

변형체 접촉을 고려한 분말자석 단조성형공정의 유한요소해석

김승호*, 이형욱*, 허 훈*, 이충호**

Finite Element Analysis of Powdered Magnet Sinter-forging Processes considering Deformable Body Contact

Seung-Ho Kim*, Hyoung-Wook Lee*, Hoon Huh* and Choong-Ho Lee**

Abstract

Permanent magnets of Nd-Fe-B group have kept a key post in the permanent magnet market and used in various parts. Tube Process is a process to produce permanent magnets using a deformable tube for densification of powder magnets. Advantage claimed for this process is that it can accomplish both densification and anisotropication in one step forming. In this paper, the simulation has been carried out for a full Tube Process in a closed die considering the compressibility of material, arbitrary curved shape and deformable body contact between Nd-Fe-B powder magnet and copper tube. The results show that the analysis of Tube Process is applicable with great help in the stage of preform design.

Key Words : Tube Process (튜브제조법), Powdered Magnet (분말자석), Deformable body contact (변형체 접촉)

1. 서론

Nd-Fe-B 계 영구자석은 1984년 처음으로 상품화된 이후 세계 영구자석 시장을 선도하는 중요한 강자성 재료로 부상하여 꾸준한 발전을 지속해오고 있고, 향후에도 지속적인 성장이 전망되고 있는 분야이다. Nd-Fe-B 계 자석의 대표적 제조 방법에는 벌크자석의 제조에 유리한 소결법과 이방성을 가진 자석의 제조에 유리한 GM Process 및 고에너지 수지 자석의 제조가 가능한 HDDR 법 등이 있고, 국내에서 개발된 튜브제조법(Tube Process)이 있다^[1]. 튜브제조법은 변형 가능한 튜브 안에 분말 자석을 넣은 후 밀폐 금형하에서 소결단조공정을 통해 자석을 제조하는 방식으로, 기존의 방법들과는 다르게 치밀화와 이방화를 한번에 수행할 수 있는 제조법이다. 일반적으로 곡면 형상의 자석을 생산하고 높이 감소율이 70%까지 수행되어야 하는 공정이므로, 튜브의 접합 현상을 감소시키고, 균일한 치밀화가 가능하도록 하는 예비성형체가 필수인 제조법이다^[1]. 유한요소 해석을 사용하면 예비성형체의 설계에 소요되는 시간과 비용을 줄일수 있으나, 곡면형상 및 분말자석의 압축성을 고려해야 하고, 튜브와 분말자석사이의

접촉과 성형체와 밀폐 금형사이의 접촉을 동시에 고려해야 하기 때문에 해석하기가 쉽지 않은 문제이다. 본 논문에서는 유한요소 격자 방법을 사용하여 곡면형상의 금형을 표현하였고, 압축특성을 사용하여 분말자석의 압축성을 고려하였으며, 강제 접촉은 경사경계조건을 사용하여, 변형체 접촉은 라그랑지 승수법을 사용하여 처리하였다. 간단한 평면 사각형 자석을 해석하여 프로그램의 유효성을 확인하였고, EHPS(Electro-Hydraulic Power Steering)용 원통형 자석의 전 성형공정을 해석해 보았다.

2. 이론적 전개

2.1 지배방정식

분말재료의 항복조건식을 편차응력의 제 2차 불변항 J_2 의 항과 응력텐서의 제 1차 불변항 J_1 의 항 및 항복 응력의 항으로 나타내면 다음과 같다^[2].

$$f(\sigma_{ij}) = A J_2 + B J_1^2 = \eta Y_0^2 = \bar{\sigma}^2 \quad (1)$$

여기서 Y_0 는 매트릭스 소재의 단축 방향 항복 응력이고 $\bar{\sigma}$ 는 분말재료의 유효 응력, η , A, B 는 상대밀도의 함수이다. 단축 응력 상태인 경우의 구성방정식은 다음과 같다^[3].

* 한국과학기술원 기계공학과

** Northwestern University

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\tilde{\varepsilon}}{\sigma} \left\{ \frac{A}{2} \sigma_{ij} + \frac{3}{2} (3B-1) \sigma_m \delta_{ij} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon} \left\{ \frac{2}{A} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{3B-1}{6B(1-B)} \dot{\varepsilon}_v \delta_{ij} \right\} \quad (3)$$

여기서 σ_{ij} 는 응력 텐서, $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 는 변형률 속도 텐서,

$\tilde{\varepsilon}$ 는 P/M의 유효 변형률 속도, $\dot{\varepsilon}_v$ 는 체적 변형률 속도를 나타낸다. 단축응력 상태인 경우 유효 변형률 속도 및 체적 변형률 속도는 아래와 같이 표현된다.

$$\tilde{\varepsilon}^2 = \frac{2}{A} \dot{\varepsilon}'_{ij} \dot{\varepsilon}'_{ij} + \frac{\dot{\varepsilon}_v^2}{3(3-A)} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\dot{\varepsilon}_v = -\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dV}{V} = 9B\sigma_m \frac{\tilde{\varepsilon}}{\sigma} \quad (5)$$

여기서 σ_m 는 평균 응력, V 는 분말재료의 체적, ρ 는 상대 밀도이다

2.2 유한요소수식화

분말재료(P/M)의 소성포텐셜 에너지는 다음과 같은 범함수로 정의 할 수 있다^[3].

$$\tilde{\Phi} = \int_{\Omega} \tilde{\sigma} \delta \varepsilon d\Omega - \int_{\Gamma_r} \tilde{f}_i \delta v_i d\Gamma = 0 \quad (6)$$

압축특성법은 일반금속의 경우 분말재료 기본식을 수식화하여 소재에 어느 정도의 압축성을 허용함으로써 제약조건을 감소시켜 변수의 개수도 적고 수렴성이 좋다^[3]. 일반 금속 재료의 경우에도 상대 밀도를 0.999인 분말재료로 가정하면 좋은 결과를 얻을 수 있다고 보고되어 있다. 형상함수가 N 이고 절점의 속도벡터가 \mathbf{v} 라고 하면 요소의 속도장 \mathbf{u} 및 변형률 속도벡터는 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}^T \mathbf{v}, \quad \dot{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{v} \quad (7)$$

유효변형률속도는 다음과 같이 정의된다.

$$(\tilde{\varepsilon})^2 = \dot{\varepsilon}^T \mathbf{D} \dot{\varepsilon} = \mathbf{v}^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \quad (8)$$

여기서 행렬 \mathbf{P} 는 전단변형에너지항 \mathbf{P}_1 과 체적변형에너지항 \mathbf{P}_2 로 나누어지고 재료상수 항인 \mathbf{D} 도 \mathbf{D}_1 과 \mathbf{D}_2 로 다음과 같이 분리되어 진다.

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = \mathbf{B}^T \mathbf{D}_1 \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \mathbf{D}_2 \mathbf{B} \quad (9)$$

위의 관계식을 이용하여 식(6)을 유한요소근사화 해 보면 아래와 같은 결과를 얻을 수 있게 된다.

$$\sum_j \delta \mathbf{v}^T \left[\sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon} \mathbf{P}_1 \mathbf{v} d\Omega + \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon} \mathbf{P}_2 \mathbf{v} d\Omega \right]$$

$$- \sum_{e=1}^{E_1} \int_{\Gamma_{e,f}} \mathbf{N} \mathbf{f} d\Gamma \Big]_j = 0 \quad (10)$$

i 번째 성분의 포텐셜에너지 Φ_i 는 아래와 같이 표현된다.

$$\Phi_i = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon} P_{1ij} v_j d\Omega + \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon} P_{2ij} v_j d\Omega - \sum_{e=1}^{E_1} \int_{\Gamma_{e,f}} N_{ij} f_j d\Gamma = 0 \quad (11)$$

본 논문에서는 뉴턴-랩슨 축차법을 사용하여 포텐셜에너지를 최소화하는 속도장을 구하였다.

2.3 곡면형의 표현 및 접촉처리에 관한 수식화

입의 형상을 표현하기 위한 금형면의 표현 방법은 매개변수 격자 방법, 매개변수 패치 방법, 유한요소 격자 방법 등이 있다. 본 연구에서는 접촉 및 탐색처리가 비교적 쉽고, 데이터량이 상대적으로 작은 유한요소 격자 방법^[4]을 사용하였다. 삼각형 선형요소를 사용하여 곡면의 형상을 표현할 경우 곡면의 처리 시에 요소를 많이 사용해야 하고, 특별한 탐색처리가 필요하지만, 복잡한 형상을 쉽게 구현할 수 있고, 계산이 편리하며, 데이터량이 작은 장점이 있다.

일반적으로 접촉문제는 벌칙법(Penalty Method)과 라그랑지 승수법(Lagrange Multiplier Method)를 이용하여 처리할 수 있다^[5]. 본 논문에서는 변형체 접촉을 처리하는데 있어서, 미지수와 계산용량은 벌칙법에 비해 증가하지만, 훨씬 안정된 수렴성을 보이는 라그랑지 승수법을 이용하여 처리하였고, 금형과 성형체 사이의 접촉은 경사경계 조건을 사용하여 처리하였다. 라그랑지 승수법은 아래식을 이용하여 두 재료간의 접촉을 처리한다^[5].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서 \mathbf{C} , $\boldsymbol{\lambda}$, \mathbf{Q} 는 각각 제한조건을 표현한 벡터, 라그랑지 승수, 간극함수를 의미한다.

변형체 접촉 문제에서는 주요소(Master Segment)가 강제 접촉에서의 금형과 유사한 역할을 하고, 종속절점(Slave node)이 접촉절점 역할을 한다. 경우에 따라서는 하나의 면에 주요소와 종속절점을 동시에 고려하여도 무방하다. 이때 주요소와 종속절점 사이의 대응관계가 Fig. 1과 같이 주어지면 식(13)과 같은 관계식을 고려할 수 있다.

$$\mathbf{F}(\mathbf{s}, \mathbf{t}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{P}_o - \mathbf{X}(\mathbf{s}, \mathbf{t}) - \boldsymbol{\lambda} \mathbf{n} = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{X}(s, t) = \sum_{\alpha=1}^4 N_{\alpha}(s, t) \mathbf{X}_{\alpha} \quad (13)$$

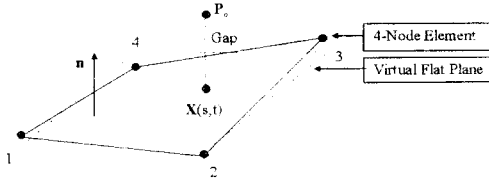


Fig.1 Schematic relation between the slave node and master segment.

여기서 \mathbf{n} 은 주요소의 수직벡터를 나타낸다. N_{α} 는 형상함수이며, s 와 t 는 형상함수의 국부좌표계 값이다. Fig. 2 에 주요소와 종속절점사이의 간격 및 변위를 도시하였다. 식(13)을 미분하여 뉴턴-랩슨 축차법을 적용하면 주요소와 종속절점 사이의 정확한 간극함수($g = \mathbf{Q}$)와 침투위치(s, t)를 알 수 있다. 정확한 간극함수(g)와 침투위치(s, t)를 알면, $\{\mathbf{C}\}\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{Q}\}$ 로 쓸 수 있으며, 아래의 식(15)로 변위와 간극함수를 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u}_m = \sum_{\alpha=1}^4 N_{\alpha}(s, t) \mathbf{u}_{\alpha} = \frac{1}{4}(1-s_m)(1-t_m)\mathbf{u}_1 + \frac{1}{4}(1+s_m)(1-t_m)\mathbf{u}_2 + \frac{1}{4}(1+s_m)(1+t_m)\mathbf{u}_3 + \frac{1}{4}(1-s_m)(1+t_m)\mathbf{u}_4 \quad (15-a)$$

$$\mathbf{g}_s^i = (\mathbf{u}_m^{i+1} - \mathbf{u}_s^{i+1}) \cdot \mathbf{n}^i \quad (15-b)$$

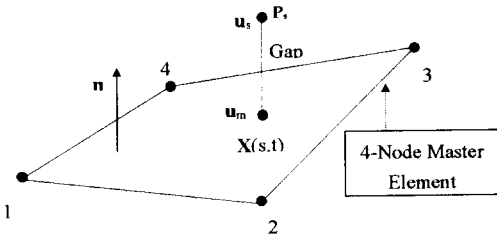


Fig.2 Schematic relation between the gap and the displacement.

식(15)를 이용하여 \mathbf{C} 를 식(16)과 같이 계산할 수 있다.

$$\{\mathbf{C}\} = \{N_1 n_x, N_1 n_y, N_1 n_z, N_2 n_x, N_2 n_y, N_2 n_z, N_3 n_x, N_3 n_y, N_3 n_z, N_4 n_x, N_4 n_y, N_4 n_z, -n_x, -n_y, -n_z\}_{1 \times 15} \quad (16-a)$$

$$\{\mathbf{U}\}^T = \{u_{1,x}, u_{1,y}, u_{1,z}, u_{2,x}, u_{2,y}, u_{2,z}, u_{3,x}, u_{3,y}, u_{3,z}, u_{4,x}, u_{4,y}, u_{4,z}, u_{s,x}, u_{s,y}, u_{s,z}\}_{1 \times 15} \quad (16-b)$$

$$\{\mathbf{Q}\} = \{\mathbf{g}^i\} \quad (16-c)$$

이때, 접촉절점 중 강제접촉을 같이 하는 절점

은 경사좌표로 변환하여 표현해야 한다. 이와 같이 종속절점과 주요소 사이의 관계식을 구성한 후 강성행렬과 외력항을 구성한다

3. 해석결과 및 고찰

본 논문에서는 먼저 2 절의 이론을 바탕으로 구성된 코드의 유효성을 확인하기 위하여 간단한 자석모형을 해석하였다. 해석에 사용된 자석은 초기 상대밀도를 실제 자석 제조시의 경우인 0.75 로 하였고, 구리는 강소성 재료로 간주하여 초기 상대밀도를 0.999 로 고정하여 해석을 수행하였다. 사용된 재료의 물성치는 자석 제조시의 온도인 700°C 에서 실험한 결과로 다음과 같다.

$$\text{구리} : \bar{\sigma} = 17.24 \bar{\epsilon}^{0.12} \quad (\text{MPa}) \quad (17-a)$$

$$\text{자석분말} : \bar{\sigma} = 89.497 \bar{\epsilon}^{0.215} \quad (\text{MPa}) \quad (17-b)$$

마찰 계수는 0.2 로 하였고, 기하학적 대칭성을 고려하여 전체모델의 1/4 만 8 절점 선형 연속체요소를 사용하여 해석하였다. 초기 격자구성과 치수, 금형의 형상을 Fig. 3 에 도시하였다.

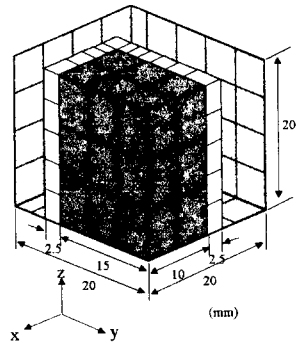
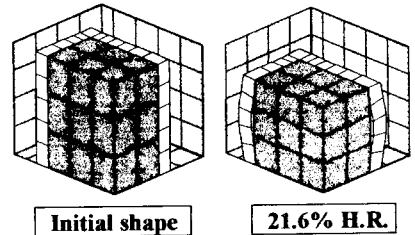


Fig. 3 Initial F.E. mesh and die geometry for simple model

높이에 따른 변형형상을 Fig. 4 에 도시하였다. 초기에는 재료 중간부분에서 자석과 튜브가 떨어지다가 해석이 진행될수록 재료가 금형을 채우고 있으며 튜브와 자석재료 사이의 변형체 접촉 처리가 원활히 되고 있음을 알 수 있다.



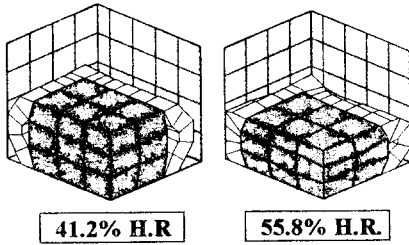


Fig. 4 Initial and deformed shape for simple model

다음으로, 튜브제조법을 이용하여 EHPS 용 자석의 전 성형공정의 해석을 수행하였는데 해석에 사용된 재료는 위의 단순모델과 같은 것을 사용하였다. EHPS 용 자석은 상부의 곡률 반경이 18.5mm, 하부의 곡률 반경이 21mm 인 원통형 자석으로 초기 예비성형체의 격자, 치수 및 곡률반경을 Fig. 5 에, 해석에 사용된 금형형상을 Fig. 6 에 도시하였다. 튜브의 접힘현상을 방지하고 균일한 치밀화를 위해 예비성형체의 측면에 경사를 주었다.

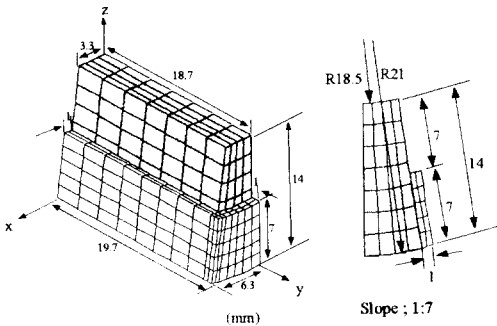


Fig. 5 Finite element mesh and dimension of preform for EHPS magnet model

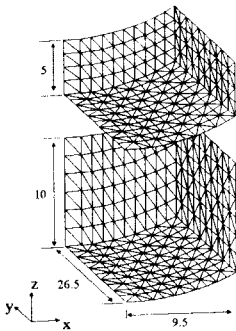


Fig. 6 Finite element geometry of the punch and die for EHPS magnet

높이감소에 따른 변형형상 및 상대밀도 분포를 Fig. 7 에 도시하였다.

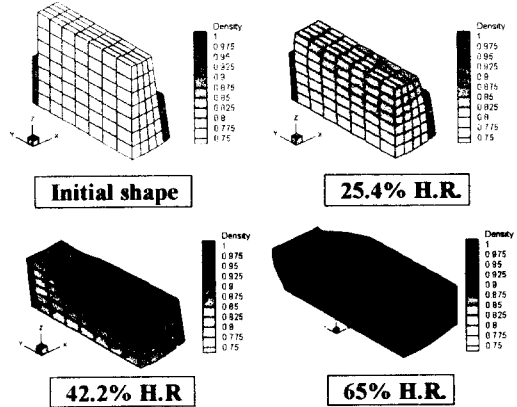


Fig. 7 Initial and deformed shape with relative density distribution for EHPS magnet model

4. 결론

본 논문에서는 분말자석의 압축성, 임의의 금형형상, 강제접촉 및 변형체 접촉을 모두 고려하여 튜브제조법의 성형공정을 해석하였다. 간단한 사각 모델을 통하여 해석의 유효성을 확인하였고, EHPS 용 자석의 성형공정을 해석하였다. 예비성형체의 설계 단계에서 유한요소 해석을 적용할 수 있음을 보여주었다.

참고문헌

- [1] 김승호, 이충호, 허훈, “곡면형상을 가지는 분말자석 단조성형공정에서의 예비성형체 설계”, 한국소성가공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 144-147 (1998).
- [2] S. Kobayashi, S.I. Oh and T. Altan, *Metal forming and the finite element method*, Oxford University Press (1989).
- [3] J. H. Moon, “Analysis of the three-dimensional forward extrusion of sintered powder metal”, Ph. D. Dissertation, KAIST (1992).
- [4] 허훈, 이충호, 김승호, 최토류 자석 Preform의 최적화 및 NEAR NET SHAPE 금형설계연구, 만도기계 수탁연구과제보고서 (1998).
- [5] Z.H. Zhong, *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*, Oxford Univ. Press (1993).