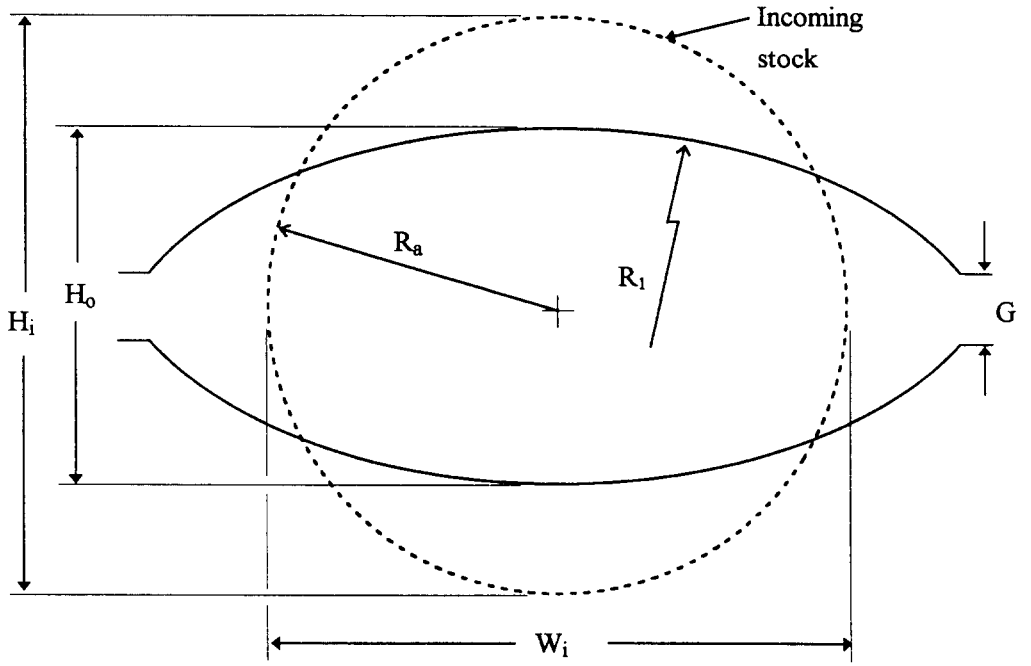
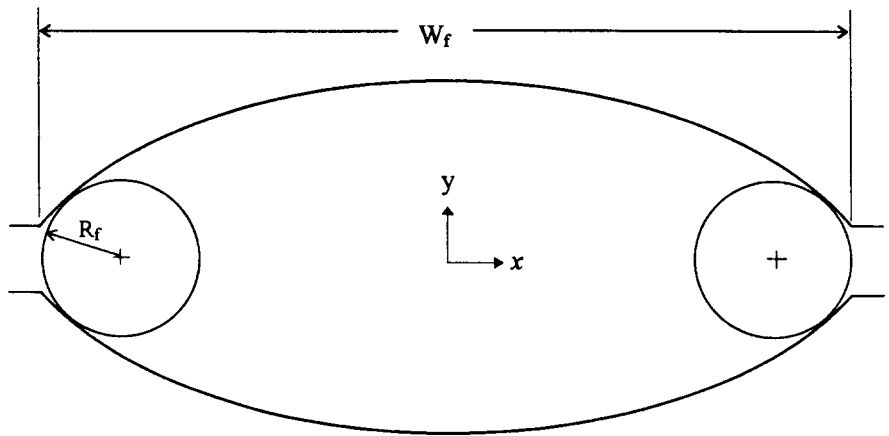


Fig. 2 Geometrical designation and approximation of profile of stress free surface in Oval - Round pass.



(a)



(b)

Fig 3 (a) Schematic of Round - Oval pass (b) Concept of the radius of final stress free surface profile,  $R_f$ , in Oval pass.

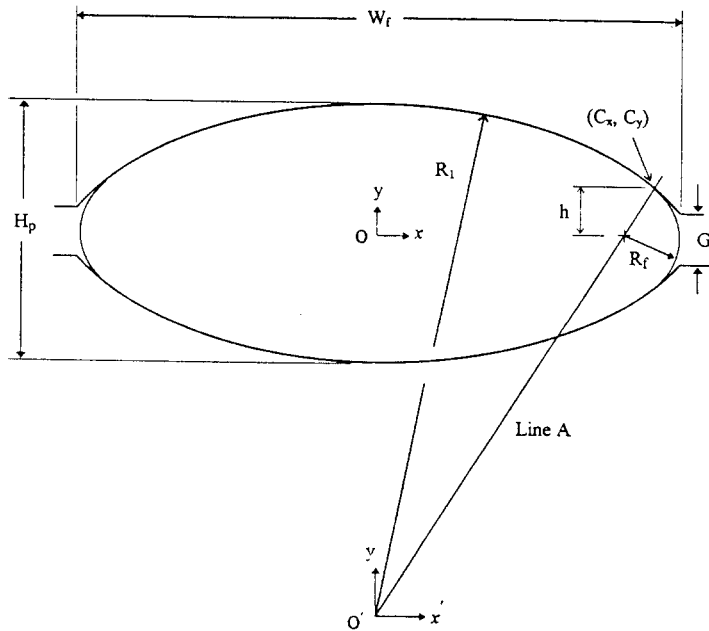


Fig. 4 Geometrical designation to calculate the radius of final stress free surface profile,  $R_f$ .

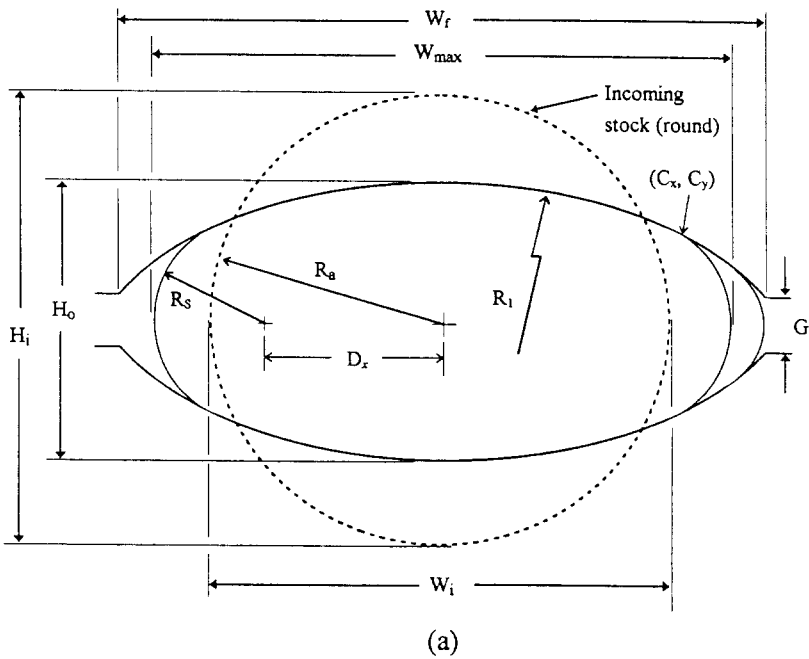


Fig. 5 Geometrical designation and approximation of profile of stress free surface in Round - Oval pass.



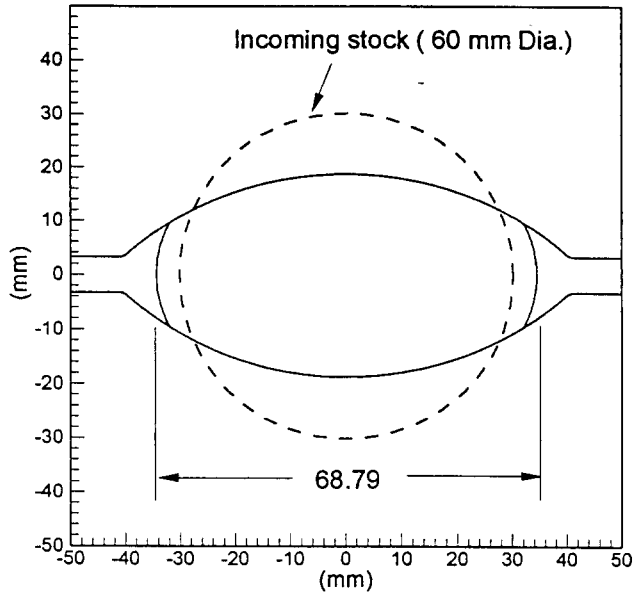


Fig. 7(a) Profile of outgoing stock in Round - Oval pass

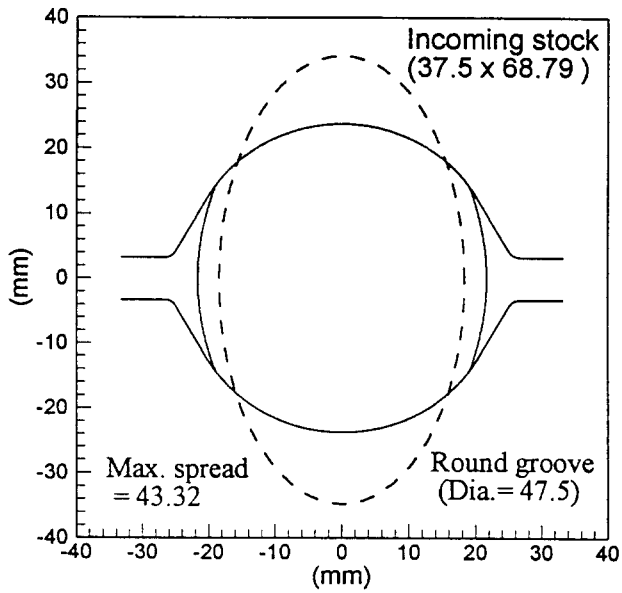


Fig. 7(b) Profile of outgoing stock in Oval - Round pass

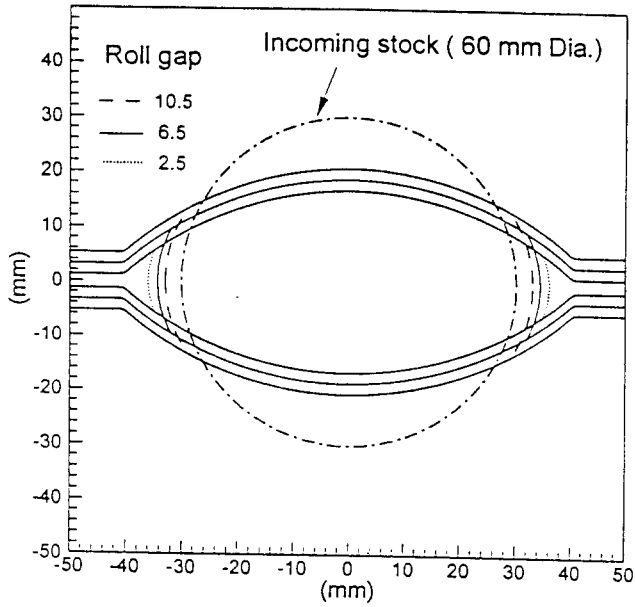


Fig. 8(a) Expected stress free surface profile of Oval pass when the roll gap is changed at Oval pass

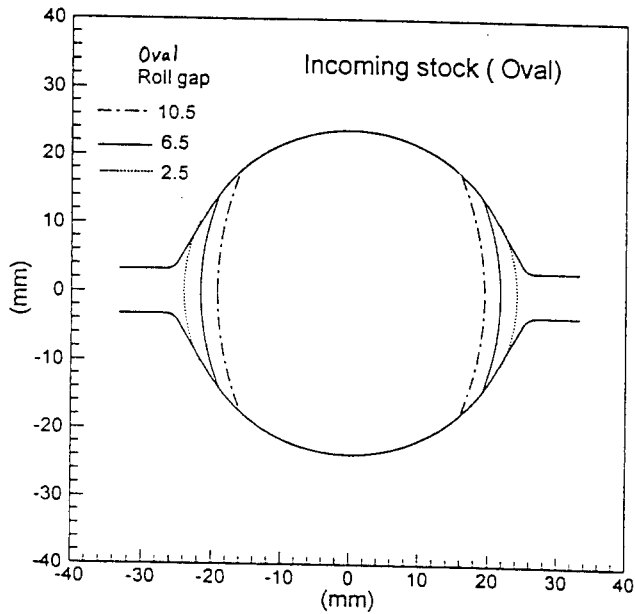


Fig. 8(b) Expected stress free surface profile of Round pass when the roll gap is changed at Oval pass