

# 하이브리드 박막/셸 방법을 이용한 박판성형공정의 스프링백 해석

윤정환\*, F. Pourboghra<sup>†</sup>, 정관수<sup>‡</sup>, 양동열<sup>§</sup>

## Spring-back prediction for sheet metal forming process using hybrid membrane/shell method

J.W. Yoon, F. Pourboghra, K. Chung, D.Y. Yang

### Abstract

To reduce the cost of finite element analyses for sheet forming, a 3D hybrid membrane/shell method has been developed to study the springback of anisotropic sheet metals. In the hybrid method, the bending strains and stresses were analytically calculated as post-processing, using incremental shapes of the sheet obtained previously from the membrane finite element analysis. To calculate springback, a shell finite element model was used to unload the final shape of the sheet obtained from the membrane code and the stresses and strains that were calculated analytically. For verification, the hybrid method was applied to predict the springback of a 2036-T4 aluminum square blank formed into a cylindrical cup. The springback predictions obtained with the hybrid method was in good agreement with results obtained using a full shell model to simulate both loading and unloading and the experimentally measured data. The CPU time saving with the hybrid method, over the full shell model, was 75% for the punch stretching problem.

**Key words:** Hybrid Membrane /Shell method, Springback, Plasticity, Anisotropy, Sheet Metal Forming.

### 1. 서론

박판성형공정의 수치해석을 실제 산업현장의 예제에 응용하기 위해서는 계산 시간의 단축이 절실히 요망되고 있다. 스트레칭이 지배적인 박판 성형품에 있어서는 박막요소를 이용한 해석이 효과적이며, 굽힘효과를 무시할 수 있다. 그러나, 굽힘이 지배적이 되면, 셸요소가 사용되며 이로 인해 계산시간이 크게 증가하게 된다. 굽힘이 동반된 해석에 있어서 계산시간을 줄이기 위해 하이브리드 박막/셸 방법에서는 굽힘효과를 박막요소의 중립면 해석결과를 근거로 두께방향으로 중첩하는 후처리 방법으로 두께 방향의 변형률을 얻게 되며, Jauman 응력 증분은 탄소성 구성방정식으로부터 계산된다.

하이브리드 박막/셸 방법을 이용한 스프링백 해석이 평면 변형과 축대칭 변형에 있어서 성공적으로 적용 되었다[1,2]. 언급된 참고문헌에서는 하이브리드 방법을 사용하는 것이 실험치와 잘 일치했으며, 중요한 것은 일반 셸요소를 사용한 스프링백의 해석보다 계산시간이 50-75 %정도 효과적이고, 요소수가 증가할수록 계산시간은 급격히 감소된 것으로 보고된 바 있다. 하이브리드 박막/셸 방법의 CPU시간 감소 이유는 (1) 성형 해석시 셸요소 대신

박막요소를 사용함으로써 절점당 자유도를 6에서 3으로 줄일 수 있고, (2) 내연적 해석에서 접선 강렬 행렬의 bandwidth를 줄일 수 있기 때문이다.

본 논문에서는 기존에 평면변형과 축대칭 예제에 적용되었던 하이브리드 박막/셸 방법을 3차원으로 확장 하였으며, 이를 위한 이론적 근거를 제시하였다. 개발된 코드의 정확성을 검증하기 위해 알루미늄 사각 블랭크를 원형 펀치로 성형하여 스프링백 하는 예제에 적용하여, 실험치 및 셸 해석 결과와 비교하였다.

### 2. 박막요소를 이용한 중립면의 해

하이브리드 박막/셸 방법은 다음과 같은 3단계로 구성되어 있다.

- i) 박막코드 : 모든 증분에 대한 중립면 절점해를 구함
- ii) 하이브리드 방법 : 두께방향의 응력계산
- iii) 셸요소 : 스프링-백 해석

일반적인 셸 이론에서는 위의 i)과 ii)의 과정은 성형해석 중 동시에 계산되게 된다. 그러나, 정확도를 유지하면서 계산시간을 줄이기 위해 하이브리드 박막/셸 방법을 이용하여 주어진 박막해를 기본으로

\* LG생산기술원 CAE Center

† Dept. of Mechanical Eng., Michigan State Univ., USA

‡ 서울대학교 섬유고분자 공학과

§ KAIST 기계공학과

후처리 방법으로 두께방향으로 적분점에서 응력을 생성하게 된다. 두께 방향의 모든 적분점에서 응력이 생성되게 되면, 쉘 요소를 이용하여 스프링백 해석을 할 수 있다. 따라서, 하이브리드 방법을 이용하기 위해서는 일단 박막해가 주어져야 한다.

가상일의 원리로부터, Updated Lagrangian 수식화에서 정적 weak form은 다음과 같이 주어진다.

$${}^{t_0+\Delta t}\delta\mathbf{W}_{\text{int}} = \int_{t_0+\Delta t, V} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta\boldsymbol{\varepsilon} \, dv = {}^{t_0+\Delta t}\delta\mathbf{W}_{\text{out}} \quad (1)$$

여기서  ${}^{t_0+\Delta t}\mathbf{V}$ 는 시간  $t_0 + \Delta t$ 에서의 부피이며,  $\boldsymbol{\sigma}$  and  $\delta\boldsymbol{\varepsilon}$ 는 각각  $t_0 + \Delta t$ 에서의 Cauchy-응력 텐서와 가상 변형률 텐서이다. 또한, 강소성 비압축성 재료에 있어서 응력장이  $t_0 + \Delta t$ 에서 평형을 이룰 필요충분조건은 다음과 같이 주어진다.

$${}^{t_0+\Delta t}\delta\mathbf{W}_{\text{int}} = \int_{t_0, V} {}^{t_0+\Delta t}\bar{\boldsymbol{\sigma}}\delta(\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) \, dv = {}^{t_0+\Delta t}\delta\mathbf{W}_{\text{out}} \quad (2)$$

식(1) 또는 식(2)를  $\bar{\mathbf{u}}$ 에 관해 선형화 하면 비선형 문제를 선형 문제의 반복과정으로 나타낼 수 있다. 만약 식(1)을 선형화하면 탄소성에 기초한 박막해가 얻어지며[3], 식(2)를 선형화 하면 강소성에 기초한 박막해가 얻어지게 된다[4]. 식(1) 또는 식(2)의 선형화된 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial {}^{t_0+\Delta t}\delta\mathbf{W}_{\text{int}}}{\partial \bar{\mathbf{u}}} \delta\Delta\bar{\mathbf{u}} = {}^{t_0+\Delta t}\delta\mathbf{W}_{\text{out}} - {}^{t_0+\Delta t}\delta\mathbf{W}_{\text{int}}(\bar{\mathbf{u}}) \quad (3)$$

식(3)은  $\bar{\mathbf{u}}$ 의 비선형 함수이며 Newton-Raphson방법을 이용하여 방정식을 풀게 된다.

### 3. 하이브리드 요소의 Kinematics

평면응력 수식화에서  $t_0$ 부터  $t_0 + \Delta t$ 까지의 증분에 대하여 변형 구배텐서( $\mathbf{F}$ )와 Cauchy 변형률 텐서( $\mathbf{C}$ )는 다음과 같다[5].

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} \text{ then } \mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F} \quad (4-a)$$

여기서

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^I} = \frac{\partial x_j}{\partial \bar{X}^I} \mathbf{e}_j \otimes {}^0\mathbf{e}_j^I \text{ (for } i = 1 \sim 3, j = 1 \sim 2) \quad (4-b)$$

Fig.1와 같이 (4-b)에서  $\mathbf{e}_j$ 와  $\mathbf{x}$ 는 각각 현재형상의 전체 Cartesian 좌표계에서 기저벡터와 위치벡터이다. 또한,  ${}^0\mathbf{e}_j^I$ 와  $\mathbf{X}^I$ 는 각각 기준형상의 co-rotational축에 기초한 기저벡터와 위치벡터이다. 요소내의 임의의 점에서 위치벡터,  $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}}\mathbf{n}$ 를 식(4-b)에 대입한

후 Kirchhoff 가정이 적용되면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^I} = \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^I} + \tilde{\mathbf{z}} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^I} \quad (5)$$

위치벡터식  $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}}\mathbf{n}$ 에서 수직벡터  $\mathbf{n}$ 은 변형하는 박판을 3차원 곡면으로 보간하여 얻었다[6]. 형상함수를 도입하면 절점값으로부터 요소내부의 임의의 점에서 변형 구배 텐서  $\mathbf{F}$ 는 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^I} = \sum_i^{\text{nodes}} \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}^I} (\bar{\mathbf{x}}_i + \tilde{\mathbf{z}}\mathbf{n}_i) \quad (6)$$

여기서 'nodes'는 요소내 절점수이다.

Cayley-Hamilton이론 (참고문헌 [7])을 사용하면 right-stretch 텐서( $\mathbf{U}$ )로 표현되는 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{U}^2 - I_u\mathbf{U} + II_u\mathbf{I} = 0 \quad (7-a)$$

여기서

$$I_u = \sqrt{II_c}, \quad II_u = \sqrt{I_c + 2\sqrt{II_c}} \quad (7-b)$$

$$I_c = C_{11} + C_{22}, \quad II_c = C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21} \quad (7-c)$$

식(7-b)와 식(7-c)에서  $I_u$  and  $II_u$ 는  $\mathbf{U}$ 의 주 불변량들이고,  $I_c$  and  $II_c$ 는  $\mathbf{C}$ 의 주 불변량들이다.

$\mathbf{U}^2 = \mathbf{C}$  관계를 이용하면, 식(7-a)는 다음과 같이 표현된다[5].

$$\mathbf{U} = I_u^{-1}(II_u\mathbf{I} + \mathbf{C}) \quad (8)$$

최소 소성일을 따르는 경로에 대하여 주축과 주진변형률의 비가 한 변형 증분 동안 변하지 않고 일정하다는 조건으로부터 다음과 같은 식이 유도된다[8].

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \left( \equiv \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \hat{\mathbf{D}}(t)dt \right) = \Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_L = \ln \mathbf{U} \quad (9)$$

여기서  $\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 는 대수 변형률 증분이다. “ $\hat{\cdot}$ ”는 기저벡터가 기준좌표로 표현되는 Lagrangian 양으로 객관성을 갖는다. Cauchy 응력 증분은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\mathbf{C}}^c \Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^c = \hat{\mathbf{C}}^c (\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} - \Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) \quad (10)$$

Jauman 응력 증분식 (10)의 계산은 참고문헌[5]의 탄소성 적분법을 이용하여 구하였다.

#### 4. 결과 및 토론

제안된 방법을 검증하기 위하여 하이브리드 박막/셸 방법을 알루미늄 2036-T4 사각형 블랭크를 원형 편치로 성형 후 스프링백하는 예제에 적용하였고, 기존의 실험치 [9] 및 셸 해석 결과와 비교하였다. 시뮬레이션에 개략도는 Fig.2와 같고, 대칭성에 의거하여, 1/4만 해석하였다.

성형해석 후 스프링백은 다음의 두가지 case에 대하여 계산하였다. 셸 모델에서는 참고문헌[5]의 코드를 사용하여 성형과 스프링백을 해석하였으며, 두께방향으로 5개의 적분점을 사용하였다. 하이브리드 방법에서 성형해석은 참고문헌[4]의 박막 해석코드를 이용하였으며, 본 연구에서 개발된 하이브리드 방법으로 두께방향으로 응력을 구한 후에 셸코드를 이용하여 스프링백을 해석하였다.

첫번째 스프링백 해석 스텝 (SPB1)에서는 단지 편치가 제거되며, 두번째 스프링백 단계(SPB1)에서 홀더 제거 후 트리밍을 통해 플랜지를 절단하게 된다.

Fig.3과 Fig.4는 트리밍전 각각 편치행정 7.62 mm와 20.32 mm에서 하이브리드 방법에 의해 구한 스프링백 후 형상을 보여주고 있다. Fig.5과 Fig.6는 트리밍 후 각각 편치행정 7.62 mm와 20.32 mm에서 하이브리드 방법에 의해 구한 스프링백 후 형상을 보여주고 있다. Table.1은 트리밍 후 Stevenson이 측정한 실험치와 셸 요소로 해석한 결과를 정리하였다.

Table 2에서는 하이브리드 방법과 셸 방법 사이에 CPU시간을 비교하였다. 하이브리드 방법은 HP-755 워크스테이션에서 1560 CPU초가 소요되었고, 두께 방향의 응력을 계산하기 위해 82단계의 증분을 사용하였다. 한편 셸 방법은 6180 CPU 초가 소요되었다. 따라서, 본 예제에서는 약 75 %의 계산시간이 절약되었음을 알 수 있다.

#### 5. 결론

3차원 하이브리드 박막/셸 방법을 개발되어 이방성 박판의 스프링백 해석에 적용하였다. 하이브리드방법으로부터 얻은 결과는 실험치 및 셸해석 결과와 잘 일치하였으며, 약 75 %의 계산시간을 단축할 수 있었다. 또한, 강소성 및 탄소성 박막코드로 두께 방향의 응력을 후처리방법으로 생성함으로써 스프링백을 해석할 수 있는 방법론을 제시하였다.

#### 참고문헌

- [1] F. Pourbhorat and E. Chu, Springback in plane strain stretch/draw sheet forming, *Int. J. Mech. Sci.*, **36**, 327 (1995).
- [2] F. Pourbhorat, J.W. Yoon and K. Chung, "A hybrid Membrane /Shell method for rapid estimation of springback of stamped anisotropic sheet metals. *Plasticity'97*, Juneau, Alaska, July, 14-18 (1997).
- [3] J.W. Yoon, D.Y. Yang, K. Chung and F. Barlat, A general elasto-plastic finite element formulation based on incremental deformation theory for planar anisotropy and its application to sheet metal forming, *Int. J. Plasticity*, **15**, 35 (1999).
- [4] J.W. Yoon, I.S. Song, D.Y. Yang, K. Chung and F. Barlat, Finite element method for sheet forming based on an anisotropic strain-rate potential and the convected coordinate system", *Int. J. of Mech. Sci.*, **37**, 733 (1995).
- [5] J.W. Yoon, D.Y. Yang and K. Chung, Elasto-plastic finite element method based on incremental deformation theory and continuum based shell elements for planar anisotropic sheet materials, *Comp. Methods in Appl. Mechanics & Eng.*, **174**, 23 (1999).
- [6] D.J. Yoo, I.S. Song, D.Y. Yang and J.H. Lee, Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes using continuous contact treatment and membrane elements incorporating bending effects, *Int. J. of Mech. Sci.*, **36**, 513 (1994).
- [7] T.C.T. Tang, Determination of  $C_{1/2}$ ,  $C_{-1/2}$  and more general isotropic tensor function of  $C$ , *J. of Elasticity*, **15**, 319 (1988).
- [8] K.Chung and O.Richmond, Deformation theory of plasticity based on minimum work paths, *Int. J. Plasticity*, **9**, 907 (1993).
- [9] R. Steveson, Springback in simple axisymmetric stampings, *Mettalurgical Transactions A*, **24A**, 925 (1993).

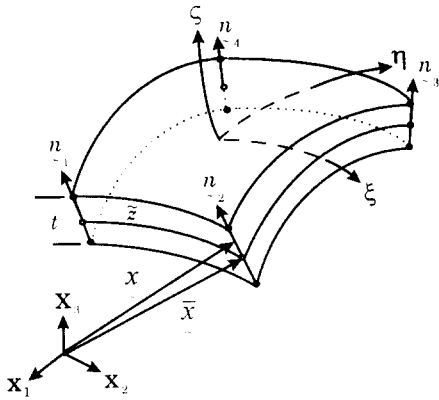


Fig.1 Schematic view of Kinematics for hybrid method

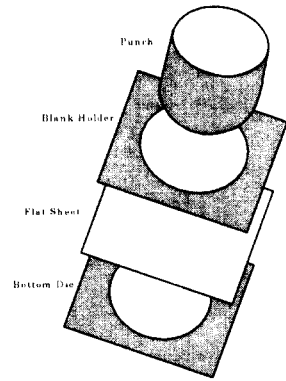


Fig.2 Schematic view of a deep drawing

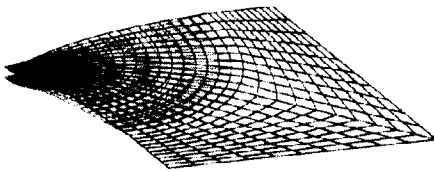


Fig.3 Deformed shape before and after unloading (before cutting) at the punch stroke of 7.62 mm

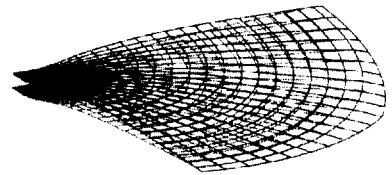


Fig.5 Deformed shape before and after unloading (after cutting) at the punch stroke of 7.62 mm

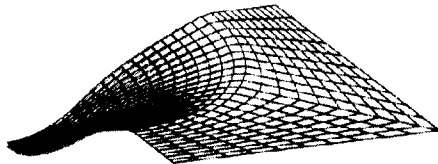


Fig.4 Deformed shape before and after unloading (before cutting) at the punch stroke of 20.32 mm

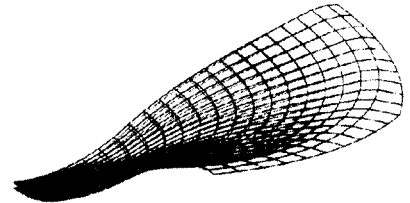


Fig.6 Deformed shape before and after unloading (before cutting) at the punch stroke of 20.32 mm

TABLE 1. A Comparison of Shell, Hybrid Method and Measured Springback Data

Max. Displace (mm)	SPB1 Hybrid (mm)	SPB1 Shell (mm)	SPB1 Exp. (mm)	SPB2 Hybrid (mm)	SPB2 Shell (mm)	SPB2 Exp. (mm)
-7.62	-5.69	-5.12	-5.23	-5.73	-5.15	-5.31
-20.30	-19.48	-19.17	-19.38	-19.47	-19.41	-19.30

TABLE 2. A CPU Time Comparison of Shell and Hybrid Method.

Method	CPU Loading (SEC)	CPU Unloading (SEC)	CPU Hybrid (SEC)	Total CPU (SEC)
Hybrid	1200	330	30	1560
Shell - 5 Intg. Pts.	6000	180	0	6180