

소성 이방성이 박판의 주름 발생에 미치는 영향

김종봉*, 양동열*, 윤정환**

The effect of plastic anisotropy on wrinkling behavior of sheet metal

J.B.Kim*, D.Y.Yang*, J.W.Yoon**

Abstract

The wrinkling behavior of a thin sheet with perfect geometry is a kind of compressive instability. The compressive instability is influenced by many factors such as stress state, mechanical properties of the sheet material, geometry of the body, contact conditions and plastic anisotropy. The analysis of compressive instability in plastically deforming body is difficult considering all the factors because the effects of the factors are very complex and the instability behavior may show wide variation for small deviation of the factors. In this study, the bifurcation theory is introduced for the finite element analysis of pucker initiation and growth of a thin sheet with perfect geometry. All the above mentioned factors are conveniently considered by the finite element method. The instability limit is found by the incremental analysis and the post-bifurcation behavior is analyzed by introducing the branching scheme proposed by Riks. The finite element formulation is based on the incremental deformation theory and elastic-plastic material modeling. In order to investigate the effect of plastic anisotropy on the compressive instability, a square plate that is subjected to compression in one direction and tension in the other direction is analyzed by the above-mentioned finite element analysis. The critical stress ratios above which the buckling does not take place are found for various plastic anisotropic modeling method and discussed. Finally, the effect of plastic anisotropy on the pucker behavior in the spherical cup deep drawing process is investigated.

Key Words : Puckering, Bifurcation, Sheet Metal Forming, Anisotropy

서론

주름(wrinkling)은 파단(tearing), 스프링 백(spring back)과 더불어 박판성형 공정에서 자주 발생하는 큰 결함 중의 하나이다. 주름은 압축응력이 소재가 지지할 수 있는 한계 이상일 때 소재가 소재면에서 수직인 방향으로 휘어지는 현상으로 외관상으로도 좋지 않고, 치수 정밀도가 떨어지기 때문에 스프링 백과 함께 조립에 대한 결함이 된다. 또한 주름이 발생하면 성형 방향으로의 소재 흐름에 제한이 가해지기 때문에 이어지는 성형성을 저하시키는 요인이 되고 금형도 빨리 마모시킨다. 이것은 생산 공정에서 생산성을 크게 저하시키는 요인으로 작용한다. 최근에는 자동차 산업을 비롯하여 전자산업, 항공기 산업 등 다양한 분야에 박판성형 공정이 이용되고 있다. 또한 고정밀도 고부가가치 제품이 요구되고 있고, 공정개발 기간의 단축이 중요해 짐으로 인해 공정 개발단계에서 미리 생산 공정에서 발생할 수 있는 결함에 대해 예측하고 그에 대한 대처를 하는 것이 필수적이다. 주름은 응력을 비롯하여 소재의 형상(geometry), 소재의 기계적 성질, 접촉 및 경계조건 등 많은 인자들의 영향을 받기 때문에 해석에 많은 어려움이 따른다. 유한요소 해석에서도 사각형 쿵 드로잉같이 기하학적으로 주름이 자연스럽게 발생하는 경우는 주름의 발생의 해석이 가능하지만[1], 원통형 쿵 드로잉과 같은 축대칭 공정에서 원주 방향으로 발생하는 주름이나 pucker는 해석이 불가능하다. 외연적 시간 적분법을 이용하는 코드에서는 이와 같은 주름이 해석 되기도 하지만[2] 임의성이 있기 때문에 신뢰성이 문제가 된다. 이와 같은 이유로 인해, 주름에 관한 연구는 특별한 공정에 대해서는 실험적으로나 이론적으로 많이 수행되었지만[3,4], 모든 공정에 일반화 하여 설계에 적용할

수 있는 연구는 많지 않다. 특히 이론적인 연구에서는 접촉 조건, 불랭크 출딩력 등을 비롯한 여러가지 공정 변수들에 대해 많은 가정을 도입 하기 때문에 실제 공정의 설계에 적용하기에는 부족하다. 컴퓨터 기술과 비선형 유한요소법이 발달하기 전까지의 주름에 관한 이론적인 연구는 대부분 좌굴에 관한 4 차의 미분 방정식의 해를 찾는 형태로 수행되었다[5,6]. 최근에는, 컴퓨터의 발달에 힘입어 좌굴 연구에서 많이 이용되고 있는 분기점 해석(bifurcation analysis) 방법을 도입하여 주름의 발생을 해석하는 연구가 많이 수행되고 있다. Tomita 와 Shindo[7]는 초기에 유한요소 격자 구조에 기하학적인 결함을 주고 Yoshida Buckling Test[8]를 해석하였다. Wang 과 Lee[9]는 분기점 해석 이론을 쉘 요소를 이용한 유한요소법에 적용하여 Yoshida buckling test 를 해석하였다. 그러나, 이 연구를 또한 접촉과 마찰, 불랭크 출딩력 등을 고려하지 않거나 간략하게 근사화 하여 고려 했기 때문에 복잡한 박판성형 공정을 설계하는데 이용하기는 어렵다. Kim 등 [10]은 주름의 발생을 해석하는데 있어 재료의 비선형성 및 여러가지 기계적 성질, 금형의 형상, 소재의 형상, 접촉조건, 경계조건 등을 일반적으로 고려하기 위해, 유한요소 해석에 분기이론을 도입하여 개선된 Yoshida Buckling Test 에서의 주름발생을 해석하였다. 본 연구에서는 Kim 등[10]의 연구를 기본으로 하고 여러 가지 소성 이방성 계수에 대하여 분기이론을 이용하여 주름의 발생을 해석해 봄으로써 소성 이방성이 주름의 발생 및 성장에 미치는 영향을 파악하고자 한다. 처음에는 금형의 형상, 접촉과 같은 복잡한 효과를 제거하고 단순히 이방성이 주름에 미치는 영향을 파악하기 위해 양축응력 상태에 있는 정사각형 박판의 좌굴을 해석하였다. 그리고 마지막으로 반구형 편치 드로잉에서 Puckering 의 발생을 해석함으로써 이방성의 주름 발생에 미치는 영향을 파악하였다.

* 한국과학기술원 기계공학과

** LG 생산기술원

2. 쉘 유한요소 수식화

본 장에서는 대변위 대변형을 고려하여 CBR 쉘 요소를 수식화 하였다. 응축 쉘과 응축 쉘로부터 CBR 쉘로 유도하는 여러 가지 방법은 Stanley[11]의 논문에서 자세히 기술되어 있다. 본 연구에서는 Stanley에 의해 연구된 비선형 탄성 CBR 쉘 이론을 평면 이방성을 고려하는 탄소성 해석에 확장한 Yoon 등[12]의 수식화에 기초하였다. 수식화는 전 스텝에서의 수렴 결과를 현재 스텝 계산의 기준으로 하는 updated Lagrangian 방법을 이용하였다.

shear와 워핑 응력성(flexibility) 및 박판 성형 공정의 형상 변화 효과의 효율적인 고려를 위해 fiber의 회전을 고려하여 Yoon 등[12]이 개발한 Continuum Based 쉘(응축쉘) 요소를 이용하였다.

3. 좌굴의 해석

분기 좌굴이 발생하는 문제에서는 해의 경로가 분기점에 도달하면 강성행렬이 특이성(singularity)을 가지게 되고, 보통의 Newton-Raphson 방법으로는 해석을 진행할 수 없게 된다. Ricks[13]는 정확하게 분기점을 찾고 또 그 점에서부터 2차 경로(secondary path)를 따라 해석을 진행시키는 연속진행방법(continuation method)을 제안하였다. 연속진행방법으로 해석을 진행하면 정확하게 좌굴 하중을 계산할 수 있고 또한 좌굴 후의 거동도 해석이 가능하다. 본 연구에서는 연속 진행 방법과 변위 증분법에 기초하여 박판성형 공정에서 발생하는 주름을 해석하고자 한다.

분기 좌굴이 발생하는 점을 지나서 구해지는 해는 1차 경로(primary path)가 아닌 2차 경로(secondary path)를 따라가야 한다. 1차 경로를 따르는 해도 에너지 함수(functional)를 최소화 불안정한 상태이기 때문이다. 분기점에서 2차 경로를 따르는 해의 증분 추측값은 다음과 같이 놓을 수 있다[14].

$$\Delta \mathbf{u}^s = \mathbf{a}(\Delta \mathbf{u}^p + \mathbf{b}\mathbf{v}) \quad (1)$$

여기에서 \mathbf{a} 는 0보다 큰 임의의 실수이고, \mathbf{v} 는 분기점에서의 eigenvector이다. 식(7)에서 1차 경로를 따르는 해 $\Delta \mathbf{u}^p$ 와 2차 경로를 따르는 해 $\Delta \mathbf{u}^s$ 는 수직이어야 한다는 조건으로부터 \mathbf{b} 를 계산할 수 있다.

$$\mathbf{b} = -\frac{\Delta \mathbf{u}^p \cdot \Delta \mathbf{u}^p}{\Delta \mathbf{u}^p \cdot \mathbf{v}} \quad (2)$$

식(8)에서 1차 경로와 eigenvector가 수직이면 \mathbf{b} 의 계산이 불가능해진다. 그리고 본 연구에서 해석을 수행하고자 하는 분기 좌굴 예제는 모두 이와 같이 eigenvector와 1차 경로가 수직이기 때문에 다음과 같이 간단하게 하였다.

$$\Delta \mathbf{u}^s = \mathbf{a}\mathbf{v} \quad (3)$$

해의 경로가 분기점에 도달하면 식(9)에서 구한 $\Delta \mathbf{u}^s$ 를 초기 추측치로 설정하고 축차를 계속하여 2차 경로를 따라 해가 진행되도록 하였다.

4. 정사각형 박판의 좌굴해석

금형의 형상이나 점축 등의 복잡한 인자의 영향을 제외하고 단순히 이방성이 박판의 주름 발생에 미치는 영향을 파악하기 위해 Fig.1에 보인 것과 같은 정사각형 소재의 좌굴을 이방성 계수를 달리하며 해석하였다.

소재의 물성은 다음과 같다.

Sheet Thickness: 0.9144 mm

Radius of Initial Blank: 170 mm

Sheet Material: A6114-T4

Yield Stress: 185.92

Young's modulus: 69 GPa

Poisson's ratio: 0.33

Stress-strain curve: $\bar{\sigma} = 454.76 - 268.84 \exp(-6.45\bar{\epsilon})$

해석에는 Hill의 2차 항복식[15]과 Barlat의 항복식[16]이 이용되었다. Hill의 2차 항복식을 주응력을 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\phi = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{2 + 1/R_0 + 1/R_{90}} \left\{ \left(1 + \frac{1}{R_0}\right) \sigma_1^2 + \left(1 + \frac{1}{R_{90}}\right) \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \right\}} \quad (4)$$

R_0 와 R_{90} 이 같은 경우에는 수직 이방성을 나타낸다. Fig.2는 수직이방성 계수 R 과 평면 이방성 계수의 비 $\alpha(R_{90}/R_0)$ 에 따른 항복면의 모양을 보여준다. 본 연구에서는 이런 항복면의 모양이 주름의 발생에 미치는 영향에 대해 파악하고자 한다. 소재의 주름은 대부분 인장과 압축을 동시에 받는 부분에서 발생하므로(예:디프드로잉에서 플랜지부 주름) 항복면의 2사분면이나 4사분면의 형상에 대해 검토하고자 한다. 수직이방성 계수 R 이 커짐에 따라 2사분면에서의 항복면이 수축하고 있다. 그러므로 이방성 계수 R 이 커지면 적은 응력 상태에서 항복이 일어남을 알 수 있다. 또한 이방성 계수의 비 $\alpha(R_{90}/R_0)$ 가 커짐에 따라 항복면이 전체적으로 반시계 방향으로 회전하기 때문에 압연방향의 항복응력은 줄어들고 압연방향에 수직인 방향의 항복응력은 증가하게 됨을 알 수 있다. 이런 경향이 소재의 좌굴에도 영향을 주는 것을 Fig.3에서 알 수 있다. Fig.3은 수직이방성계수 R 과 평면이방성 계수의 비 α 에 따른 좌굴발생 임계 응력비를 보여준다. 압축응력에 대한 인장응력의 비가 이 임계 응력보다 클 경우에는 좌굴이 발생하지 않음을 나타낸다. Fig.3에서 임계 응력비는 수직이방성계수 R 과 평면 이방성계수의 비 α 가 클수록 작음을 보여준다. Fig.4는 압연방향의 압축응력이 일정한 값 (-179MPa) 일때의 압연방향의 변형율을 보여준다. 변형율이 수직이방성 계수 R 과 평면이방성 계수의 비 α 가 커질수록 큼을 알 수 있다. 이 결과들을 종합해 볼 때 수직이방성 계수 R 과 평면이방성 계수의 비 α 가 커질수록 항복응력이 작고, 그렇기 때문에 항복이 빨리 발생하여 소재가 연해지는 경향을 보인다. 그리고 또한, 일정한 변형 상태에서 유동응력이 작기 때문에 좌굴의 발생 경향이 작게 된다. 왜냐하면 유동응력이 작아지면 좌굴의 발생에 영향을 주는 기하학적 강성행렬(geometric stiffness or stress stiffness)이 작게 되기 때문이다.

5. 반구형편치 디프드로잉에서 Puckering 발생

박판소재의 이방성이 실제 박판성형공정에서 주름의 발생에 미치는 영향을 알아보기 위해 반구형 편치 디프드로잉에서의 Puckering 발생을 해석하였다. 사용된 재료는 앞 장에서 이용된 재료와 같은 A6114-T4이다. 해석은 여러가지 수직 이방성 계수에 대해 수행하여 수직 이방성 계수에 따른 영향을 파악하였고, 또한 평면 이방성에 대해서도 해석하여 비교하였다. 해석에 이용된 금형과 소재의 치수는 다음과 같다.

Punch Diameter: 189 mm

Die Diameter: 250 mm

Die Shoulder Radius: 7.5 mm

Friction Coefficient: 0.1

Sheet Thickness: 0.9144 mm

Radius of Initial Blank:170mm

소재는 대칭성조건을 부여하여 원판의 1/4 만 990 개의 요소와 1058 개의 절점으로 이산화하여 해석하였다. Fig.5는 Puckering의 발생과 진행을 보여준다. 수직 이방성으로 해석하였고 수직이방성 계수는 0.6이다. 편치 스트로크가 14mm 일 때 분기(bifurcation)가 발생하였고 주름모드(eigenmode)는 Fig.5(c)에 나타내었다. 여기에서 주름모드는 최대를 5mm로 하여 나타냈다. 주름모드에서도 총 10(2.5X4)개의 Puckering이 관찰되고 있고, 변형이 이 주름 모드로 진행했기 때문에 최종 변형형상에서도 총 10개의 Puckering이 생성되었다. Fig.6은 수직이방성 계수를 달리하면서 해석한 결과이다. R이 0.6일 때에는 총 10개의 Puckering이 발생한 반면, R이 1.0, 1.5, 그리고 2.0일 때에는 총 16개의 Puckering이 발생하였다. Puckering의 발생 및 진행과정을 보다 자세히 알아보기 위해 초기소재에서 반경이 일정한 단면을 따른 컵의 형상을 Fig.7에 나타내었다. Fig.7(a)는 편치 스트로크가 15mm일 때의 반경의 변화를 보여준다. 이 반경의 변화는 Puckering과 유사한 형상을 나타낸다. Fig.7에서 알 수 있듯이 편치 스트로크가 15mm일 때에는 발생한 Puckering의 수가 R이 0.6인 경우에는 총 10개이고, R이 1.0, 1.5, 2.0일 때에는 8개이다. Fig.7(b)는 편치 스트로크가 50mm일 때이다. R이 0.6인 경우에는 Puckering의 수가 10개로 유지되면서 높이가 커지고 있고, R이 1.0, 1.5, 2.0인 경우에는 주름의 수가 증가하고 있는 상태를 보여준다. 주름의 수가 증가하는 상태는 R이 작을수록 빨리 발생함을 알 수 있다. 이것은 앞에서 기술한 바와 같이 R이 작을수록 항복응력이 커지고 또한 유동응력이 커져서 재료의 상태가 더 불안정하기 때문으로 사료된다. Fig.8은 등방성으로 해석한 결과와 Hill의 2차 항복식 [15] 및 Barlat의 항복식[16]을 이용한 평면 이방성으로 해석한 결과를 보여준다. 등방성의 경우에는 총 16개의 Puckering이 발생하였고, 평면 이방성의 경우에는 총 12개의 Puckering이 생성되었다. 이것은 평면 이방성재료가 자체적으로 평면 방향으로 불균일성을 가지고 있기 때문에 등방성 재료보다 적은 주름 모드로 쉽게 Puckering이 발생했기 때문으로 사료된다.

6. 결론

본 연구에서는 Riks[13]가 제안한 분기이론을 박판성형 공정의 유한요소 해석에 도입하여 주름의 발생과 진행을 해석하였다. 복잡한 접촉조건을 배제하고 단순히 소재의 이방성이 주름발생에 미치는 영향을 파악하기 위해 양축응력 상태에 있는 정사각형 판재의 좌굴을 분기이론을 이용하여 해석하였다. 여러가지 이방성 계수에 대해 해석한 결과 수직이방성 계수 R과 평면 이방성 계수의 비 $\alpha(R_{90}/R_0)$ 가 커질수록 주름발생 경향이 작아짐을 알 수 있었다. 마지막으로 여러가지 이방성 계수에 대해 반구형 편치 디프드로잉에서의 Puckering 발생을 해석하여 이방성 계수가 미치는 영향을 파악하였다. 해석결과 수직 이방성 계수 R이 커지면 Yield Locus 상의 2사분면의 항복면이 수축하고, 그 결과로 인해 항복응력이 작아진다. 또한, 항복이 빨리 일어나기 때문에 재료가 연화되는 경향이 있어서 Puckering의 높이는 커지지만, 유동응력이 작아서 더 높은 주름 모드로의 진행은 늦다. 그리고 평면 이방성 재료는 재료 자체가 불균일성을 가지고 있기 때문에 등방성 재료보다 주름의 수가 더 적게 발생함을 알 수 있었다.

References

- [1] D. J. Yoo, I. S. Song, D.Y. Yang, and J. H. Lee, Int. J. Mech. Sci., 1994, vol. 36, pp.513-546
- [2] J. Proubet, J. Mater. Process. Technol., 1994, vol. 45, pp.223-228
- [3] K. Nakamura and T. Nakagawa, 1984, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., vol. 25, pp.831-838
- [4] L. C. Zhang and T. X. Yu, J. Mater. Process. Technol., 1991, vol. 28, pp.321-334
- [5] N. Yamaki, J. Appl. Mech., 1958, vol. 25, pp.267-273
- [6] T. X. Yu and W. Johnson, Int. J. Mech. Sci., 1982, vol. 24, pp.175-188
- [7] Y. Tomita and A. Shindo, Int. J. Mech. Sci., 1988, vol. 30, pp.921-931
- [8] K. Yoshida, J. Jpn. Soc. Techn. Plasticity, 1983, vol. 24, pp.901
- [9] X. Wang and Lawrence H. N. Lee, I. J. Plasticity, 1993, pp.1-19
- [10] J.B.Kim, J.W.Yoon and D.Y.Yang, Int. J. Mech. Sci., 1999, submitted
- [11] G. Stanley, Ph.D Thesis, 1985, Stanford University
- [12] J.W.Yoon, D.Y.Yang, K.Chung and F.Barlat, Int. J. of Plasticity, 1999 in print.
- [13] E. Ricks, 1979, Int. J. Solids Structures, 1979, vol. 15, pp.529-551
- [14] H.S.Lee, D.W.Jung, J.-H.Jeong and S.Im, Comp. & Struct., 1994, vol. 53, pp.1357-1371
- [15] R. Hill, 1948, Proc. Roy. Soc. London, vol. A193, pp.281-297
- [16] F.Barlat, D.J. Lege and J.C. Brem, 1991, Int. J. Plasticity, vol. 7, pp.693-712

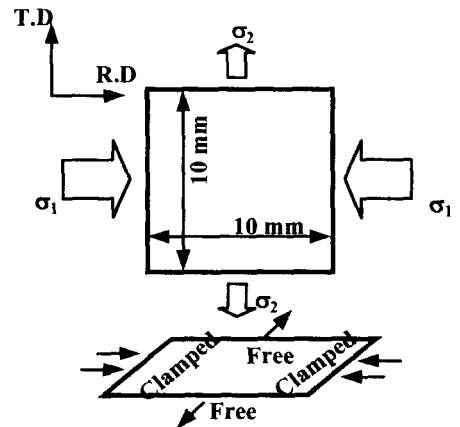


Fig.1 Schematic diagram of the buckling test of a square plate

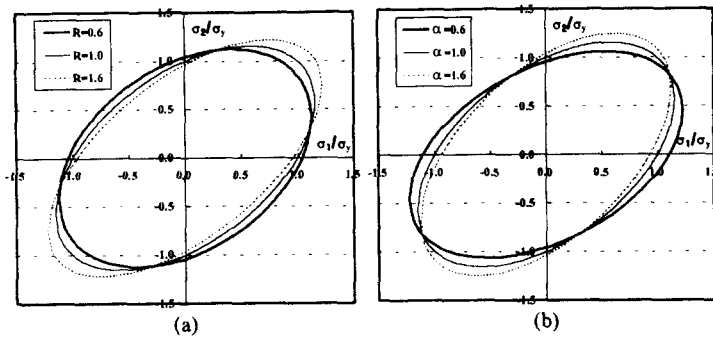


Fig.2 Yield locus for Hill's quadratic yield criterion;(a)for various values of normal anisotropic coefficient R (b)for various values of planar anisotropy ratio $\alpha(\alpha=R_{90}/R_0)$

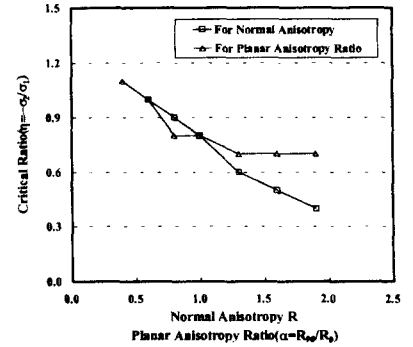


Fig.3 Critical stress ratios for various values of normal anisotropic coefficient R and planar anisotropy ratio $\alpha(\alpha=R_{90}/R_0)$

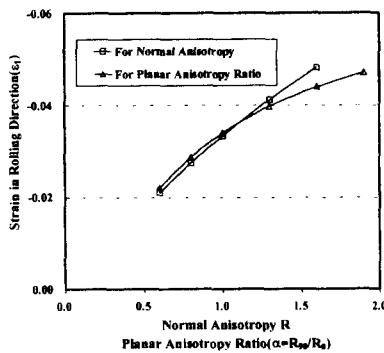


Fig.4 Strain in the rolling direction (ϵ_0) for given stress in the rolling direction ($\sigma_0=179\text{MPa}$); for various values of normal anisotropic coefficient R and planar anisotropy ratio $\alpha(\alpha=R_{90}/R_0)$

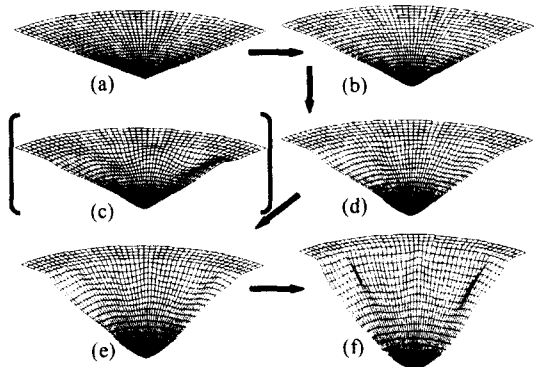


Fig.5 Puckering initiation and growth($R=0.6$); (a)undeformed (b)stroke:14 mm (c)eigenmode at the punch stroke of 14 mm(5 times magnified) (d)stroke:30 mm (e)stroke:50 mm (f) stroke:80 mm

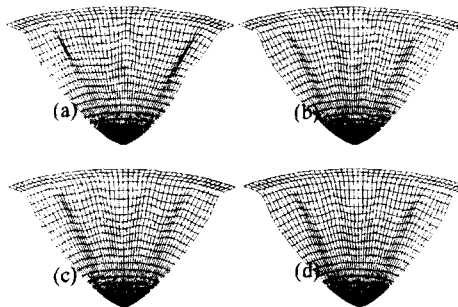


Fig.6 Puckering shapes for various values of normal anisotropic coefficient R; (a) $R=0.6$ (b) $R=1.0$ (c) $R=1.5$ (d) $R=2.0$

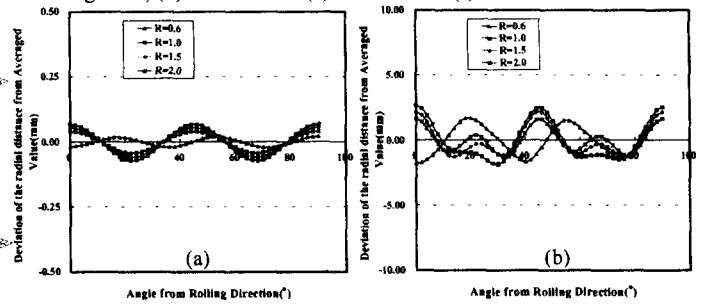


Fig.7 Puckering profiles for various values of normal anisotropic coefficient R; (a)stroke:15 mm (b) stroke:50 mm (c) stroke:80 mm

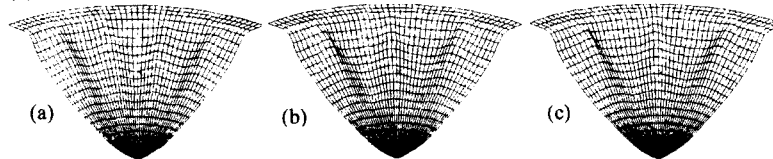


Fig.8 Puckering shapes for various yield criterions; (a)isotropy (b)planar anisotropy of Hill (c)planar anisotropy of Barlat