

강소성 유한요소해석과 반응표면분석법을 이용한 박판성형공정에서의 드로우 비드력 최적설계

김세호*, 허 훈*, Akira Tezuka**

Optimum Design of Draw-bead Force in Sheet Metal Stamping using Rigid-plastic FEM and Response Surface Methodology

Se-Ho Kim*, Hoon Huh* and Akira Tezuka**

Abstract

Design optimization is performed to calculate the draw-bead force for satisfying the given design requirements. For an analysis tool, a rigid-plastic finite element method with modified membrane element is adopted. Response surface methodology is utilized for constructing the approximation surface for the optimum searching of draw bead force in sheet metal forming process. The algorithm developed is applied to a design of the draw bead forces in a deep drawing process. The results show that the design of process parameters is applicable in complex metal forming analysis. It is also noted that the present algorithm enhances the stable optimum solution with small times of optimization iteration.

Key Words: sheet metal forming process, process parameters, optimization, draw-bead forces, response surface methodology

1. 서론

1970년대 이후부터 시작된 성형공정 분야의 유한요소해석은 산업현장의 여러 분야에서 유용한 정보를 제공하고 있다. 유한요소해석을 이용할 경우 주로 변형형상, 응력 및 변형률 분포, 하중 및 파단과 주름 발생 등의 불안정성 등을 예측할 수 있다. 그러나, 불량이 없으며 설계사양을 만족하는 제품을 얻기 위해서는 유한요소법을 이용한 설계를 하는 경우에도 상당히 많은 시행오차를 거쳐야 적절한 공정변수를 구할 수 있다. 특히 박판 성형공정에서는 상당히 많은 공정변수가 제품의 품질에 영향을 주기 때문에 최적의 공정변수를 결정하는 것은 매우 어려운 일이며 현재까지도 시행오차에 의한 공정변수 결정이 시도되고 있다.

본 연구에서는 최적화 이론을 박판성형공정의 유한요소해석에 도입하여 최적의 공정변수를 직접 계산하도록 하였다. 유한요소해석에서는 굽힘

을 고려한 개량박막요소와 자연환류좌표계를 이용하였으며 재료는 평면이방성 강소성 재료로 모델링하였다[1]. 최적화 이론으로는 반응표면분석법(Response Surface Methodology) [2]을 이용하였다. 이상의 이론을 바탕으로 박판성형에서 중요한 공정변수 중 하나인 최적의 비드력을 구하는 문제를 해석하여 제안된 설계 시스템의 유용성을 입증하였다.

2. 강소성 유한요소법

강소성 박판 성형해석의 지배 방정식을 가상일의 원리로부터 구하면 다음과 같다.

$$\int_V \sigma_{ij}^n \delta \epsilon_{ij} dV = \int_V f^i \delta u_i dV + \int_A t^i \delta u_i dA \quad (1)$$

박막요소에서의 굽힘 에너지를 고려하기 위하여 변형률 성분을 다음과 같이 박막 변형률과 굽힘 변형률 성분으로 분리하여 기술할 수 있다[1].

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^m + \epsilon_{ij}^b \quad (2)$$

본 연구에서는 냉연재료의 평면 이방성을 고려하기 위하여 Hill의 항복함수를 채택하였다.

자연 환류좌표계를 이용하여 유도된 가상일의

* 한국과학기술원 기계공학과

** 日本 機械技術研究所

항을 4 절점 박막 유한요소로 유한차원 근사화하면 다음과 같은 행렬방정식을 얻게 된다.

$$\mathbf{Q}^m(\mathbf{U}) + \mathbf{Q}^b(\mathbf{U}) = \mathbf{F} \quad (3)$$

식(3)은 변위벡터 \mathbf{U} 에 대한 비선형 함수이다. 이 비선형식의 해를 구하기 위하여 뉴턴-랩슨 축차법을 이용한 내연적 해석이 사용되었다.

3. 공정변수설계 개념

3.1. 최적화 이론

2장에서 유도된 유한요소해석으로부터 최종제품의 형상과 변형률의 분포 등의 정보를 얻을 수 있다. 그러나, 불량없이 원하는 형상의 제품을 얻기 위해서는 유한요소해석 이외에 최적의 공정변수를 계산하는 수법을 도입하는 것이 필요하다.

설계변수(공정변수) \mathbf{p} 에 대한 최적화 과정은 다음과 같은 목적함수의 최소화로 표현되며, 변형문제 해석시의 평형 방정식과는 달리 공정변수를 계산하기 위한 목적함수는 설계자의 요구에 따라 결정된다.

$$\min. \quad \Phi(\mathbf{s}(\mathbf{p}) - \tilde{\mathbf{s}}) \quad (4a)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{p} \geq 0 \quad (4b)$$

$$\mathbf{s} \leq \mathbf{s}_c \quad \text{in } \Omega_c \quad (4c)$$

여기서, \mathbf{s} 와 $\tilde{\mathbf{s}}$ 는 각각 해석에서 구한 상태변수 값과 설계자에 의하여 요구되는 상태변수의 값이다. 일반적으로 박판 성형 공정에서 고려할 수 있는 공정변수인 블랭크 홀딩력이나 비드력은 양의 값을 가져야 하므로, 식(4b)의 조건이 부과되며, 상태변수의 제한조건도 식(4c)와 같은 형태로 표현되게 된다.

제한 최소화 문제를 풀기 위한 수법으로는 여러 가지가 있지만, 대부분의 방법은 설계변수에 대한 목적함수의 민감도 계산을 바탕으로 하는 방식을 사용하고 있다. 이러한 민감도 해석의 경우에는 현재 최적화 과정의 민감도만을 알 수 있으므로 국소 최소값으로 수렴되어 잘못된 결과를 보일 가능성이 있다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 없애기 위하여 반응표면분석법을 최적화 도구로 사용하였다. 최적화를 위한 프로그램으로는 상용 소프트웨어인 AMDESS [2]를 이용하였다.

3.2. 공정변수 설계 기법

Fig. 1은 유한요소해석과 반응표면분석법을 이용하여 최적의 공정변수를 결정하는 과정을 나타낸 것이다. 먼저 주어진 공정변수에 대하여 유한요소해석을 수행하고 최종형상과 변형률 분포를 구한다. 유한요소해석의 결과로부터 설계자가 원하는 목적함수와 구속조건을 계산할 수 있다. 마지막으로 목적함수와 구속조건을 이용하여 반응표면분석법으로 최적의 공정변수를 찾는 탐색을 수행하고, 목적함수의 변화가 충분히 작으면 수렴으로 판단하여 탐색을 중지하며, 그렇지 않을 경우 공정변수를 갱신하고 위의 과정을 반복한다.

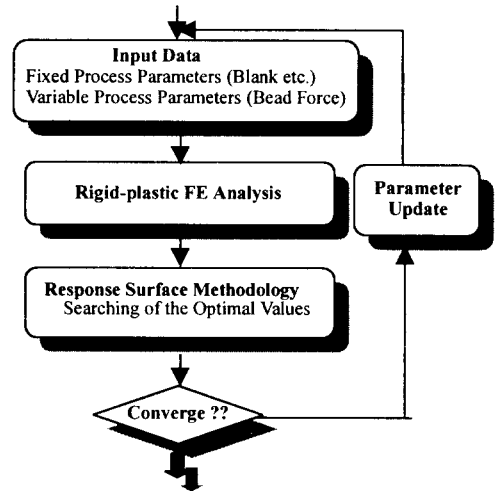


Fig. 1. Schematic diagram of the decision procedures of the process parameters

4. 수치예제

드로우 비드는 성형시 재료의 유입량을 조절하여 제품의 강도와 내덴트성을 높이고 경우에 따라서는 주름의 발생을 억제하는 역할을 한다. 그러나, 비드의 설치는 대부분 경험에 의존하고 있기 때문에 많은 시행착오를 거쳐야 하는 실정이다. 따라서, 본 연구에서는 시행오차 없이 해석에 의해서 드로우 비드력과 같은 공정변수를 직접 계산하는 해석을 수행하였다.

목적함수와 구속조건을 구성하기 위해서는 상태변수의 선정이 필요하다. 본 연구에서는 박판 성형공정에서 유용한 도구로 사용되고 있는 변형

한계도상의 주변형률의 분포를 상태변수로 선정하여 목적함수와 구속조건을 구성하였다.

Fig. 2에 도시한 직사각형을 성형하고자 할 때, 단축방향의 변형은 인장변형 없이 대부분 굽힘변형만을 받게 되기 때문에 가공후의 스프링백과 덴트등의 문제가 생길 수 있는 가능성이 있다. 따라서, 이같은 문제를 제거하기 위하여 장축방향을 따라 드로우 비드를 설치하는 것이 좋은 해결책이 될 수 있다.

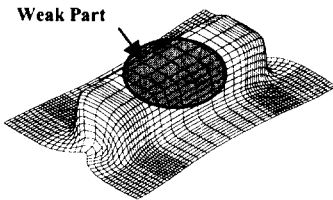


Fig. 2. Shape of the final product of a rectangular cup drawing

실제 유한요소해석상에서 비드를 직접적으로 고려하는 연구결과가 보고되고 있으나 대부분의 내연적 해석에서는 수렴상의 어려움과 계산시간 등의 문제로 인해 등가 비드요소 및 비드력의 부과로 비드부의 근사해석을 수행하고 있다. 본 연구에서도 비드를 선요소와 절점으로 근사화하고 해당 비드 절점위에 비드력을 부과함으로써 근사 해석을 수행하였다. 절점사이의 단위 길이당 비드력은 아래와 같이 선형식으로 표현하였다.

$$p = \frac{s}{L_{i,i+1}} p_i + \left(1 - \frac{s}{L_{i,i+1}}\right) p_{i+1}, \text{ N/mm}, 0 \leq s \leq L_{i,i+1} \quad (5)$$

여기서, $L_{i,i+1}$ 는 절점 i 와 $i+1$ 사이의 거리이며, s 는 절점 i 에 대한 임의의 위치이고, p_i, p_{i+1} 는 각각 $s, i, i+1$ 에서의 단위길이당 비드력이다. 식(5)와 비드선 및 블랭크의 유한요소 간의 기하학적 관계를 이용하면 유한요소 절점에서의 상당 비드력을 구할 수 있게 된다.

해석에 사용된 재료는 자동차 차체용 냉연강판이며 재료의 물성치와 성형조건은 아래와 같다.

응력-변형률 관계 : $\bar{\sigma} = 576(0.0009 + \bar{\epsilon})^{0.274}$ MPa

이방성 계수 : $r_0 = 1.833, r_{15} = 1.434, r_{90} = 2.016$

초기 박판 두께 : $t = 0.69$ mm

마찰 계수 : $\mu = 0.15$

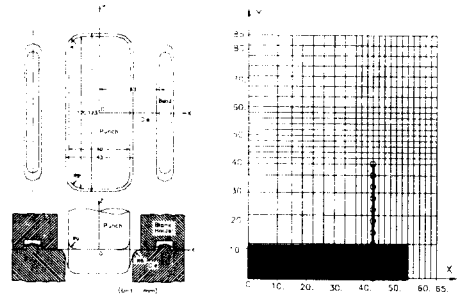


Fig. 3. Schematic diagram of the tools, initial mesh system and the bead segments

블랭크에는 529 개의 절점과 484 개의 요소를 사용하였다. 비드는 10 개의 선요소와 11 개의 비드 절점으로 근사하였다. Fig. 3에는 초기 블랭크 형상과 등가 비드의 모델을 변형률 분포를 조절하고자 하는 부위의 요소와 함께 도시하였다.

최적화 문제에서는 등가 비드의 각 절점에 부과되는 단위길이당 비드력을 구하고자 하는 실제변수 p 로 설정하였으며, 목적함수는 다음 식과 같이 정의하였다.

$$\min. \Phi(E_i, p) = \int_{\Omega} (E_i - \tilde{E}_i)^2 d\Omega \quad (6a)$$

$$\text{subject to } p \geq 0 \quad (6b)$$

$$E_i < \tilde{E}_c \quad (6c)$$

여기서, \tilde{E}_i 은 주변형률의 목표선으로서 다음과 같이 변형한계도상의 직선으로 표시하였으며, E_0 는 예제에서 5%로 정하였다.

$$\tilde{E}_i = -E_2 + E_0 \quad \text{if } E_2 \leq 0 \quad (7)$$

$$\tilde{E}_i = E_2 + E_0 \quad \text{if } E_2 > 0$$

식(6c)는 성형중에 주변형률이 제한선을 초과하지 않도록 하는 구속조건으로 파단을 방지하는 조건을 의미한다. \tilde{E}_c 는 식(7)과 비슷한 방법으로 정의할 수 있으며, E_{c0} 는 30%로 정하였다.

$$\tilde{E}_c = -E_2 + E_{c0} \quad \text{if } E_2 \leq 0 \quad (8)$$

$$\tilde{E}_c = E_2 + E_{c0} \quad \text{if } E_2 > 0$$

위와 같은 목적함수와 제한조건을 이용하여 이 목적함수를 최소가 되도록 3 장의 최적화 기법을 이용하여 상당 비드력을 계산하였다.

설계변수의 개수가 n 인 문제에서 반응표면분석을 위한 초기 반응곡면을 구축하기 위해서는 $2n+1$ 번의 직행문제의 반복 계산이 필요하다. 본 해석에서는 공정변수의 개수가 11 개이므로, 초기 근사곡면의 구축을 위해서 23 번의 해석을 수행하였다. 초기 해석의 조건으로서 전 비드면에 대해 50N/mm 의 일정한 비드력으로부터 $\pm 10\text{ N/mm}$ 의 섭동을 부과하여 각각의 해석을 수행하였다. Fig. 4 에 최적탐색 과정중의 국소 최소값에서의 등가 비드력의 분포를 도시하였다. 직사각컵의 중심부에서 좀더 큰 변형률을 얻어야 하므로 중심부의 비드력이 커져야 함을 예측할 수 있고, 예측과 유사한 비드력의 분포를 얻었음을 알 수 있다. 초기 추정값 23 회 포함 66 회의 직접계산으로 최적해를 얻었으며, 고려된 공정변수의 수가 많음을 고려할 때 상당히 작은 횟수의 반복계산으로 효율적으로 해를 얻었음을 알 수 있다.

Fig. 5 에서는 초기와 최적의 비드력을 주었을 때 조절하고자 하는 부위의 주변형률 분포를 변형 한계도상에 도시하였다. 최적의 비드력이 주어졌을 경우 가공후의 강도가 문제되던 부분의 낮은 변형률 분포를 목적선 주위로 끌어 올려 강도의 향상 효과를 얻을 수 있었다.

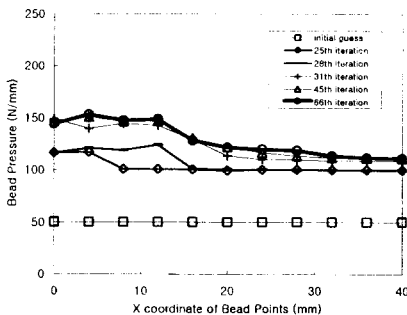


Fig. 4. Variation of the equivalent bead forces during optimization process

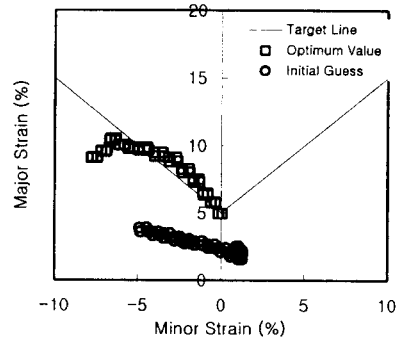


Fig. 5. Variation of the principal strain distribution during optimization process

4. 결론

본 연구에서는 시행오차 없이 박판성형 공정의 최적 공정변수를 직접 결정하기 위하여 최적설계 개념을 도입하였다. 직행문제의 해석을 위하여 3 차원 강소성 유한요소해석을 이용하였으며, 원하는 목적함수의 최소치 탐색의 방법으로는 반응표면분석법을 이용하였다. 이상의 이론으로 구성된 설계 시스템을 이용하여 직사각컵 성형공정에서의 최적의 비드력을 구하는 예제를 해석하였다. 예제의 해석으로부터 구하여진 비드력이 목적함수를 최소화하고 구속조건을 만족시켜 원하는 재질의 제품을 얻을 수 있음을 확인하였으며, 구하고자 하는 공정변수가 많은 경우에도 적은 횟수의 최적 반복 축차과정으로 최적값을 얻을 수 있음을 보였다.

참고문헌

- [1] H. Huh and T. H. Choi, "Modified Membrane Finite Element Formulation for Sheet Metal Forming Analysis of Planar Anisotropic Materials", *Int. J. Mech. Sci.*, (submitted).
- [2] AMDESS Users Manual Ver. 1.0, Quint Co. (1998).
- [3] L. Malvern, *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ (1969).