

## 2차원평면 압출가공의 굽힘에 관한 강소성 유한요소 해석

진철호\*, 박대윤\*, 진인태\*\*

### Rigid Plasticity Finite Element Analysis of the Bending of Extrusion Product Using the Square dies

Chul Ho Jin\*, Dae Yun Park\* , In Tai Jin\*\*

#### Abstract

Rigid Plasticity Finite Element Analysis is developed for the shapes of dead metal zone and the curving velocity distribution in the eccentric square dies extrusion. The shape of dead metal zone is defined as the boundary surface with the maximum friction constant between the deformable zone and the rigid zone. The curving phenomenon in the eccentric square dies is caused by the eccentricity of square dies.

The deviated velocity is changed with the distance form the center of cross-section of the workpiece. The results show that the curving of products and the shapes of the dead metal zone are determined by Rigid Plasticity Finite Element Analysis and that the curvature of the extruded products increases with the eccentricity.

Key words: Extrusion(압출), Dead Metal Zone(비유동영역), Eccentricity(편심), square dies(평다이), Curvature(곡률), Finite Element Method(유한요소법)

#### 1. 서 론

2차원 평면 변형하에서의 출구 단면의 중심이 유동영역의 입구단면과 편심이 되어져 있는 경우에는 압출시 제품의 굽힘현상이 나타난다. 편심이 있는 경사형 다이의 굽힘해석으로서 Jin<sup>1)</sup>에 의해 상계해로 원형단면 및 사각형 단면 그리고 T형 단면을 가진 제품의 편심압출에 의하여 제품의 굽힘 현상을 상계해법으로 해석한바 있다.<sup>1)~3)</sup> 그리고 평다이를 사용한 굽힘 압출가공 해석에서는 데드메탈존 즉 비유동영역을 가정하여 동적가용 속도장을 적용하여 해석한 바 있다.<sup>4)</sup>

본 논문에서는 앞에서의 상계해법에 의한 굽힘 해석을 참고로하여 유한요소법의 해석에서도 굽힘을 확인하기 위하여 2차원 강소성 유한요소코드에 의하여 평면변형하에서 편심에 의한 굽힘현상을 확인하고자 한다.

강소성 해법은 1973년 Oh와 Kobayashi에 의한 강소성 유한요소법의 기초를 마련한 후 금속성형 해석에 많이 적용되었다.<sup>5)</sup> 그리고 비압축성조건을 고려하는 방법으로 Lee 가 라그랑주 승수(Lagrange multiplier)를 도입하여 수식화를 하였으며,<sup>6)</sup> 1975년 Zienkiewicz 는 벌칙함수(penalty function)를 도입하였다.<sup>7)</sup> 그리고 Lee등에 의하여 평금형을 통한 증공형재 압출을 유한요소법으로 해석하였다.<sup>8)</sup>

\* 부경대학원 기계공학과  
\*\* 부경대학교 기계 자동차공학부

## 2. 굽힘현상 해석용 2차원 유한요소법의

구성

### 2.1 강소성유한요소법의 개요

2차원 평면변형 압출시 나타나는 굽힘현상을 해석하기 위해서 강소성 유한요소해석에 사용된 식은 다음과 같다. 다음 식에서 표시되는 Levy-Mises 구성식과 체적일정의 조건을 만족해야한다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \sigma_{ij} \quad (1)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}} = 0 \quad (2)$$

$$\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \epsilon_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (3)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 (a + b \bar{\epsilon})^m \bar{\epsilon}^n$$

a, b, m, n : 재료 정수

다만 (3)식에 의하여 재료상수에 관해서는 재료의 가공경화 및 변형을 속도 의존성을 무시해서 a=1, b=m=n=0로 하였다.

강소성체의 경계조건에 있어서는 다음식으로 표현된 가상일의 원리가 성립된다.

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} DV - \int_{ST} P_i \delta u_i dS = 0 \quad (4)$$

여기에서

$\delta u_i$  : 가상가용변위속도

V : 강소성체의 체적

$S_i$  : 표면력이 작용하는 강소성체의 표면

$P_i$  : 위에 사용하는 표면력

다만 물체력은 작용하지 않는 것으로 한다.

외력이 보존력인 경우에 가상일의 원리(4)는 다음식에 정의되어지는 범함수의 최소값문제와 동일하게 된다.

$$\Phi = \int_V E dV - \int_{ST} P_i u_i dS \quad (5)$$

여기서

$$E = \int_0^{\bar{\epsilon}} \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$$

E : 에너지 함수

$\sigma_{ij}$  : 응력성분

더욱이 (2)식에서 표현된 체적 일정조건을 만족하는 해를 얻기위해서는 라그랑지 미정 승수법(Lagrange multiplier method)을 사용하여 (5)식

에서 표현된 범함수를 다음식처럼 바꿔쓴다.

$$\Phi' = \int_V E dV - \int_{ST} P_i u_i dS - \int_V \lambda \dot{\epsilon}_{ij} dV \quad (6)$$

$\lambda$  : 라그랑지 승수

(6)식을 유한요소법에 따라 이산화하고 그 정류 조건식을 만족하는 절점 속도장을 얻는 곳에서 부여되는 경계조건을 기본으로서 강소성체의 변형문제의 해를 얻을 수 있다. 비선형방정식의 해법으로써는 Newton-Raphson 법을 이용한다. 즉 절점속도벡터 u에 관해서 속도의 섭동량  $\Delta u$ 를 도입하고 u에 비교해  $\Delta u$ 가 충분히 작다는 가정에서 2차 및 고차의 항을 생략하는 것에 의하고 방정식을 선형화 한다. 그리고 속도분포의 초기치를 가정해서 반복하는 것에 의해 절점속도 벡터 u의 수렴치를 구한다. 해가 수렴한다는 판정은 다음처럼 된다.

절점속도벡터 노름(norm) 다음식에서 정의한다.

$$\|u\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2}$$

$u_i$  : I 절점의 속도벡터

N : 절점총수

노름을 이용해서  $\Delta u$  및 u 노름의 비(이하 노름비라고 부른다)  $\|\Delta u\|/\|u\|$ 가 존재하는 값이 하가 될 때 해가 수렴한 것으로 판정한다.

실제의 분석에 의해서는 요소 4절점 선형요소를 이용하고 또 수치적분에 관해서는 에너지에 관한 적분항에 관해서는 4점적분을 이용하고 체적일정조건에 관한 적분항의 관해서는 1점 적분을 이용하고 있다.

### 2.2 해석조건

실험에 사용한 해석조건은 다음과 같다.

Table.1 The Analysis Condition for FEM

Work height	100 mm	
Tool velocity	10mm/sec	
Total redction	10%	
step redction	2%	
Material Properties	$\bar{\sigma} = 144.6(1 + \bar{\epsilon})^{0.0}$	
Friction Constant	0.3	
Number of Element	64	81
Number of node	144	169

### 3. 해석결과 및 고찰

#### 3.1 굽힘속도 벡터 분포

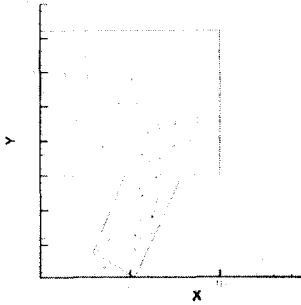


Fig. 1 The vector distribution of the Bending Velocity

#### 3.2 단면감소율이 75%일 때 굽힘현상해석

##### 3.2.1 편심이 없을 때 단계별 속도 분포

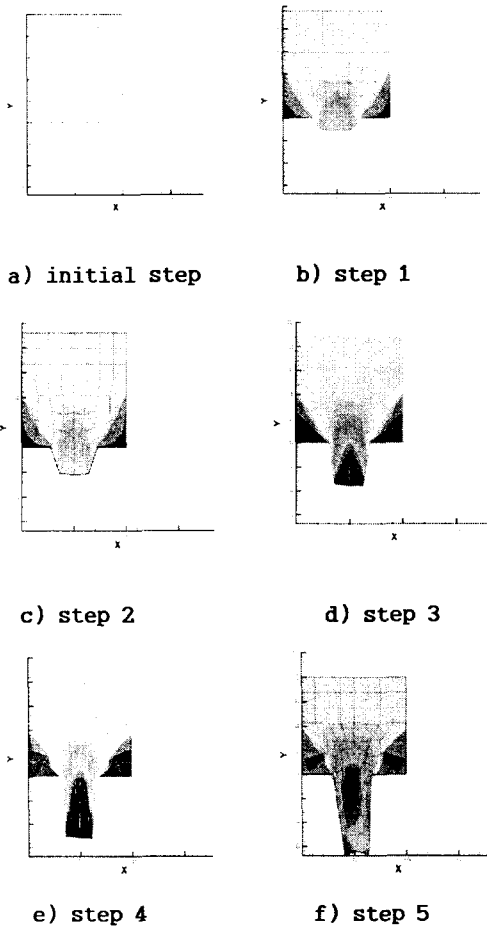


Fig. 2 The contour plot of the velocity (EC=0)

##### 3.2.2 편심이 12.5mm 일 때 단계별 속도분포

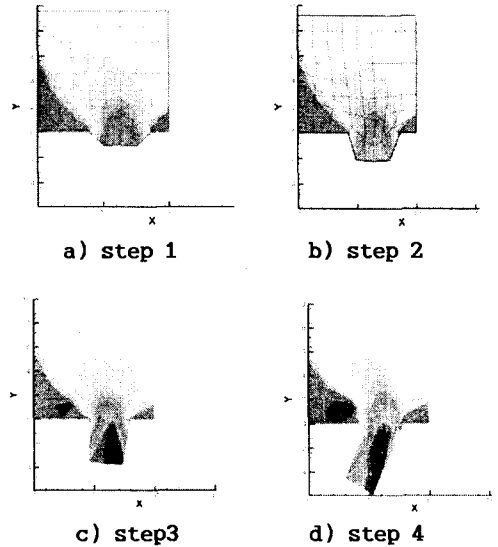


Fig. 3 The contour plot of the velocity (EC=12.5mm)

#### 3.3 단면감소율이 83%일 때 굽힘현상해석

##### 3.3.1 편심이 없을 때 단계별 속도 분포

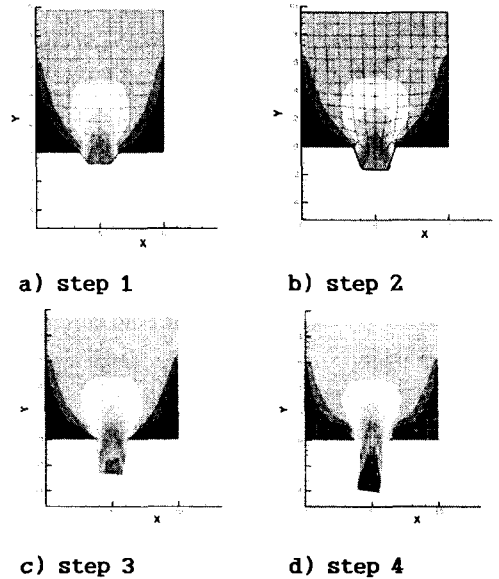


Fig. 4 The contour plot of the velocity (EC=0)

3.2.2 편심이 8.3mm 일 때 단계별 속도분포

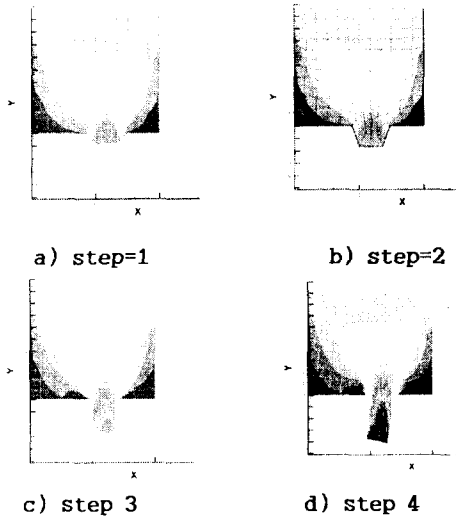


Fig. 5 The contour plot of the velocity (EC=8.3mm)

3.3.3 편심이 16.6mm 일 때 단계별 속도분포

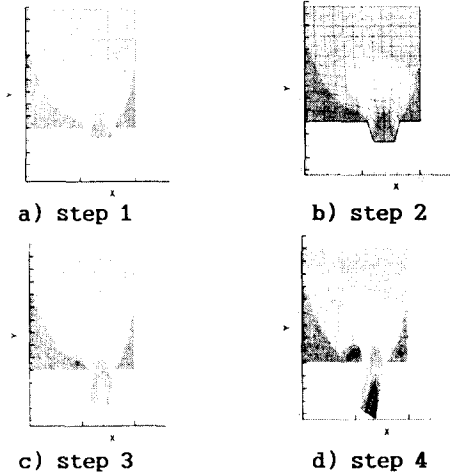


Fig. 6 The contour plot of the velocity (EC=16.6)

3.3.4 편심이 24.9mm 일 때의 속도분포

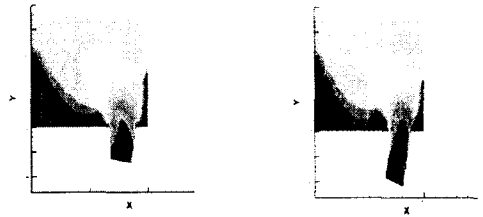
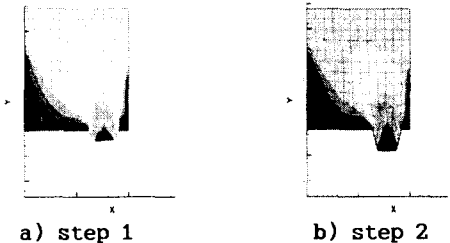


Fig. 7 The contour plot of the velocity (EC=24.9mm)

4. 결론

평면변형하에서 압출가공중에 발생하는 굽힘현상을 확인하고자 유한요소법을 이용하여 편심이 굽힘의 원인임을 확인하였다. 평면변형 압출가공시 편심이 크면 클수록 굽힘이 많이 발생함을 알 수 있으나 일정한 편심 이상에서는 큰차이가 없음을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1)木内 學,陳 仁泰,新谷 賢,1996,“壓出しT形の曲がり 豫測, 塑性と加工,vol.37, No.426,p.711.
- (2)진인태,최재찬,1997,“사각형 단면의 편심 압출시 제품의 굽힘현상에 관한 연구”, 소성가공, 제6권, 제1호,p46.
- (3)진인태,김진훈,김한봉,1997,“곡봉의 편심압출가공에 대하여 상계굽힘해석과 DEFORM™-3D에 의한 굽힘해석 비교“ 한국소성가공학회 '97 춘계학술회의 논문집, pp.45~48
- (4)김진훈,진인태,1998,“평다이를 사용한 편심압출가공에서의 비유동영역의 형상과 굽힘속도분포에 관한 상계해석” 소성가공,제7권,제2호,pp.177~185
- (5)Kobayashi. S., Oh, S. I. and Altan. T., 1989. “Metal Forming and the Finite Element Method,” Oxford Univ. Press.
- (6)C.H.Lee, S.Kobayashi, 1973, “New solution to rigid-plastic deformation problems using a matrix method”,Trans.ASME,J. of Eng. for Ind., Vol.95,pp.865~873
- (7)O.C.Zienkiewicz, P.N.Godbole, 1975, “A penalty function approach to problems of plastic flow of metals with large surface deformation”, J. of Strain Analysis, Vol. 10,N03.
- (8)이춘만,이승훈,조종래,1998,“평금형을 통한 증공형재 압출의 유한요소 해석”,소성가공,제7권 제4호,pp.375~381