비선형 전단강도를 이용한 무한사면안정해석

Infinite slope stability analysis using Nonlinear shear strength

정 진 섭*(원광대) · 李 光 範(延邊大) · 양 재 혁(원광대)
Jeong, Jin Seob · Li Guangfan · Yang, Jae Hyouk

Abstract

The real strength envelope for soils without cementation goes through the origin and is curved. The Mohr-Coulomb failure criterion with the strength parameters c' and ϕ' from conventional tests overestimates the shear strength available at low normal stresses. The results of laboratory tests interpreted in terms of the Mohr-Coulomb failure criterion are not appropriate for evaluation of surficial slope stability, because the range of effective normal stresses in the field are not used in the laboratory tests.

1. 서론

본문은 사면안정계산에서 존재하는 문제에 대하여 먼저 Mohr-Coulomb 전단강도이론을 검토하여 사면안정계산지표의 적용조건을 제시한 후 비선형 Mohr-Coulomb 전단강도 지표계산방법을 제시하고 또 실예를 들어 해석을 수행하고자 한다. 통상적인 Mohr-Coulomb 사면안정계산이론과 본문에서 제기된 사면안정계산이론으로 계산한 결과와의 차이를 비교하고 마지막으로 실제계산방법을 제안하였다. 아울러 본문에서 제기된 비선형 전단강도식으로 토압계산을 수행하여 Rankine 토압계산이론과 비교하여 비선형 전단강도식의 보편성을 검토하였다.

2. Mohr-Coulomb 파괴규준검토

흙의 전단강도이론은 사면안전에서 매우 중요하고 또한 기본적인 과제중의 하나이다. Mohr는 흙의 전단강도 τ_n이 응력면에 작용하는 수직응력 σ_n과 정비례하고, 곡선(예를 들면 쌍곡선, 포물선등)으로 표현될 수 있다고 하였다. 그러나 실제공사에서 가장 많이 이용되는 파괴규준은 Mohr-Coulomb 파괴규준이고 그 표현식은 다음과 같다.

$$\tau_f = c + \sigma \tan\varphi \tag{1}$$

여기서 τ_f는 전단강도, σ는 연직방향응력, φ는 흙의 내부마찰각, c는 흙의 점착력이다. 유효응력으로 나타내면 표현식은 다음과 같다.

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan\varphi' \tag{2}$$

여기서 σ'는 흙의 유효연직응력, φ'는 흙의 유효내부마찰각, c'는 흙의 유효점착력이다. Mohr-Coulomb 파괴규준은 $\sigma - \tau$평면에서는 Mohr 응력원과 접하는 하나의 직선이다.

1999년도 한국농공학회 학술발표회 논문집 (1999년 10월 16일)

Mohr-Coulomb 파괴규준은 비교적 작은 응력변화범위에 근거하여 결정된다. Mohr-Coulomb 파괴규준은 응력수준이 비교적 작거나 또한 비교적 큰 상황하에서는 적용되지 않는다. 이로 인하여 얇은 층과 깊은 층의 사면안전계산에서는 비교적 큰 오차를 나타낸다. 응력수준이 비교적 작을 때는 Mohr-Coulomb 파괴규준이 점착력의 작용을 과대 평가하였고 그와 반대로 응력수준이 비교적 클 때는 Mohr-Coulomb 파괴규준이 또 점착력의 작용을 과소 평가하였다. 흙의 점착력은 흙 입자사이의 전자흡인력과 천연 점착물질이 흙 입자에 대한 점착작용력이다.

만약 흙이 인장력을 받지 못한다고 하면 강도포락선은 반드시 좌표원점을 통과하여야 한다. 그러면 강도포락선이 원점을 지나는 하나의 곡선으로 된다. 그러나 Mohr-Coulomb 파괴규준은 강도포락선의 가장 간단한 형태이다. Mohr-Coulomb 파괴규준은 사면안전계산이론이 점성토에서 존재하는 문제점에 대하여 제기된 문제이다. 이런 문제들은 점성토 사면안정계산에 존재할 뿐만 아니라 사질토 사면안정계산에도 존재한다. 때문에 사면안정계산이 더욱 현실적으로 실제상황을 나타내기 위해서는 더욱 적합한 계산방법이 필요하다.

3. 비선형 Mohr-Coulomb 강도

위의 분석에서와 같이 Mohr-Coulomb 파괴규준에 의한 사면안정계산이론에 존재하는 결점은 사면안정계산에서 비교적 큰 오차를 초래할 수 있기 때문에 토체성질에 더욱 부합되는 새로운 계산방법을 확립할 필요가 있다. 어느 한 점에 대응하는 응력상태는 $[\sigma_i', f(\sigma_i')]$이며, 그에 상응하는 강도포락선의 접선방정식은 다음과 같다.

$$\tau = \sigma' f(\sigma_i') + f(\sigma_i') - \sigma_i' f(\sigma_i') \tag{3}$$

위의 식과 식(1)를 비교하여 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\tan\varphi = f(\sigma_i') \tag{4}$$

$$c = f(\sigma_i') - \sigma' f(\sigma_i') \tag{5}$$

위의 식에서 표현한 바와 같이 내부마찰각과 점착력은 상수가 아니고 응력상태에 따라 변한다.

자연토층이 형성과정에서 퇴적압밀작용하에 높은 응력수준 이더라도 토체는 역시 상대적으로 안정되며, 그러나 토체가 인위적인 교란이 되었을 때 원래안정에 있던 토체는 불안정한 상태에 있을 가능성이 있다.

만약, 강도포락선을 포물선으로 나타내면 다음과 같다.

$$\tau = ap_a\left(\frac{\sigma'}{p_a}\right)^b \tag{6}$$

여기서, a, b는 계산매개변수이고 p_a는 대기압이다.

포물선강도수식을 Mohr-Coulomb 파괴규준과 비교하면 강도매개변수는 다음과 같다.

$$\tan\varphi = ab\left(\frac{\sigma'}{p_a}\right)^{b-1} \tag{7}$$

$$c = ap_a\left(\frac{\sigma'}{p_a}\right)^b(1-b) \tag{8}$$

계산매개변수 a, b를 결정하기 위하여 식(6)을 다시 쓰면 다음과 같이 표현한다.

$$\log\left(\frac{\tau}{p_a}\right) = \log a + b\log\left(\frac{\sigma'}{p_a}\right) \tag{9}$$

여기서, $\log a$는 좌표계를 $\log(\frac{\tau}{p_a})-\log(\frac{\sigma'}{p_a})$로 선정하였을 때 직선의 절편이고, b는 직선의 기울기다.

사면안전을 전단강도로 나타내면 다음과 같다.

$$F=\frac{\tau_f}{\tau_m} \tag{10}$$

여기서, τ_f는 가능한 전단강도이고 τ_m는 발휘중의 전단강도이다.

Mohr-Coulomb 전단강도로 나타낸 사면안전계수는 다음과 같다.

$$F_c=\frac{\tau_{cf}}{\tau_m}=\frac{c'+\sigma'\tan\varphi'}{\tau_m} \tag{11}$$

포물선전단강도로 나타나타낸 사면안전계수는 다음과 같다.

$$F_p=\frac{\tau_{pf}}{\tau_m}=\frac{ap_a(\frac{\sigma'}{p_a})^b}{\tau_m} \tag{12}$$

4. 적용예

(1) 매개변수산정

포물선의 계산매개변수를 확정하기 위하여 직접전단시험을 수행하여 수치는 표.1에서 나타냈다.

표.1

Test No.	τ(kPa)	σ_v(kPa)	τ/p_a	σ_v/p_a
1	37.43	47.84	0.382	0.488
2	55.01	95.76	0.570	0.977
3	87.35	239.36	0.891	2.442

표.1의 수치를 식(9)에 대입하여 포물선강도의 계산매개변수 a, b를 구하면 다음과 같다. 즉 $a=0.57$이고 $b=0.54$이다.

계산매개변수와 강도매개변수들을 각각 식(2), 식(6)에 대입하여 Mohr-Coulomb 전단강도 τ_{cf}와 포물선전단강도 τ_{pf}를 계산하여 직접전단시험에서 얻은 τ와 비교하여 표.2에서 나타냈다. 결과에서 보는 바와 같이 포물선은 시험수치와 잘 맞아들 뿐만 아니라 실제에도 잘 어울린다. 시험과 포물선강도포락선에서 보인 바와 같이 전단강도포락선은 원점에서 시작된 곡선이다. 즉, 전단강도매개변수 c', φ'는 상수가 아니고 σ'의 함수로서 σ' 수평에 따라 변한다.

표.2

Test No.	τ(kPa)	Coulomb(τ_{cf})	Power Function(τ_{pf})
1	37.43	39.65	37.93
2	55.01	50.36	53.52
3	87.35	82.46	90.47

포물선의 강도매개변수는 식(7)과 식(8)에 의하여 다음과 같은 표현식으로 계산된다.

$$\tan\varphi = ab(\frac{\sigma_i'}{p_a})^{b-1}; \qquad c = ap_a(\frac{\sigma_i'}{p_a})^b(1-b)$$

여기서 σ_i' 는 포물선과 Mohr원이 사귀는 점의 값이다.

(2) 무한사면안정계산

시험에서 얻은 Mohr-Coulomb 전단강도매개변수는 $c' = 28.938\,\text{kPa}$, $\varphi' = 14^\circ$이고 물성치는 $\gamma_{sat} = 20.169\ \text{kN/m}^3$, $\gamma_b = 10.362\ \text{kN/m}^3$, 사면의 각도 $\alpha = 33.7^\circ$이다.

깊이 h에서 발휘전단강도 $\tau_m = h\gamma_{sat}\sin\alpha$이고 유효연직응력은 $\sigma_i' = h\gamma_b\cos\alpha$이다.

Mohr-Coulomb 전단강도로 계산하면 안정계수는 다음과 같다.

$$F_c = \frac{\tau_{cf}}{\tau_m} = \frac{c' + \sigma_i'\tan\varphi'}{\tau_m}$$

포물선전단강도로 계산하면 안정계수는 다음과 같다

$$F_p = \frac{\tau_{pf}}{\tau_m} = \frac{ap_a(\frac{\sigma_i'}{p_a})^b}{\tau_m}$$

여기서 σ_i' 는 계산깊이 h_i에 상응한 연직응력값이다. 계산결과는 표.3과 그림.1에서 나타냈다.

표.3 사면안정계산 결과

깊이(h) (m)	Coulomb F_c	Power Function F_p	$F_c - F_p$
0.5	5.89	2.07	3.82
1.0	3.04	1.51	1.53
1.5	2.09	1.25	0.84
2.0	1.62	1.10	0.52
2.5	1.33	0.99	0.34

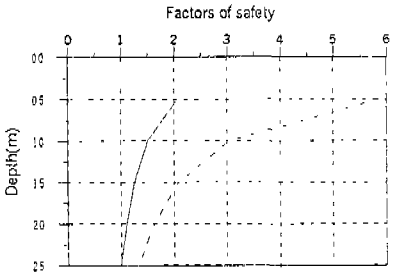

그림.1 선형과 비선형 사면정정 비교

표.3과 그림.1에서 보는 바와 같이 무한사면 포화토에서 사면안정계수는 사면의 연직깊이에 따라 급격히 감소하여 연직깊이가 약 2.5m일 때 사면은 불안정상태로 변화한다. Mohr-Coulomb 전단강도 τ_{cf}로 산정한 결과는 포물선 비선형강도 τ_{pf}로 산출한 결과보다 더 크다. 그 차이는 사면연직깊이에 따라 작아지며 깊이 $h = 0.5$m일 때 차이는 3.82이고 깊이 $h = 2.5$m일 때 차이는 0.34이며 포물선 비선형전단강도로 계산한 계수는 1보다 작아서 불안정상태에 진입한다. 반면 Mohr-Coulomb 전단강도로 계산하면 사면은 여전히 안정상태에 있다. 때문에 Mohr-Coulomb 전단강도는 사면안정에 대하여 과대평가 하여 모험적이다. 그 이유는 강도매개변수 점착력 c와 유효내부마찰각 φ'에 대한 평가에 있다. Mohr-Coulomb 전단강도에서는 c, φ' 값이 상수이고 비선형 강도이론에서는 강도매개변수 점착력 c와 유효내부마찰각 φ'는 연직응력에 관련되어 $c = f(\sigma')$, $\varphi = f(\sigma')$이다. 포물선 비선형에서 c값이 깊이 h에 따라 영에서 점차 커지며 φ'값은 $\pi/2$에서 시작하여 점차 작아진다. 때문에 σ'값이 작을 때 Mohr-Coulom이론에서는 c값을 과대 평가하여 보다 큰 사면안정계수를 초래하였다.

(3) 포물선형 토압계산

만약 흙이 인장력을 받지 못한다하면 파괴포락선은 반드시 좌표원점을 통과하여야 한다. 이런 상황에서 포락선은 원점을 지나는 곡선이다. Mohr-Coulomb 파괴규준은 파괴포락선위 가장 간단한 형식이다. Mohr-Coulomb 파괴규준은 Rankine 토압계산이론으로 주동토압계산을할 때 존재하는 문제점에 비추어 수동토압계산 할 때도 역시 존재하는 문제이다. 이런 문제는 점성토 토압계산에 존재할 뿐만 아니라 사질토 토압계산에도 존재한다. 이를 규명하기 위하여 본문에서는 포물선전단강도 포락선을 제시하여 주동토압계산과 수동토압계산을 수행하는 동시에 Rankine 토압계산방법으로 계산하여 비교한다. 전단강도포락선이 포물선일 때 전단강도매개변수는 다음과 같다.

$$\varphi = \arctan\left[ab\left(\frac{\sigma_i'}{p_a}\right)^{b-1}\right]; \qquad c = ap_a\left(\frac{\sigma_i'}{p_a}\right)^b(1-b)$$

여기서 계산매개변수 $a=0.57$이고 $b=0.54$이다. 대기압 $p_a=98.07\,\mathrm{kPa}$이다. σ'는 포물선과 Mohr원이 사귀는점의 값이다. 만일 포물선 방정식이 확정되면 지정된 $\sigma_1'(=\gamma_b h)$값으로 주동토압 σ_3'을 산정할 수 있으며, 지정된 $\sigma_3'(=\gamma_b h)$값으로 수동토압 σ_1'값을 산출할 수 있다. 주동토압 계산결과는 표.4와 그림.2에서 나타내고 수동토압 계산결과는 표.5와 그림.3에서 나타냈다. 주동토압에 대하여 표.4와 그림.2에서 보는 바와 같이 두 가지 강도이론으로 계산한 결과는 틀리다. 선형에서 깊이 약 7m전에는 (-)토압이 발생한다.

표.4 주동토압계산 결과

깊이 (m)	선형주동토압 (kPa)	비선형주동토압 (kPa)	오차 (%)
0	-45.2	0.0	
5	-13.6	3.9	128.7
10	18.0	22.1	-22.8
15	49.6	47.0	5.2
20	81.3	75.6	7.0
25	112.9	106.7	5.5
30	144.5	139.6	3.4

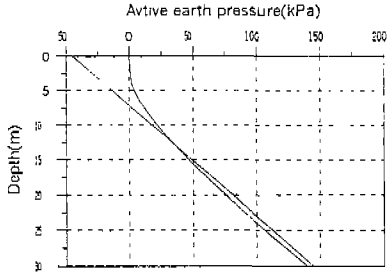

그림.2 선형과 비선형 주동토압 비교

수동토압에 대하여 표.5와 그림.3에서 보는 바와 같이 계산결과는 역시 비교적 큰 차이가 있다. 토목공사 굴착기간 굴착공간내 토체에 의하여 생기는 수동토압이 크면 클수록 좋다. 선형토압으로 계산한 결과는 비선형이론으로 계산한 토압보다 약간 크다. 이때 수동토압값이 과대평가되어 공사실제안전에 대하여 불리하다.

표.5 수동토압계산 결과

깊이 (m)	선형수동토압 (kPa)	비선형수동토압 (kPa)	오차 (%)
0	74.1	0.0	
5	159.0	165.8	-4.3
10	243.9	255.0	-4.6
15	328.8	335.8	-2.2
20	413.6	412.5	0.3
25	498.5	486.3	2.4
30	583.4	558.1	4.3

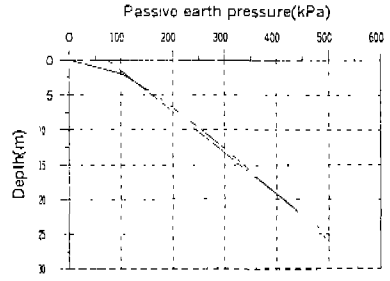

그림.3 선형과 비선형 수동토압 비교

5. 결론

흙의 전단강도지표 즉, 전단강도 매개변수는 설계, 시공시 매우 광범위하게 응용되고 있어서 강도, 사면안정, 토압등 많은 분야에 큰 영향을 미친다. 오래동안 Mohr-Coulomb 강도 지표에 근거하여 얻어진 계산결과는 실제상황과는 차이가 비교적 커서 많은 전문가와 학자들은 시세에 더욱 접근하는 합리적 계산방법들을 제안하여 계산결과를 전개하였다. 그러나 그의 간편성으로 인하여 설계계산중에서 여전히 넓게 사용되고 있다. 비선형 Mohr-Coulomb 파괴규준으로 세운 내부마찰각과 내부점착력은 응력의 함수이며, 이 규준에 의하여 계산된 사면안정과 토압은 비교적 실제지반의 응력이력을 잘 반영하였다.

본문에서 제시한 포물선 전단강도파괴규준은 실제 응력이력을 잘 나타냈으며 2.0~2.5m에서 계산한 사면안정결과는 Mohr-Coulomb과 비교적 접근하였다. 특히 점착력에 대한 평가는 실제를 잘 반영하였다. 무한침투 자연사면에서 사면안정에 미치는 요소는 강도매개변수 및 사면의 경사도이다. 강도매개변수는 또 사면의 포화비중, 깊이와 관련되다. 본문에서 사면경사도 $\alpha=33.7°$일 때 사면의 연직 깊이는 2.5m를 초과하면 사면은 불안정하며 즉, 침투무한 사면에서 안정계수계산 범위는 연직깊이 3m를 초과하지 않는다.

굴착도중에 토압 계산은 비교적 복잡한 문제이며, 이것에 미치는 요소도 매우 많으며, 시간효과와 관련되는 침투, 압밀, Creep, 공간효과와 관련되는 평면크기, 굴착 깊이, 또한 구조물변위가 토압에 대하여 모두 영향이 있다. 특히 구조물변위의 영향은 토압계산이 극한평형조건에 부합되지 않는 것을 초래할 수 있다. 이러한 영향을 미치는 요소를 고려하여 이론계산에서 산출된 토압을 반드시 수정한 후 실제토압으로 하여야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. 華南理工大學校, 東南大學校, 浙江大學校, 湖南大學校, 지반과 기초, 新一版.北京:中國建築工業出版社, 1991
2. Joseph E. Bowles, Physical and Geotechnical Properties of Soils. Second Edition. New York, McGram-Hill Book Company, 1984
3. Huang, Y.H.(1983), "Stability Analyses of Earth Slopes", Van Nostrand Comp., New yok.
4. Fredlund, D.G., and Krahn, J.(1977), "Comparison of Slope Stability Methods of Analysis", Can. Geotech. J., Vol. 14, No. 3,August, pp. 429-439.