

## 원형컵 디프드로잉에서의 주름발생 해석

김종봉\*, 양동열\*, 윤정환\*\*

### Analysis of Wrinkling Initiation and Growth in Cylindrical Cup Deep Drawing Process

J.B.Kim\*, D.Y.Yang\*, J.W.Yoon\*\*

#### Abstract

The wrinkling of thin sheet metal induced by compressive instability is one of major defects in sheet metal forming processes. Compressive instability is influenced by many factors such as mechanical properties of the sheet material, geometry of the sheet, contact conditions and plastic anisotropy. The analysis of compressive instability in a plastically deforming body is rather difficult because the effects of the above-mentioned factors are rather complex and the instability behavior may show wide variations even for small deviations of the factors. In this work, the bifurcation theory is introduced for the finite element analysis of the instability behavior of a thin sheet with initially sound geometry and property. All the above-mentioned factors are conveniently considered by the finite element method. The instability limit is found by introducing a criterion scheme into the incremental analysis and the post-bifurcation behavior is analyzed by introducing the branching scheme. Wrinkling initiation and growth in the deep drawing process are analyzed.

**Key Words :** Wrinkling, Bifurcation, Sheet Metal Forming, Blankholding force control

#### 서론

주름(wrinkling)은 파단(tearing), 스프링 백(spring back)과 더불어 박판성형 공정에서 자주 발생하는 큰 결함 중의 하나이다. 주름은 압축응력이 소재가 지지할 수 있는 한계 이상일 때 소재가 소재면에 수직인 방향으로 휘어지는 현상으로 외관상으로도 좋지 않고, 치수 정밀도가 떨어지기 때문에 스프링 백과 함께 조립에 대한 결함이 된다. 또한 주름이 발생하면 성형 방향으로는 소재 흐름에 제한이 가해지기 때문에 이어지는 성형성을 저하시키는 요인이 되고 금형도 빨리 마모 시킨다. 이것은 생산 공정에서 생산성을 크게 저하시키는 요인으로 작용한다. 최근에는 자동차 산업을 비롯하여 전자산업, 항공기 산업 등 다양한 분야에 박판성형 공정이 이용되고 있다. 또한 고정밀도 고부가 가치 제품이 요구되고 있고, 공정개발 기간의 단축이 중요해 짐으로 인해 공정 개발단계에서 미리 생산 공정에서 발생할 수 있는 결함에 대해 예측하고 그에 대한 대처를 하는 것이 필수적이다.

주름은 응력을 비롯하여 소재의 형상(geometry), 소재의 기계적 성질, 접촉 및 경계조건 등 많은 인자들의 영향을 받기 때문에 해석에 많은 어려움이 따른다. 유한요소 해석에서도 사각형 컵 디프드로잉같이 기하학적으로 주름이 자연스럽게 발생하는 경우는 주름의 발생의 해석이 가능하지만[1], 원통형 컵 디프드로잉과 같은 축대칭 공정에서 원주 방향으로 발생하는 주름이나 puckering 은 해석이 불가능하다. 외연적 시간 적분법을 이용하는 코드에서는 이와 같은 주름이 해석 되기도 하지만[2] 코의성이 있기 때문에 신빙성이 문제가 된다.

이와 같은 이유로 인해, 주름에 관한 연구는 특별한 공정에 대해서는 실험적으로나 이론적으로 많이 수

행되었지만[3,4], 모든 공정에 일반화 하여 설계에 적용할 수 있는 연구는 많지 않다. 특히 이론적인 연구에서는 접촉 조건, 블랭크 홀딩력 등을 비롯한 여러가지 공정 변수들에 대해 많은 가정을 도입 하기 때문에 실제 공정의 설계에 적용하기에는 부족하다. 컴퓨터 기술과 비선형 유한요소법이 발달하기 전까지의 주름에 관한 이론적인 연구는 대부분 좌굴에 관한 4 차의 미분 방정식의 해를 찾는 형태로 수행되었다[5,6].

최근에는, 컴퓨터의 발달에 힘입어 유한요소법으로 주름의 발생을 해석하는 연구가 시도되고 있다. 일반적으로 주름의 문제는 분기문제(bifurcation problem)이다. 그래서 주름이 발생하는 시점에서는 강성행렬이 특이성을 가지게 된다. 그래서 분기방법을 도입해야 한다. 그러나 이 방법이 복잡하기 때문에 대부분의 연구에서는 초기 결함을 부여함으로써 분기좌굴(bifurcation buckling) 문제를 극점좌굴(limit point buckling) 문제로 바꾸어 해석하였다. Tomita 와 Shindo[7]는 초기에 유한요소 격자 구조에 기하학적인 결함을 주고 Yoshida Buckling Test[8]를 해석하였다. Cao 와 Boyce[9]는 역시 기하학적 초기 결함을 소재에 부여하고 원통형 컵 디프드로잉에서의 주름의 발생을 해석하였다. 그러나 이런 해석은 결과가 초기 결함의 크기와 방법에 따라 영향을 크게 받는다는 문제점이 있다.

Kim 등[10]은 주름의 발생을 해석하는데 있어 재료의 비선형성 및 여러가지 기계적 성질, 금형의 형상, 소재의 형상, 경계조건 등을 일반적으로 고려하고 보다 정확한 주름의 발생 및 주름 형상을 예측하기 위해, 유한요소 해석에 분기이론을 도입하였다. 그리고 개선된 Yoshida Buckling Test 에서의 주름발생을 해석하였다.

소재가 금형에 접촉하지 않는 영역에서는 일반적으로 Kim 등이 제안한 방법을 쉽게 적용할 수 있다. 그러나 원통형 컵 디프드로잉에서의 주름과 같이 접촉이 있는 곳에서 발생하는 주름에 대해서는 분기이론을 적용하는 데 어려움이 있다. 본 연구에서는 이를 극복하

\* 한국과학기술원 기계공학과

\*\* LG 생산기술원

기위한 방법을 제안하고 주름이 발생을 해석하였다.

## 2. 쉘 유한요소 수식화

본 장에서는 대변위 대변형을 고려하여 CBR 쉘 요소를 수식화 하였다. 응축 쉘과 응축 쉘로부터 CBR 쉘로 유도하는 여러 가지 방법은 Stanley[11]의 논문에서 자세히 기술되어 있다. 본 연구에서는 Stanley에 의해 연구된 비선형 탄성 CBR 쉘 이론을 평면 이방성을 고려하는 탄소성 해석에 확장한 Yoon 등[12]의 수식화에 기초하였다. 수식화는 전 스텝에서의 수렴 결과를 현재 스텝 계산의 기준으로 하는 updated Lagrangian 방법을 이용하였다.

shear와 워핑 응동성(flexibility) 및 박판 성형 공정의 형상 변화 효과의 효율적인 고려를 위해 fiber의 회전을 고려하여 Yoon 등[12]이 개발한 Continuum Based 쉘(응축쉘) 요소를 이용하였다.

## 3. 좌굴의 해석

분기 좌굴이 발생하는 문제에서는 해의 경로가 분기점에 도달하면 강성행렬이 특이성(singularity)을 가지게 되고, 보통의 Newton-Raphson 방법으로는 해석을 진행할 수 없게 된다. Riks[13]는 정확하게 분기점을 찾고 또 그 점에서부터 2차 경로(secondary path)를 따라 해석을 진행시키는 연속진행방법(continuation method)을 제안하였다. 연속진행방법으로 해석을 진행하면 정확하게 좌굴 하중을 계산할 수 있고 또한 좌굴 후의 거동도 해석이 가능하다. 본 연구에서는 연속 진행 방법과 변위 증분법에 기초하여 박판성형 공정에서 발생하는 주름을 해석하고자 한다.

분기 좌굴이 발생하는 점을 지나서 구해지는 해는 1차 경로(primary path)가 아닌 2차 경로(secondary path)를 따라가야 한다. 1차 경로를 따르는 해도 에너지 함수(functional)를 최소화 불안정한 상태이기 때문이다. 분기점에서 2차 경로를 따르는 해의 증분 추측값은 다음과 같이 놓을 수 있다[14].

$$\Delta u^s = a(\Delta u^p + bv) \quad (1)$$

여기에서  $a$ 는 0보다 큰 임의의 실수이고,  $v$ 는 분기점에서의 eigenvector이다. 식(7)에서 1차 경로를 따르는 해  $\Delta u^p$ 와 2차 경로를 따르는 해  $\Delta u^s$ 는 수직이어야 한다는 조건으로부터  $b$ 를 계산할 수 있다.

$$b = -\frac{\Delta u^p \cdot \Delta u^p}{\Delta u^p \cdot v} \quad (2)$$

식(8)에서 1차 경로와 eigenvector가 수직이면  $b$ 의 계산이 불가능해진다. 그리고 본 연구에서 해석을 수행하고자 하는 분기 좌굴 예제는 모두 이와 같이 eigenvector와 1차 경로가 수직이기 때문에 다음과 같이 간단하게 하였다.

$$\Delta u^s = av \quad (3)$$

해의 경로가 분기점에 도달하면 식(9)에서 구한  $\Delta u^s$ 를 초기 추측치로 설정하고 축차를 계속하여 2차 경로를 따라 해가 진행되도록 하였다.

## 4. 원통형 컵 디프드로잉에서의 주름발생해석

역학적으로 볼 때 완전이 평면인 소재는 아주 작은 구속력만 있어도 좌굴이 발생할 수 없다. 원통형 컵

디프드로잉에서도 소재의 플랜지 부분이 평면으로 남아 있고 다이와 블랭크 홀더로부터 구속을 받으면 주름이 발생할 수 없다. 그러므로 주름이 발생하기 위해서는 다이와 블랭크 홀더로부터 구속이 없어지거나 평면이 아닌 상태로 변형이 이루어져야 한다. 하지만 등방성이나 수직 이방성 재료는 축대칭으로 변형을 하기 때문에 평면이 아닌 상태로 변형이 되어도 좌굴이 발생하기 어렵다. 그래서 Fig.1에 보인 바와 같이 소재에 가해지는 구속조건이 없어지는 것에 의해서 주름이 발생될 수 있다. 드로잉이 되면서 소재의 가장자리 부분이 두꺼워지면 다이 반경부와 가장자리 사이의 소재는 비접촉 상태로 될 수 있다. 그리고 또한 소재에 의한 반력이 블랭크홀더보다 커지면 다이와 블랭크홀더의 틈새가 커져서 비접촉 상태가 될 수 있다.

이와 같은 현상에 의해 구속조건이 없어질 수 있도록 하기 위해 접촉 처리시 소재의 두께를 고려하여 양면 접촉을 하였다. 그리고 또한 블랭크 홀더력이 일정하게 유지되도록 틈새를 조절하였다.

Fig.2는 분기좌굴이론을 유한요소 해석에 도입하여 주름의 발생을 해석한 결과를 보여주고 있다. 편치형

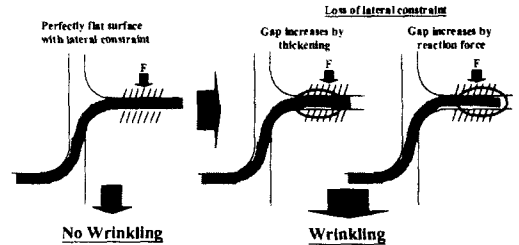


Fig.1 The loss of lateral constraints on the flange

경 13 mm에서 처음 분기가 일어났지만 블랭크 홀더에 의해 구속이 되었기 때문에 주름이 바로 발생하지는 않았다. 편치형이 17 mm에서는 3번째로 분기가 발생했고 그때의 좌굴 모드로 주름이 발생했음을 알 수 있다. 첫번째와 두 번째 분기 모드를 자세히 관찰해 보면 소재의 가장자리 부분에서는 주름모드가 발생하지 않았음을 알 수 있다. 이것은 가장자리 부분이 접촉되어 있고(Fig.3) 또한 벌칙 접촉처리에 의해 변위가 구속되었기 때문으로 사료된다. 그렇기 때문에 첫번째와 두 번째 분기 모드는 실제로 발생할 수 있는 주름 모드와는 크게 다르게 나타나고 있다. 그러나 실제로 접촉압력을 살펴보면 가장자리 부분의 접촉 압력은 매우 낮음을 알 수 있다.(Fig.3)

이와 같은 문제를 해결하기 위해 접촉은 되고 있지만 접촉력이 매우 작아서 실제로 변형에 영향을 주지 않는 질점에 대해서는 비접촉으로 하여 분기 모드를 계산하였다. 계산된 분기 모드가 새로운 초기 예측치(initial guess)로 이용이 되기 때문에 발생한 주름에 영향을 줄 수 있기 때문이다. 수정된 접촉조건은 다음과 같이 처리하였다.

$$\begin{aligned} P_n > P_c & : \text{Contact} \\ P_n < P_c & : \text{Free} \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서  $P_n$ 은 접촉점에서의 접촉 압력이고  $P_c$ 은 판단기준 압력이다. 박판성형 공정에서 변형에 영향을 주지 않는 임계 접촉 압력은 공정의 특징에 따라 일반적으로 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$P_c = \lambda P_{rp} \quad (5)$$

여기에서  $P_{rp}$ 는 기준이 되는 대표값 이고  $\lambda$ 는 적절히 선택해 주어야 할 상수이다. 접촉된 절점을 비접촉으로 처리하는 판단 기준을 선택하기 위해 모든 절점에 가해지는 접촉 압력을 도수분포표로 나타내 보았다.(Fig.4) 플랜지부의 접촉과 관련이 되어 있으므로 홀더에 가해지는 최대 접촉압력을 대표값으로 선택하였다. 그리고 소재의 가장자리 부분의 접촉압력은 그에 비해 0.1 보다 작으므로  $\lambda$ 는 0.1로 설정하였다.

Fig.5는 이와 같이 접촉조건을 수정하여 주름의 발생을 해석한 결과를 보여주고 있다. Fig.2의 경우와는 달리 펀치행정 5mm 일 때 첫번째 분기가 발생했다. 그리고 역시 볼랭크홀더에 의한 구속으로 인해 주름이 발생하지는 않았고, 펀치행정 8.5mm, 12.5mm, 그리고 18 mm에서 계속해서 분기가 일어났다. 펀치행정이 증가함에 따라 분기모드에서 주름의 수가 증가하고 있음을 알 수 있다. 최종적인 주름은 펀치행정 18mm에서 발생한 분기모드를 따라 발생하였다. 지금까지의 결과로 볼 때 접촉조건을 수정하여 계산한 주름의 발생이 보다 우수한 그리고 역학적으로 예측이 되는 결과를 얻을 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 보다 정확하게 주름의 발생과 주름 형상을 알아보기 위해 Riks[13]가 제안한 분기이론을 박판성형공정의 유한요소 해석에 도입하였다. 플랜지부에서의 주름의 발생을 가능하게 하기 위하여 두께를 고려하여 양면 접촉처리를 하였고, 볼랭크 홀더력을 일정하게 유지시키기 위해 다이와 볼랭크 홀더 사이의 틈새를 조절하였다.

그리고, 접촉영역에서 발생하는 주름에 대해 보다 실제적인 해석을 수행하기 위해 수정된 접촉처리방법을 도입하였다. 제안된 방법으로 원통형 컵 디프드로잉에서의 주름의 발생을 해석하여 주름의 발생 메커니즘을 파악하였다.

## References

- [1] D. J. Yoo, I. S. Song, D.Y. Yang, and J. H. Lee, *Int. J. Mech. Sci.*, 1994, vol. 36, pp.513-546
- [2] J. Proubet, *J. Mater. Process. Technol.*, 1994, vol. 45, pp.223-228
- [3] K. Nakamura and T. Nakagawa, 1984, *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, vol. 25, pp.831-838
- [4] L. C. Zhang and T. X. Yu, *J. Mater. Process. Technol.*, 1991, vol. 28, pp.321-334
- [5] N. Yamaki, *J. Appl. Mech.*, 1958, vol. 25, pp.267-273
- [6] T. X. Yu and W. Johnson, *Int. J. Mech. Sci.*, 1982, vol. 24, pp.175-188
- [7] Y. Tomita and A. Shindo, *Int. J. Mech. Sci.*, 1988, vol. 30, pp.921-931
- [8] K. Yoshida, *J. Jpn. Soc. Techn. Plasticity*, 1983, vol. 24, pp.901
- [9] J. Cao & M. C. Boyce, 1995, *Proceedings of NUMIFORM'95*, A. A. Balkema, Rotterdam, 675-679
- [10] J.B.Kim, J.W.Yoon and D.Y.Yang, *Int. J. Mech. Sci.*, 1999, submitted
- [11] G. Stanley, Ph.D Thesis, 1985, Stanford University

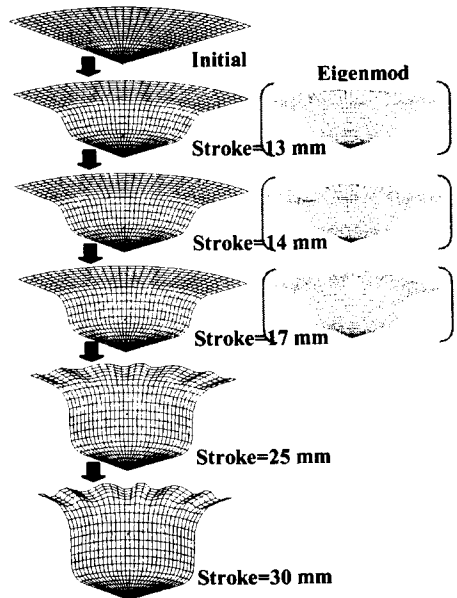


Fig.2 Wrinkling Initiation and Growth

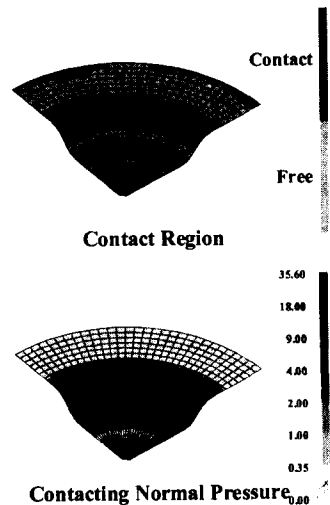
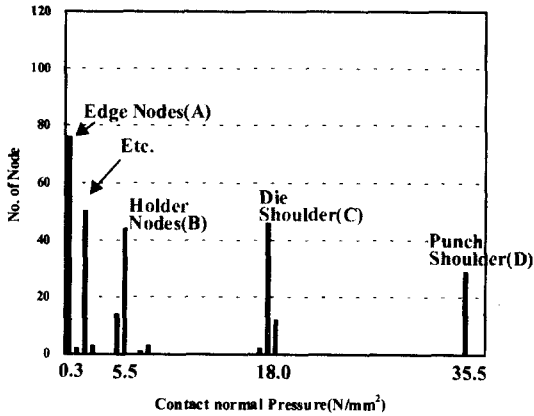
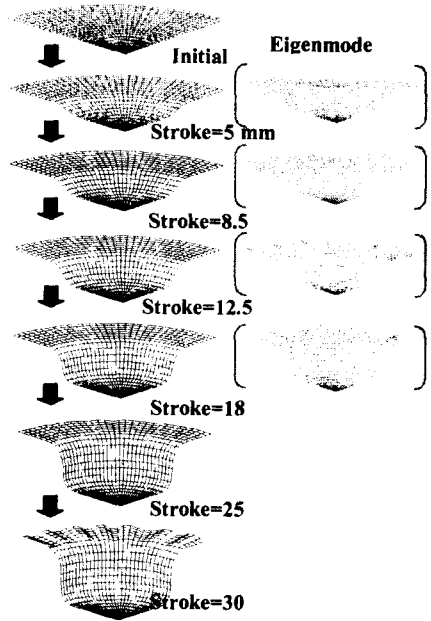


Fig.3 Contact region and contacting normal pressure(Stroke = 13 mm, MPa)

- [12] J.W.Yoon, D.Y.Yang, K.Chung and F.Barlat, Int. J. of Plasticity, 1999 in print.
- [13] E. Ricks, 1979, Int. J. Solids Structures, 1979, vol. 15, pp.529-551
- [14] H.S.Lee, D.W.Jung, J.-H.Jeong and S.Im, Comp. & Struct., 1994, vol. 53, pp.1357-1371



**Fig.4 Histogram of contacting normal pressure**



**Fig.5 Wrinkling initiation and growth (modified contact treatment)**