

## 축대칭 박판 액압성형 공정의 유한요소 해석

정용희\*, 이성효\*, 김영탁\*\*

### Finite Element Analysis of Axisymmetric Sheet Hydroforming Processes

Y. H. Jeong\*, S. H. Lee\* and Y. T. Keum\*\*

#### Abstract

The sectional forming analysis program for analyzing the hydroforming processes of axisymmetric sheet parts was developed. The rigid-viscoplastic FEM formulation based on membrane theory was derived, which simultaneously solve force equilibrium as well as non-penetration condition. Hill's non-quadratic normal anisotropic yield theory(1979) was used for material behaviour. For describing the liquid pressure action, the flexible tool concept was introduced. Isotropic hardening law was also assumed. To verify the validity of the formulation, the stepped cup forming process as well as the hydrostatic bulging test were simulated. Simulation results agreed well with Finckenstein and experimental ones.

**Key Words** : Sectional Forming Analysis(단면성형해석), Sheet Hydroforming Processes(박판 액압성형 공정), Flexible Tool(가변형 금형), Rigid-Viscoplastic FEM(강점소성 유한요소법)

#### 1. 서론

액압성형법(hydroforming)은 부품 성형에 유압을 이용하는 공법으로 최근 ULSAB(Ultra Light Steel Automotive Body)의 일환으로 자동차 및 철강회사에 의해 크게 주목되어왔다. 기존의 스탬핑(stamping) 공정은 압수 한쌍의 금형으로 제품을 생산하기 때문에, 제품의 모양과 범위가 한정적이지만, 액압성형법은 액압이 한쪽 금형을 대신하기 때문에 다양한 디자인, 공정감소, 재료 절감, 제품 경량화 등의 장점을 갖고 있다. 그 중에서 박판 액압성형법은 펀치 대신 액압실이 있어, 액압을 직접 소재에 작용시켜 성형하는 방법으로서, 액압은 펀치 역할을 하며, 박판이 다이에 달라붙으며 점진적으로 성형이 된다. 박판 액압성형법은 표면 품질이 우수한 제품을 생산할 수 있으며, 다이 금형만 필요로 하기 때문에 금형 개발비용 절감 등의 장점이 있다.

본 연구는 축대칭 박판 액압성형공정을 해석하기 위하여 Hill의 79년 항복조건을 변형률 속도장으로 표현하고, 이를 축대칭 유한요소 수식화하였다.

또한, 액압작용을 묘사하기 위하여 가변형 금형을 정의하였다. 개발된 프로그램의 유효성을 입증하기 위해, 축대칭 계단컵 성형공정에 대한 해석결과를 Finckenstein 등의 해석결과[1]와 비교하고, 또한 정수압 벌징시험의 해석결과를 실험치[2]와 비교하였다.

#### 2. 소성 구성 방정식

평면응력상태에 있는 수직 이방성 박판재의 거동을 예측하기 위하여 Hill의 항복이론[3]을 도입하고, 항복면의 수직성 원리와 소성일의 등가법칙을 이용하여 변형률 속도장의 항복조건식으로 변환시키면 다음과 같다.[4,5]

$$\Delta \bar{\epsilon} = D_1 \left[ |D_1 \dot{\epsilon}_1 + D_2 \dot{\epsilon}_2|^{\frac{M-1}{M}} + D_2 |\Delta \dot{\epsilon}_1 - \Delta \dot{\epsilon}_2|^{\frac{M-1}{M}} \right]^{\frac{M}{M-1}} \quad (1)$$

여기서,  $D_1 = \frac{1}{2} [2(1 + \bar{R})]^{\frac{1}{M}}$ ,  $D_2 = [1 + 2\bar{R}]^{\frac{-1}{M-1}}$  이다.

축대칭 요소에서 반지름 방향의 변형률과 원주방향의 변형률은 다음과 같다.

$$\epsilon_r = \ln \frac{l_r}{L_r}, \quad \epsilon_\theta = \ln \frac{l_\theta}{L_\theta} \quad (2)$$

여기서,  $L_r$ 와  $L_\theta$ 는 각각 시간  $t$ 에서 요소의 반지름 방향과 원주방향의 길이가 되며,  $l_r$ 와  $l_\theta$ 는 시간

\* 한양대학교 대학원

\*\* 한양대학교

$t + \Delta t$ 에서의 길이이다.

본 연구에서 사용한 변형경화법칙은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\gamma} \right)^m \quad (3)$$

여기서,  $\bar{\sigma}$ 와  $\bar{\epsilon}$  ( $= \int \dot{\bar{\epsilon}} dt$ )은 유효응력과 유효변형률,  $K$ ,  $n$ ,  $m$ 은 강도 계수, 가공 경화 지수, 변형률 속도 민감도 지수를 각각 나타낸다. 또한,  $\gamma$ 는 기본 변형률 속도이고,  $\epsilon_0$ 는 이전 변형률이다.

### 3. 유한요소 수식화

최소에너지 경로를 따라 이루어진 소성일량에 가상일의 원리를 적용하여 힘 평형 방정식을 얻고, 이식을 시도변위 증분에 관하여 테일러급수로 전개하고 선형화하면 다음과 같은 시도변위의 증분  $\Delta u^*$ 로 정의되는 접선 강성행렬  $\mathbf{K}$ 를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_I - \mathbf{K}_E = \left( \frac{\partial \mathbf{F}_I}{\partial \Delta u} - \frac{\partial \mathbf{F}_E}{\partial \Delta u} \right) \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \quad (4)$$

여기서,  $\mathbf{F}_I$ 는 소성변형에 의한 내부 저항력 벡터이고,  $\mathbf{F}_E$ 는 금형의 접촉 및 액압에 의한 외부 접촉력 벡터이다. 가상일의 원리로부터 유도된 접촉점 접점에서 평형 방정식과 금형 내부로의 박판의 비침투 조건인 기하학적 구속조건을 포함하는 통합 지배 방정식은 다음과 같다.[4,5]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{f} \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{n+1}\mathbf{F}_E - {}^{n+1}\mathbf{F}_I \\ {}^{n+1}\mathbf{D}^p \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서,  $\mathbf{f}$ 와  $\mathbf{C}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{f} = - \frac{\partial (\mathbf{F}_E - \mathbf{F}_I)}{\partial P} = - \frac{\partial \mathbf{F}_E}{\partial P} = - \frac{\partial}{\partial P} [(n - \mu t)P] \\ = - (n - \mu t) \quad (6)$$

$$\mathbf{C} = - \frac{\partial \mathbf{D}^p}{\partial \Delta u} = \begin{bmatrix} \frac{Z_x}{Z_{dist}} + (Z_x Z_{xx}) D^p / Z_{dist}^2 \\ -1 \\ \frac{Z_x}{Z_{dist}} + (Z_x Z_{xx}) D^p / Z_{dist}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서,  $Z_{xx}$ ,  $Z_{xz}$ 는 변위증분  $\Delta u$ 에 관한  $Z_x$ 의 미분값들이다.

### 4. 가변형 금형 모델링

박판 액압성형 공정에서는 일정한 형상의 금형으로 박판을 성형하는 것이 아니라, 금형 역할을 하는 액압을 이용하여 박판을 성형한다. 본 연구는 이러한 액압작용을 묘사할 수 있는 가변형 금형(flexible tool)을 정의하고 이를 펀치로 가정하였다. 가변형 금형은 매순간 형태를 달리 하지만 계산 단계에서

는 강체로 작용한다. Fig.1은 가변형 금형의 개략도이다. 성형시작 단계에서 가변형 금형은 액압 작용으로 인한 박판의 탄성변형을 가정하는 4차 다항식으로 표현되며, 다음단계에서 가변형 금형은 전단계의 수렴해로부터 얻은 박판 형상으로부터 유한요소 기초 법선방향으로 진행된 형상을 갖는다.

## 5. 수치해석

개발된 프로그램의 타당성을 입증하기 위하여, 최대칭 계단칩 성형공정의 해석결과를 Finckenstein 등의 해석결과[1]와 비교하고, 정수압벌징 실험의 해석결과를 실험치와 비교하였다.

### 5.1 최대칭 계단칩 성형공정

최대칭 계단칩 성형을 위한 액압성형공정에 사용된 금형의 기하학적 형상은 Fig.2와 같다. 펀치대신 액압실이 펀치의 역할을 수행하고 다이부에는 곡률반경 4mm의 곡률부가 있다. 그리고 해석에 사용된 재료의 물성치 및 공정변수의 값은 Table 1과 같고, 유한요소 해석을 위한 메쉬의 생성 및 경계조건은 Table 2와 같다. 대칭성을 고려하여 우측단면을 71개의 절점과 70개의 선형요소로 분할하였고, 경계조건도 대칭성을 고려하여 좌측절점에는 고정조건을, 우측절점에는 스트레치/드로우 조건으로 200N/mm의 힘을 부여하였다.

해석 결과 중앙점의 높이가 25mm에서의 두께분포는 Fig.3과 같으며, Finckenstein 등의 해석결과 [1]와 대체로 일치함을 알 수 있다. 다만 중심에서 100mm 떨어진 곳에서 큰 두께감소가 일어났는데, 이는 곡률이 매우 큰 곳에서의 굽힘효과의 영향으로 생각된다. 곡률반경과 두께의 비가 6이하이면 굽힘의 영향을 무시할 수 없는데[6], 본 연구에서는 박막모델을 사용한 결과 큰 두께 감소를 예측할 수 없었다. 40mm 지점에서는 박판과 금형의 접촉이 막 시작되어서 굽힘의 영향이 크지 않아 큰 두께감소는 일어나지 않았다.

Fig.4는 같은 금형을 이용한 딥드로잉 공정과 액압성형공정의 두께분포를 비교한 것으로써, 액압성형공정이 일반적인 딥드로잉 공정보다 균일한 두께분포를 보이는 것을 알 수 있다.

### 5.2 정수압 벌징시험

정수압 벌징시험은 얇은 디스크 형태 판재금속의 원주 가장자리를 클램프로 잡고 한쪽 면에 큰 압력을 가하여 돔 모양으로 성형시켜 2축인장시 재료

거동을 확인하는 재료시험법이다. 이 시험의 결과는 두께방향의 압축응력-변형률의 거동과 등가의 관계를 얻을 수 있으므로, 인장시험에서 불안정성이 나타나는 변형률보다 큰 변형률까지도 실험할 수 있고, 압축시험에서 마찰 때문에 얻어지지 못하는 변형률의 범위까지도 실험이 가능하다는 장점이 있다.

정수압 별장시험 해석에 사용된 금형의 기하학적 형상은 Fig.5와 같으며 다이부의 곡률반경은 15mm이다. 그리고 해석에 사용된 재료의 물성치 및 공정변수의 값은 Table 3과 같다. 여기서 마찰계수는 실험으로부터 얻은 0.14를 사용하였다.[2] 유한요소 해석을 위한 메쉬의 생성 및 경계조건은 Table 4와 같으며, 대칭성을 고려하여 우측 단면을 12개의 절점과 11개의 선형요소로 분할하였고, 경계조건 역시 대칭성을 고려하여 좌측절점에는 고정조건을, 우측절점에는 스트레치/드로우 조건으로 200N/mm의 힘을 부여하였다.

해석 결과 중앙점의 높이가 21mm에서의 두께분포는 Fig.6과 같으며, 실험결과[2]와 대체로 유사한 경향을 보이고 있다. 약간의 오차는 각 위치별로 마찰계수가 다르고, 성형이 어느 정도 진행된 후에는 주름이 발생하는 것을 본 해석에서는 고려할 수 없었기 때문으로 생각된다.

## 6. 결론

본 연구에서는 축대칭 박판 액압성형공정을 해석할 수 있는 단면 성형해석 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램의 타당성을 입증하기 위하여 축대칭 계단킵 성형공정과 정수압 별장시험 공정을 해석하였고, 이 결과를 Finckenstein 등이 계단킵 성형공정에 대해 유한요소 해석한 결과 및 정수압 별장시험의 실험결과와 비교, 검토하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 축대칭 요소에 대한 Hill의 비2차 수직이방성 항복조건을 도입하여 2차원 강·점소성 유한요소 방정식을 수식화하였다.
- (2) 액압성형 공정을 묘사하기 위하여 박판의 유한요소 기초 법선방향으로 진행되는 가변형 금형을 모델링하였다.
- (3) 축대칭 계단킵 성형공정 해석결과를 Finckenstein 등의 해석결과와 비교하고, 정수압 별장시험의 해석결과를 실험치와 비교하여 개발된 프로그램의 유용성을 보였다.
- (4) 액압성형 공정은 기존의 딥드로잉 공정에 비해 보다 균일한 두께분포를 보임으로써 성형성이 우수하였다.
- (5) 단면성형해석은 요소생성이 용이하고, 해석시간이 짧아 실제 산업적 적용이 가능함을 보였다.

## 참고 문헌

- [1] E.V. Finckenstein, L. Kessler, E. Szucs, E.J. Drewes, V.Steining, 1996, "FEM Assisted Test to Determine Limits of High-Pressure Forming Processes", IDDRG Working Groups Meeting I.
- [2] 양동열, 최선준, 정완진, 1990, "축대칭 별장형 하이드로포밍 공정에 대한 이론 및 실험적 연구", 한국정밀공학회지, 제7권, 제2호, pp.28-38.
- [3] R. Hill, 1979, "Theoretical Plasticity of Textured Aggregates", Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 85, pp.179-191.
- [4] 금영탁, R.H. Wagoner, 1991, "프레스 금형 단면의 성형성 평가를 위한 유한요소법", 대한기계학회 논문집, 제15권, 제4호, pp.1108-1122.
- [5] 금영탁, 1993, "박판 성형 공정의 유한요소 해석을 위한 마찰접촉 모델", 대한기계학회논문집, 제17권, 제9호, pp.2242-2251.
- [6] Y. Germain, K. Chung, R.H. Wagoner, J.K. Lee, 1987, "Sheet Forming Analysis", Report No. ERC/NSM-9.
- [7] 이동호, 금영탁, 1998, "유한요소법을 이용한 축대칭 다단계 딥드로잉 금형설계해석", 박판성형기술의 현재와 미래, pp.65-73.

Table 1 Material properties of the sheet and process parameters in a sheet hydroforming operation.

Properties	Value
Strength of material, K(MPa)	646
Strain rate hardening exponent, n	0.227
Pre-strain, $\epsilon_0$	0.001
Plastic anisotropy parameter, r	1.25
Hill's yield function parameter, M	2.0
Coulomb friction coefficient, $\mu$	0.1
Thickness of sheet, t(mm)	0.8

Table 2 Finite element mesh and boundary condition for a sheet hydroforming operation.

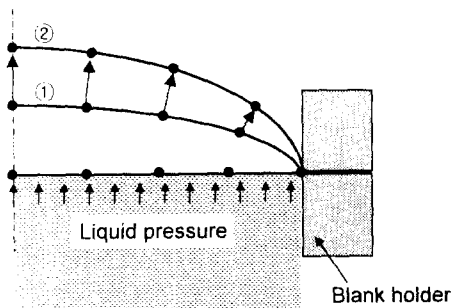
Finite Element Model	Description	
Mesh	Nodes	71
	Elements	70 (2-node linear line)
Boundary Condition	Left	Fixed
	Right	Stretch/Draw (200 N/mm)

Table 3 Material properties of the sheet and process parameters in a hydrostatic bulging test.

Properties	Value
Strength of material, K(MPa)	529
Strain rate hardening exponent, n	0.197
Pre-strain, $\epsilon_0$	0.001
Plastic anisotropy parameter, r	1.463
Hill's yield function parameter, M	2.0
Coulomb friction coefficient, $\mu$	0.14
Thickness of sheet, t(mm)	0.8

Table 4 Finite element mesh and boundary condition for a hydrostatic bulging test.

Finite Element Model		Description
Mesh	Nodes	12
	Elements	11 (2-node linear line)
Boundary Condition	Left	Fixed
	Right	Stretch/Draw (200 N/mm)



- (1) Initial step : assuming 4th order curve
- (2) next step : travelling toward mesh-normal direction

Fig.1 Schematic view of flexible tool.

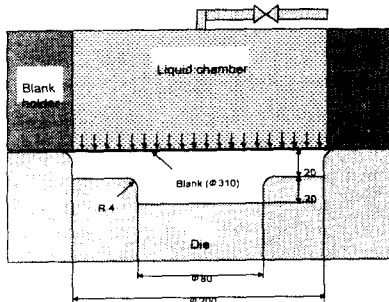


Fig.2 Schematic view of sheet hydroforming process.

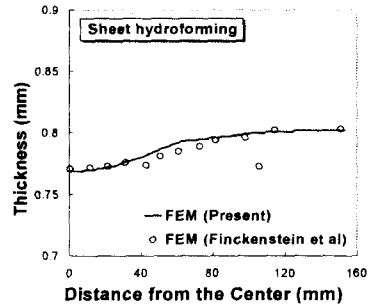


Fig.3 Comparison of thickness distribution in the sheet hydroforming process between FEM predictions.

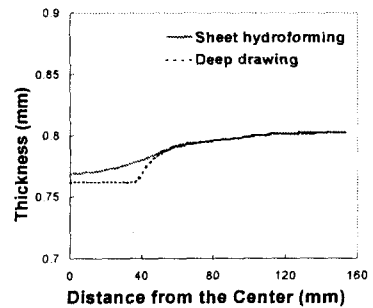


Fig.4 Comparison of thickness distribution between deep drawing and sheet hydroforming process.

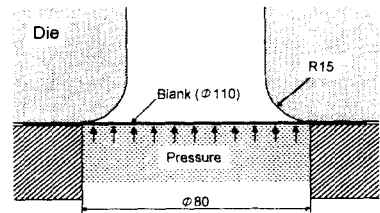


Fig.5 Tooling geometry of hydrostatic bulging test.

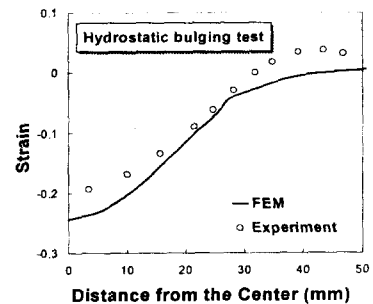


Fig.6 Comparison of thickness strain distribution in the hydrostatic bulging test between FEM and experiment.