

# 압연강판의 이방성에 관한 연구

김권희\* · 인정제\*\* · 함주희\*\*\*

## Study of anisotropy of sheet metals

K.H. Kim, J.J. Yin and J.H. Hahm

### Abstract

Based upon the experimental data from multi-stage tensile loading at angles to the rolling direction of steel sheets, anisotropic hardening rules are proposed. Experiments show that orthotropic anisotropy is maintained and the orientations of orthotropy axes are changed during tensile loading. A phenomenological model is proposed which includes the rotations of orthotropy axes, work hardening and kinematic hardening. Using the model, uniaxial tensile stress, R-value and tensile necking strain are predicted and compared with the experimental data.

Key words : 이방성(anisotropy), 이방성 가공경화(anisotropic hardening), 이동경화(kinematic hardening), 넥킹(necking), 직교대칭성(orthotropy), 소성변형율비(R)

### 1. 서론

이방성 소재의 항복과 변형거동의 예측에 관하여 다양한 구성 방정식이 제안되었다.<sup>(1~6)</sup> 그 중에서 비교적 단순하면서 이방성 현상을 잘 서술하고 있는 Hill<sup>(1)</sup>의 항복함수가 가장 널리 사용되고 있다. 지금까지의 연구는 주로 직교대칭축의 방향이 고정된 상태에서 이방성 거동을 예측하는 내용이 주를 이루고 있다. 최근 이방성 직교대칭축의 회전을 고려한 변형한계에 대한 연구가 수행되고 있다.<sup>(7~8)</sup> 이방성소재의 거동을 예측하려면 항복조건 뿐만 아니라 가공경화 특성에 대한 연구도 이루어져야 한다. 압연강판소재의 가공경화특성을 설명하기 위해 Hill<sup>(1)</sup>은 항복곡면이 소성변형과 더불어 팽창한다고 가정하였으며,

Prager는 응력공간 내에서 항복곡면의 위치가 이동하는 이동경화(kinematic hardening) 법칙을 제안하였다.<sup>(9,10)</sup> 요즘은 소성일에 의한 가공경화와 이동경화를 함께 고려하는 연구가 이루어지고 있다.

### 2. 실험

냉간압연강판(AK 저탄소강판, 모델 SPC3)으로부터 Fig.1 에 보인 것과 같이 대형인장시편을 제작하여 3%, 6%의 1차 예비스트레인을 가하고, 1차 예비스트레인의 방향에 대해 30°, 45°, 60°, 90°의 방향으로 인장시편을 만들어 1%, 2%, 5%, 10%의 2차 예비스트레인을 가한다. 표1에 실험에 사용된 예비스트레인의 조합을 표시하고 있다. 이러한 중간크기 시편에서 2차 예비스트레인의 방향에 대해 10° 간격으로 소형 인장시편을 채취하여 각각에 대해서 항복응력과 응력-변형을 곡선과 소성변형율비(R-value)-변형을 곡선 등을

\* 고려대학교 기계공학과 교수  
\*\* 인덕대학교 기계공학과 교수  
\*\*\* 고려대학교 기계공학과 박사과정

구한다. 다양한 예비스트레인 조건에 대한 항복  
응력의 분포를 이용하여 직교대칭축의 회전을 확  
인하였다. Fig.2 는 직교대칭축의 회전을 표현하  
기 위한 각도의 정의를 나타내고 있다.

### 3. 이방성소재의 회전

#### 3.1 직교대칭축의 회전

단축인장 시험 중에 발생하는 직교대칭축의 회  
전현상을 나타내기 위해서 실험결과와 관찰에 근  
거하여 Kim과 Yin<sup>(11-16)</sup>에 의해 제안된 다음과  
같은 현상학적 모델을 사용하였다.

$$d\beta = (1 + C_s) d\epsilon_{12} \quad (1)$$

1과 2는 각각 인장 시편의 길이방향, 폭방향  
이며,  $C_s$ 는 재료의 가공경화 상태를 나타내는 회  
전계수이다.

(1)식의 우변은 인장변형시 전단변형에 의한 강  
체회전량( $d\epsilon_{12}$ )과 결정구조 변화에 의한 회전량  
( $C_s d\epsilon_{12}$ )을 포함한다. 예측에 사용된 직교대칭  
축의 회전모델은 Kim과 Yin<sup>(16)</sup>에 의해 자세히 서  
술되고 있으며 여기서는 모델에 사용된 가정에  
대해서만 언급한다. 평면응력(plane stress) 조건  
에서 항복조건은 직교대칭축  $x, y$ 에 대한  $\sigma_x - \sigma_y$   
 $- \tau_{xy}$ 의 응력공간에서 항복곡면  $f(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) =$   
 $\text{const}$ 로 표시할 수 있다. 직교대칭축의 방향은  
식(1)에 의해서 결정되며  $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$  응력공간의  
항복곡면의 형태는 변형 중에 닳은 꼴을 유지한  
다. Hill의 이차이방성 항복함수의 계수비  
 $f = \frac{F}{N}, g = \frac{G}{N}, h = \frac{H}{N}$ 는  $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$  응력  
공간에서 일정한 값을 갖게된다.

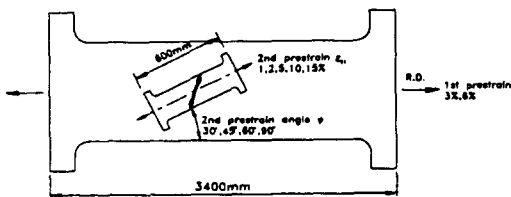


Fig. 1. Schematic illustration of experimental procedure.

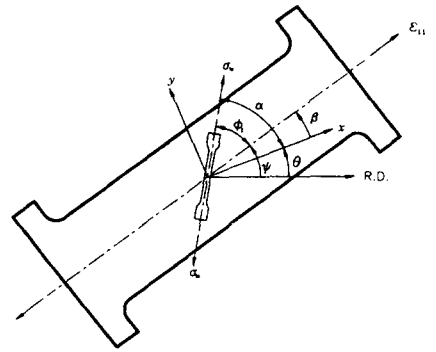


Fig. 2. Definition of various angles.

$\psi$ : 2nd prestrain( $\epsilon_{11}$ ) axis angle from  
the R.D.(rolling direction)

$\theta$ : x-axis angle from the R.D.

$\beta$ : 2nd prestrain axis angle from the x-axis

Table 1. Combination of 1st and 2nd prestrains

1st prestrain	Angle( $\psi$ )	2nd prestrain(%)					
		1	2	5	10	15	-
3 %	30°	1	2	5	10	-	-
	45°	1	2	5	10	-	-
	60°	1	2	5	10	-	-
	90°	-	2	5	10	15	-
6 %	30°	1	2	5	10	-	-
	45°	1	2	necking	necking	-	-
	60°	1	necking	necking	necking	-	-
	90°	-	2	5	10	15	-

#### 3.2. 가공경화(work hardening)와 회전을 고려한 이방성거동의 예측

이방성소재의 가공경화특성을 나타내기 위해  
평면응력 조건하의 항복조건은 직교대칭축  $x, y$   
에 대한  $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$  응력공간에서 항복곡면의  
형상은 닳은꼴을 유지하며, 회전하지 않는다고  
가정한다.  $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$  응력공간에서 항복곡면  
의 체적은 소성일의 함수로 이루어진다고 가정하  
다. Fig. 3에는 6%의 1차 예비스트레인이 가해진  
후 90° 회전하여 인장 시험한 경우, 길이방향 스트  
레인의 변화에 따른 폭방향과 두께방향의 스트  
레인을 나타내고 있다. 두께방향 스트레인은 처  
음에는 빠르게 감소하다가 길이방향 스트레인이  
증가할수록 직선에 접근하게 되며, 두께방향 스

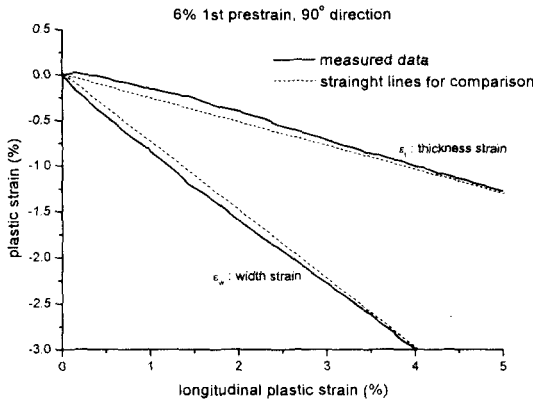


Fig. 3. Width and thickness strain - longitudinal strain curve at 90° to 6% 1st prestrain direction.

트레인은 처음에 느리게 감소하다가 한 직선에 접근한다. 이는 처음에 소성변형율이 급격히 감소하다가 일정한 값으로 수렴함을 나타낸다.

### 3.3. 이동경화(kinematic hardening)와 가공경화(isotropic hardening)를 고려한 경우

이동경화를 설명하는 이론에는 Prager의 모델<sup>(9)</sup>과 Prager의 모델을 수정한 Ziegler의 모델<sup>(10)</sup>이 있다. 가공경화와 회전모델만으로 소성변형율비와 불안정 변형율을 예측할 수 없는 경우가 있으며, 이를 해결하기 위해 이동경화모델을 적용하였다. 외부에서 가해지는 소성일은 식(2)처럼 항복곡면의 체적을 증가시키는 부분과 항복곡면의 중심( $\alpha$ : back stress)을 이동시키는 부분으로 나눌 수 있다고 가정한다.

$$\begin{aligned} dW^p &= \sigma \cdot d\epsilon^p = (\sigma - \alpha) \cdot d\epsilon^p + \alpha \cdot d\epsilon^p \\ &= dW_i^p + dW_k^p \end{aligned} \quad (2)$$

$dW_i^p$ 는 항복곡면의 체적증가를 반영하는 가공경화에 해당하는 부분이며,  $dW_k^p$ 는 이동경화에 해당하는 부분이다. Prager와 Ziegler가 제안한 모델은 각각 식(3)과 (4)와 같다.

$$d\alpha = c \, d\epsilon \quad (3)$$

$$d\alpha = (\sigma - \alpha) \, d\mu, \quad d\mu = \frac{d\sigma \cdot d\epsilon^p}{(\sigma - \alpha) \cdot d\epsilon^p} \quad (4)$$

1차 예비스트레인이 0%, 3%, 6%인 경우, 항복

곡면은 남은풀을 유지하므로 각 경우 여러 방향의 항복응력 분포를 이용하여 최소자승법으로 항복곡면의 중심( $\alpha$ : back stress)을 구해 가공경화와 이동경화의 기여도를 결정하였다. 전체 소성일에서 가공경화와 이동경화는 각각 85%, 15% 정도의 기여도를 갖고 있다.

Fig. 4는 6% 1차 예비스트레인 방향에 대하여 90° 방향으로 단축인장 시험한 경우의 소성변형율비-변형율 곡선을 나타낸다. 가공경화와 직교대칭축 회전을 포함하는 경우와 이에 각 이동경화를 포함한 경우의 예측결과를 나타내고 있다.

가공경화와 회전만을 고려한 경우 소성변형율비 예측결과는 상수 값을 갖는다. 이동경화를 포함시킨 경우에는 실험결과와 정확한 일치하지는 않지만, 초기에 급격히 감소하다 서서히 감소하는 경향을 반영하고 있다. Ziegler의 모델보다는 Prager의 모델이 감소경향을 잘 반영하고 있다. 소성변형율비는 현재과 항복곡면의 중심에 따라 항복곡면 중심의 방향이 결정되는 Ziegler의 모델보다는 변형율의 방향으로 항복곡면의 중심의 방향이 결정되는 Prager의 모델이 잘 맞는 것을 확인하였다.

Fig. 5는 6%의 1차 예비스트레인 후에 90° 회전하여 10%의 2차 예비스트레인을 가하고 2차 예비스트레인 방향에 대해 각 방향으로 측정된 불안정 변형율(necking strain)과 예측된 불안정 변형율을 나타내고 있다. 가공경화와 회전을 고려한 경우와 각 이동경화모델에 가공경화와 회전을 함께 고려한 경우를 비교하고 있다.

가공경화와 회전을 고려한 경우, 30°~70° 방향의 불안정 변형율 현상은 예측되나 0°~10°에서 약간 낮게 예측되며, 80°~90° 방향에서 높게 예측된다. 0°~10°와 80°~90° 방향에서의 불안정 변형율은 대칭적으로 예측된다. Ziegler의 이동경화 모델을 포함시켜 고려한 경우, 0~70°의 방향에서는 거의 정확하게 불안정 변형율을 예측할 수 있으며, 80~90°의 방향에선 역시 높게 예측됨을 알 수 있다. 그러나 가공경화만을 고려한 경우에는 0~10°와 80~90°의 경우가 대칭적으로 예측되지만, 이동경화까지 고려한 경우는 비대칭의 경향을 어느 정도 나타내고 있다. Prager의 모델 역시 불안정 변형율의 비 대칭성을 반영하고 있지만, Ziegler의 모델보다 약간 높게 예측된다.

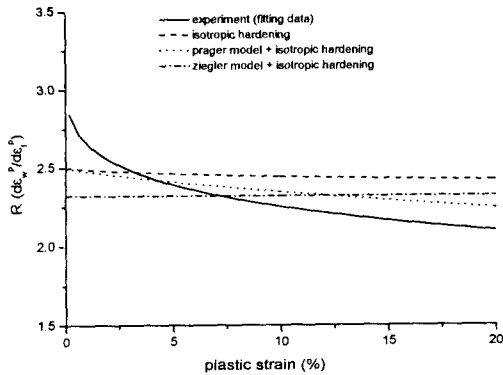


Fig. 4. Experimental and proposed R - plastic strain curve orthogonal to 6% 1st prestrain direction.

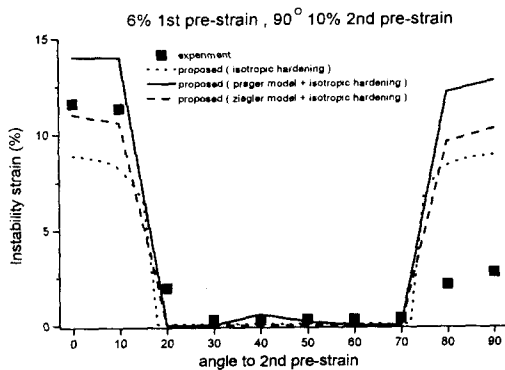


Fig. 5. Experimental and proposed Instability strain distribution after 10% 2nd prestrain orthogonal to 6% 1st prestrain direction.

#### 4. 결론

이방성을 갖는 압연강판의 거동에 대해서 살펴보았다. Kim과 Yin에 의해 제안된 직교대칭축의 회전과 가공경화를 포함하는 모델과 이동경화를 함께 고려한 경우를 비교하였다. 가공경화와 회전을 포함한 모델은 소성변형율비의 초기감소현상을 예측할 수 없으며, 이동경화를 포함한 모델은 감소현상을 예측할 수 있었다. 이동경화를 포함한 모델은 불안정 변형율의 방향에 따른 비대칭 경향을 예측할 수 있었다. 그러나 변형경로가 크게 변하는 경우(80°, 90°의 경우)에 발생하는 초기의 불안정 변형율을 예측할 수 없었다. 변형경로가 크게 변하는 경우는 대칭축의 회전이라기보다는 이방성 조직의 재편성으로 보아 새로운 시각에서 설명하는 노력이 필요하다고 생각된다.

#### 5. 참고문헌

- (1) Hill, R., 1950, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press.
- (2) Bassani, J. L., 1977, "Yield characterization of metals with transversely isotropic plastic properties", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 19, p. 651.
- (3) Gotoh, M., 1977, "A theory of plasticity anisotropy based on a yield function of fourth order(plane stress state)-I", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 19, p. 505.
- (4) Hill, R., 1979, "Theoretical plasticity of textured aggregates", *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, Vol. 85, p. 179.
- (5) Hill, R., 1990, "Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 38, p. 405.
- (6) Hill, R., 1993, "A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals", *J. Mech. Sci.* Vol. 35, p. 19.
- (7) R. Arrieux, P. Vacher, and T. Nguyen, 1996, "A Method to Predict the Onset of Necking in Numerical Simulation of Deep Drawing Operations", *Annals of the CIRP*, Vol. 45/1, p.255-258.
- (8) T. Nguyen Nhat, R. Arrieux, P. Vacher, and L. Tabourot, 1998, "Plasticity Instability for off-axes Loading in Deep-drawing operation", *J. Mat. Processing Technology*77., p. 175-179.
- (9) W. Prager, 1955, "The theory of plasticity : a survey of recent achievement", *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Vol. 169, p.41.
- (10) H. Ziegler, 1959, "A modification of Prager's hardening rule", *Quart. Appl. Math.* Vol. 17, p.55.
- (11) 김권희, 1991, "전단변형에 의한 직교 이방성의 변화", *대한기계학회논문집*, Vol. 15, p. 413.
- (12) Kim, K. H., 1992, "Evolution of anisotropy during twisting of cold drawn tubes", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 40, p. 127.
- (13) Kim, K. H., 1997, "Evolution of anisotropy under plane stress", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 45, No. 5, p. 841.
- (14) 김권희, 인정제, 김동원, 1992, "이방성 금속판재의 가공경화 특성에 관한 연구", *추계학술대회 및 심포지움 논문집*, 1992.10, 한국과학기술원, 한국소성가공학회, 반도출판사, p. 85.
- (15) 인정제, 김권희, 1994, "평면응력하에서의 직교이방성 대칭축의 회전", *한국소성가공학회지*, 제3권 제3호 p. 320.
- (16) 김권희, 인정제, 1996, "이방성 금속판재의 가공경화에 따른 직교대칭축의 회전", *한국소성가공학회지*, 제5권 제4호 p. 320.