한국소성가공학회 '99춘계학술대회 논문집 pp.22~25

박판성형공정해석에서의 계층적 접촉탐색 알고리즘 적용

김일권*, 김용환*

A Hierarchical Contact Searching Algorithm in Sheet Forming Analysis

I.K.KIM and Y.H.KIM

Abstract

A dynamic explicit finite element code for simulating sheet forming processes has been developed. The code utilises the discrete Kirchhoff shell element and contact force is treated by a conventional penalty method. In order to reduce the computational cost, a new and robust contact searching algorithm has been developed and implemented into the code. In the method, a hierarchical structure of tool segments, called a tree structure, is built for each tool at the initial stage of the analysis. Tree is built in a way to divide a trunk to 8 sub-trunk, 2 in each direction, until the lowest level of the tree (leaf) contains exactly one segment of the tool. In order to have a well-balanced tree, each box on each sub level contains one eighth of the segments. Then at each time step, contact is checked from the trunk to leaves hierarchically for each node, i.e. when a half-infinite straight line from a node comes out of the surface of the tool.

Simulation of various sheet forming processes were performed to verify the validity of the developed code with main focus on the usefulness of the developed contact searching algorithm.

Key Words : contact searching, hierarchical structure, discrete Kirchhoff shell element, sheet forming analysis

1.서 론

소성가공 공정의 하나인 박판성형공정은 주로 자동차의 바디 부품이나 전자제품의 생산에 사용되며 높은 생산성과 고품질의 제품을 얻을 수 있다는 장점으로 널리 이용되고 있으며, 성형공정 해석에 대한 연구 역시 세계적으로 활발하게 이루어지고 있다. 최근 들어 국내 자동차산업이나 전자산업의 비약적인 발전이 이루어지고 있으며, 점차적으로 전세계시장이 경쟁화되는 시기에, 보다 좋은 제품을 보다 빠르게 그리고 적은 비용으로 개발, 보급하는 것은 산업 발전에 필수불가결의 요소가 되고 있다.

박판성형에서는 금형과 소재간의 접촉의 영향이 대단히 크다. 접촉문제는 그 자체로도 역학적으로 대단히 어려운 문제이며, 박판성형에서는 접촉 위치의 계속적인 변화로 인하여 더욱 효과적인 처리가 어렵다. 수치적인 관점에서 접촉의 처리는 접촉의 탐색과 접촉력의 처리를 포함한다. 접촉의 탐색은 금형의 움직임에 따라 소재가 변형을 하는 도중에 금형과 소재의 정확한 접촉점을 찾아내는 것이다. 기존에 제안된 접촉탐색의 방법에는 Hierarchy-Territory(HITA) 알고리즘, position code 알고리즘, bucket sorting 알고리즘, spherical sorting 알고리즘, pinball 알고리즘[(1)]등이 있다.

*충남대학교 기계설계공학과

박판성형공정해석에서 접촉력의 처리는 주로 벌칙법(penalty method)을 이용하거나 금형과 소재의 운동학적 관계(kinematic relationship)를 이용하는 직접방법이 사용되고 있다. 벌칙법은 그 적용이 간단한 반면 해의 정확도가 벌칙상수의 선정에 좌우되는 문제가 있어 사용자에 따른 임의성이 생기기도 한다. 직접방법은 소재의 운동과 금형의 움직임의 상호 관계에 따라 제한식(constraints)을 이용하여 접촉력을 처리하는 방식이다. 현재 대부분의 상용프로그램에서는 벌칙법이 주로 사용되고 있다.

본 연구에서는 hierarchical structure를 이용하여 최소의 시도로 정확한 접촉부위를 찾아내는 새로운 알고리즘을 개발하여 박판성형해석용 프로그램에 적용하였다. 본 논문에서는 이러한 계층적 접촉탐색 알고리즘과 그에 따른 데이터 구조에 관하여 기술하고 적용예를 보여 개발된 탐색알고리즘의 타당성을 보이고자 한다.

2. 프로그램의 수식화

2.1 DE FEM해석의 수식화

성형해석을 위한 동적 평형방정식은 유한요소이산화 과정을 거쳐 다음의 식으로 표현된다.

$$M\ddot{U}+C\dot{U}+F^{int}-F^{ext}+F^{c}=0 \qquad (1)$$

여기서 M은 질량행렬, C는 감쇄 행렬, F^{int}는 변형에 의한 내력, F^{ext}는 외부에서 가해지는 외력, 그리고 F^{c}는 접촉력이다.

식 (1)에 일반적인 중간차분법을 적용하여 매 시간 단계에서의 변위와 속도, 가속도를 구한다.

2.2 DKQ element

현재까지 대부분의 상용프로그램이나 연구용 프로그램의 경우 쉘요소를 사용하고 있다. 쉘요소는 그 수식화가 복잡하기는 하지만 성형에 관련한 제반 영향을 충분히 고려할 수 있고, 계산시간 면에서도 3차원 요소에 비해 월등한 장점을 갖는다. 하지만 쉘요소는 연속체요소에 비해 locking 현상에 의한 해의 수렴성이 떨어지는 문제가 있다. 본 연구에서는 Discrete Kirchhoff 판이론을 이용하여 대변형을 다룰 수 있는 4절점 쉘요소(DKQ 요소)를 사용하였다. 사용된 쉘요소는 Fig. 1에서 보인 것처럼 4개의 절점에서 $(u_1, u_2, w, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$의 6자유도를 갖는다. 여기서 θ_3는 인접한 요소가 동일 평면 상에 있는 때 발생하는 rank deficiency를 제거하기 위해 도입된 drilling degree of freedom에 상응하는 항이다. DKQ 요소의 형상함수는 과도한 zero energy mode를 제거하기 위해서 적절한 hourglass control 방법을 포함한다. 보다 상세한 DKQ요소에 관한 수식화 과정은 참고문헌[2,3]에 주어져 있다.

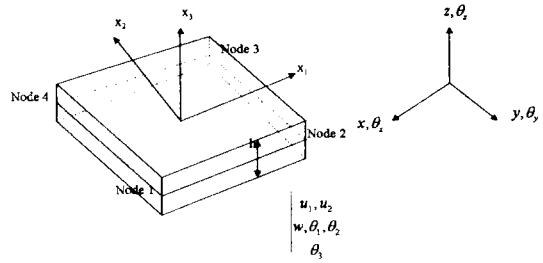

Fig. 1 Geometric representation of a quardrilateral plate element

2.3 접촉 탐색 알고리즘

2.3.1 기본개념

계층적 tree 구조를 이용한 접촉탐색의 기본적인 개념은 global 좌표축에 평행한 면을 가진 box로 각 금형을 포장하는 것이다. 여기서 금형면은 여러 개의 단순한 facet의 집합으로 표현되어 있다고 가정한다. 그 다음 각 box가 정확히 tool의 한 facet를 포함할 때까지 level을 낮추어 가며 box를 세분화해 나가는 것이다. 요소의 절점이 tool안에 있을 때, 즉 절점으로부터의 반 무한한 직선이 절점에서 가장 가까운 교차점에서 금형표면에 드러날 때 접촉이 된 것이다. 일차적으로 절점이 가장 높은 계층의 box에 포함되어 있는 지를 확인하여 탐색을 시작하며, 순차적으로 8개의 다음 계층의 box에 대해 탐색한 후 그 중 절점이 포함된 box를 찾아 다시 다음 계층의 box에 대해 탐색을 수행한다. 이러한 탐색은 단지 하나의 금형 segment를 포함한 box(leaf)에 도달할 때까지 반복적으로 수행된다. 가장 낮은 단계의 box는 단지 하나의 금형면 만을 포함하거나 비어있는 두 가지 경우를 갖는다. 최종적으로 접촉한 금형면을 찾아내면 해당 금형면에 대해 절점까지의 거리를 계산하여 침투량을 구한다. 제안된 접촉탐색법의 기본 개념이 2차원의 경우에 대해 Fig. 2에 보여졌다.

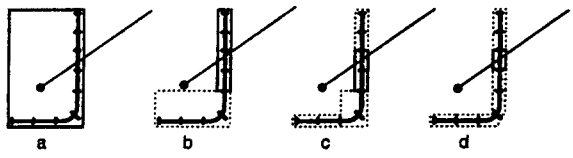

Fig. 2 The basic idea

2.3.2 계층적 구조의 생성

다수의 금형면을 포함하는 임의 단계에서의 box는 상·하, 좌·우, 전·후의 8개의 sub-box로 나눠진다. sub-box를 생성하기 위해 x축을 따라 box의 반을 포함하는 두 개의 sub box들로 쪼개고, 다시 y축을 따라 이 두 개의 box들을 각각 두 개의 sub box들로 쪼갠다. 마지막으로 z축을 따라 이들 4개의 box들 각각을 두 개의 box들로 쪼개는 것이다. 이를 위해 금형면의 기준점으로 면의 무게중심을 사용하였다. 어느 한 방향으로 box를 나누기 위해 포함된 금형면의 중심의 위치에 대한 평균값을 구하여 $x \leq x_{mean}$인 첫 번째와 $x \geq x_{mean}$인 두 번째의 두 개의 sub-box를 형성하고 각각에 포함된 금형면을 정의할 수 있게 된다. y와 z방향에 대해 같은 방법을 적용하면 금형면의 list를 여덟 개의 sub-list로 나눌 수 있게 되며, 그 sub-list들에 대하여 과정을 반복할 수 있다. 이 과정의 중지 기준은 sub-list가 오직 하나의 금형면을 포함하거나 sub-list가 비어 있을 때다. 첫 번째 sub list의 모든 요소들이 쪼개는 값보다 작고, 두 번째 sub list의 모든 요소들이 쪼개는 값보다 큰 list를 두 개의 sub list들로 나누기 위해 방법은 quicksort[4]에 의한 분할방법을 사용하였다. tree의 각 가지는 해당 box의 한계평면의 좌표, 8개의 sub-box의 tree 상 위치에 대한 pointer와 상위단계(parent box)의 pointer에 대한 정보를 포함한다.

2.3.3 접촉탐색

매 시간단계에서 각각의 절점에 대하여 절점이 tool안에 있는지의 여부를 검사해야 한다. 경계표면으로의 법선 $\bar{a}$ 를 정의하면, 교차점에서 outer normal을 가진 반 무한한 직선의 방향 vector $\bar{n}$과의 내적의 부호를 검사함으로서 교차선이 물체의 안쪽으로 가고 있는지 바깥쪽으로 가고 있는지를 찾아낼 수 있다. 여기서 $\bar{n}$은 현재 단계에서의 mesh normal로서 절점주위의 요소의 수직벡터의 합으로 표시된다. 가장 가까운 절점에서 내적 $\bar{a} \cdot \bar{n}$가 음수이면, 점은 tool의 내부에 존재한다. 이것은 Fig. 3에서 2차원으로 묘사되었다. 이전에 언급했듯이, 접촉탐색은 tree의 가장 높은 level에서 box와의 교차를 검사함으로 시작하여 최종적으로 교차점을 포함하는 가장 낮은 level에서의 sub box를 찾아내고, 그 sub box의 x,y,z 방향의 최대값과 최소값을 이용하여 절점의 tool 내부로의 침투거리 δ를 계산하게 되면, δ와 벌칙상수를 이용하여 접촉력을 계산하게 된다.

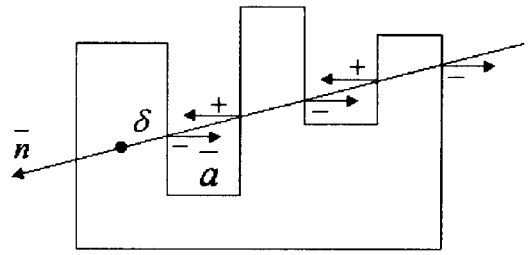

Fig. 3 Criterion for intersection

3. 적용 예 및 토론

새로운 접촉탐색 알고리즘의 타당성을 검토하기 위해 박판성형 해석용 유한요소 프로그램을 작성하고 그를 이용해 NUMISHEET'93[5]의 사각컵 해석과 NUMISHEET'96[6]의 S-rail 성형공정에 대한 해석을 수행하여 기존의 결과와 비교하였다.

3.1 사각컵 해석

NUMISHEET'93에서 benchmark 문제에 포함되었던 예제로 박판성형공정해석을 비교해보기 좋은 대표적인 성형공정이다. 여기서는 NUMISHEET'93에서 제시된 물성치와 기하학적 형상을 동일하게 하였으며, 대칭문제이므로 전체 모델의 1/4을 사용하였다. 절점 121개, 요소 100개를 사용하였으며, punch stroke을 40mm로 하여, 두께 분포를 비교하여 보았다. Fig. 4는 punch stroke 40mm일 때의 변형된 형상과 두께의 분포로 NUMISHEET'93에서 제시된 결과와

비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 결과의 도시는 I-DEAS를 이용하였다.

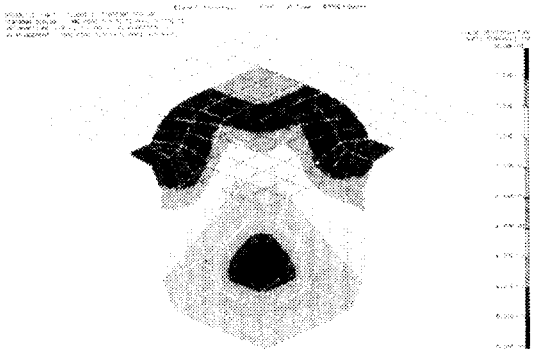

Fig. 4 Thickness distribution of square cup

3.2 S-rail 해석

NUMISHEET'96의 benchmark 문제로 주어진 S-rail의 성형 해석을 수행하였다. 현재의 프로그램은 springback 해석을 포함하고 있지 못하기 때문에 springback 이전의 결과만을 비교해 보았다. Fig. 5는 holder force가 10KN일때의 외곽점의 변형된 위치를 보여준다. Fig. 6은 변형된 형상과 두께분포를 보인 것으로 NUMISHEET'96의 결과와 비교해 볼 때 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

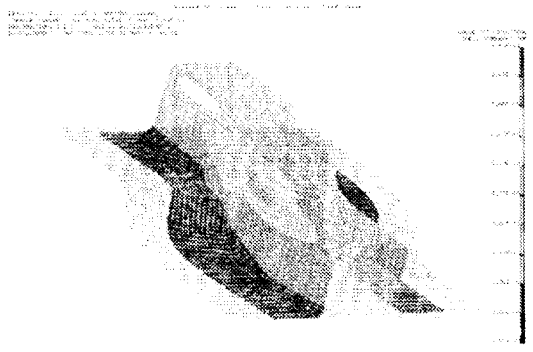

Fig. 6 Thickness distribution of S-rail

4. 결 론

이제까지 새로운 접촉탐색방법인 계층적 접촉탐색 알고리즘에 대한 소개와 개략적인 설명을 하였다. 기존의 방법과의 비교를 위해서는 더 많은 검증과 보완이 필요하다. 개발된 방법은 박판성형공정해석에서 유용한 접촉탐색의 도구로 사용할 수 있음을 보였다.

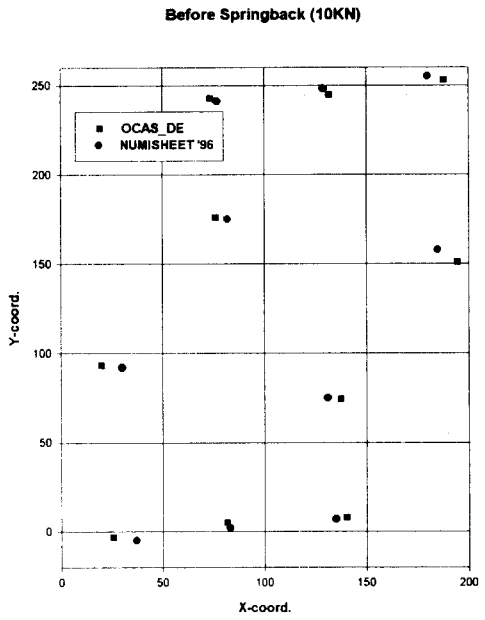

Fig. 5 Deformed position of key material points before springback

참고문헌

(1) Z.H.Zong, 1993, Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems, Oxford Univ. Press.

(2) J.L.Batoz, 1980, "A Study of Three-Node Triangular Plate Bending Element", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 15, pp.1771~1812.

(3) J.L.Batoz and M.B.Tahar, 1982, "Evaluation of a New Quadrilateral Thin Plate Bending Element", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 18, pp.1655~1677.

(4) D.E.Knuth, 1973, The Art of Computer Programming, Vol. 3, Sorting and Searchng, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts

(5) Proc. of NUMISHEET'93, 1993, pp.398~405.

(6) Proc. of NUMISHEET'96, 1996, pp.444~464.