

# 시뮬레이티드 어닐링을 이용한 다단 치차장치의 설계 시스템 개발

정태형\*(한양대), 배인호(한양대 대학원)

## Development of Design System for Multi-Stage Gear Drives Using Simulated Annealing Algorithm

Tae Hyong Chong(Hanyang Univ.), Inho Bae(Graduate School, Hanyang Univ.)

### ABSTRACT

Recently, the need for designing multi-stage gear drive has been increased as the gear drives are used more in the applications with high-speed and small volume. The design of multi-stage gear drives includes not only dimensional design but also configuration design of various machine elements. Until now, however, the researches on the design of gear drives are mainly focused on the single-stage gear drives and the design practices for multi-stage gear drives, especially in configuration design activity, mainly depend on the experiences and 'sense' of the designer by trial and error.

We propose a design algorithm to automate the dimension design and the configuration design of multi-stage gear drives. The design process consists of four steps. The number of stage should be determined in the first step. In second step, the gear ratios of each reduction stage are determined using random search, and the ratios are basic input for the dimension design of gears, which is performed by the exhaustive search in third step. The designs of gears are guaranteed by the pitting resistance and bending strength rating practices by AGMA rating formulas. In configuration design, the positions of gears are determined to minimize the volume of gearbox using simulated annealing algorithm. The effectiveness of the algorithm is assured by the design example of a 4-stage gear drive.

**Key Words** : Multi-Stage Gear Drive(다단 치차장치), Gear Design(치차 설계), Configuration Design(배치 설계), Simulated Annealing Algorithm(시뮬레이티드 어닐링 알고리즘)

### Nomenclature

$f$ : face width	[mm]
$m$ : module	[mm]
$u$ : gear ratio	
$z$ : number of teeth	

### 1. 서론

치차장치는 대부분의 기계장치에 구동 및 동

력 전달용으로 사용되어 왔으며, 최근에는 메카트로닉스, 전자제품 등에 대한 사용이 증가하면서 고속도비 다단 치차장치 설계에 대한 관심이 높아지고 있다. 다단 치차장치 설계는 1단 치차장치와는 달리 전 치차비에 따른 적절한 단수의 결정과 각 단에서의 치차비 배분이 요구되며, 이와 함께 각 단에서의 전달하중을 수용할 수 있는 치차의 제원을 결정해야 한다. 또한, 설계한 치차를 다른 치차 또는 축 등 다른 기계요소들과의 간섭을 피하며 한정된 공간 내에 적절하게 배치

하기 위한 설계도 필요하다. 그러나 지금까지 다단 치차장치에 대한 설계는 전적으로 설계자의 경험과 감각에 의지하여, 제원설계와 배치설계를 반복적인 시행착오에 의해 설계하는 것이 대부분이었다.

본 연구에서는 원통치차로 구성된 다단 치차장치에 대해서 치차비 배분, 치차 제원의 설계, 치차장치의 배치설계를 모두 자동적으로 행할 수 있는 알고리즘을 제안하고, 4단 치차장치에 대한 설계를 직접 수행하여 제안한 알고리즘을 토대로 개발한 설계 시스템의 효율성을 검증한다.

## 2. 다단 치차장치 설계 알고리즘

다단 치차장치의 설계 과정은 입, 출력 속도

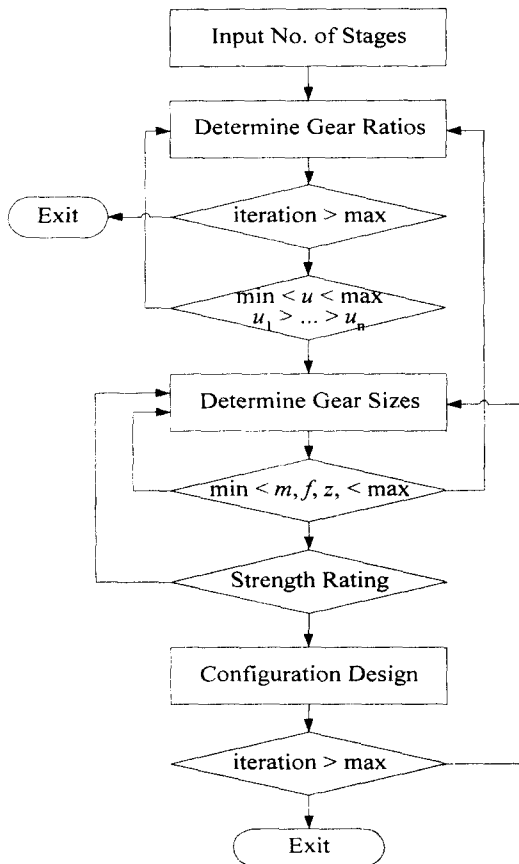


Fig. 1 Algorithm for multi-stage gear drive design

및 전달동력 등 주어진 설계 명세에 따라 단수와 각 단의 치차비를 결정하고 이에 따라 치차 제원을 설계하며 설계된 각 요소를 적절하게 배치하는 것으로 구성된다고 볼 수 있다. 이러한 설계 과정을 기반으로 다단 치차장치의 기본설계를 자동화하기 위한 알고리즘을 제안하며, 이를 Fig. 1에 보인다.

제한한 알고리즘은 크게 단수의 결정, 각 단의 치차비 결정, 각 치차의 제원 설계 및 배치설계의 4단계 과정으로 이루어져 있다. 우선 단수 결정 단계에서 설계자에 의해 적절한 단수를 입력받는다. 이 과정 또한 알고리즘의 간단한 변경을 통해 자동화할 수 있으나, 그로 인해 부가되는 계산량의 증가에 비해 설계자에 의해 단수를 입력 받고 필요한 경우 단수를 증감하는 것이 보다 효율적이다. 이하 각 설계 단계에 대해서는 2.1 ~ 2.3절에서 설명한다.

### 2.1 각 단의 치차비 배분

두 번째 단계에서는 각 단의 치차비를 일종의 임의 탐색(random search)을 통해 결정한다. 현재까지 다단 치차장치의 치차비 배분에 관해서는 각 단의 치차비를 일반적으로 5 내지 7(특수한 경우에는 10)까지 사용하고, 1단의 치차비보다 마지막단의 치차비를 작게한다는 등의 대략적인 지침만이 주어지고 있다<sup>(1)</sup>. 다만, Niemann<sup>(2)</sup>은 Hertz 응력식을 기본으로 도출한 치차비 배분에 관한 식을 제안하고 있으나, 이 식은 2단 및 3단 치차장치에 대한 치차비 배분만을 대상으로 하고, 또한 이 경우에도 설계자가 잇수 또는 모듈을 설정해 주어야만 한다는 단점을 가지고 있다. 반면, 본 연구에서는 각 단의 치차비의 상한치와 하한치를 설정하고, 1단의 치차비가 마지막단의 치차비보다 작도록 임의수(random number)를 발생시킴으로써 치차비를 설정하도록 하였다. 치차비는 치차의 제원 설계 및 배치설계와 서로 직접적인 영향을 미치기 때문에 최종적으로는 적절한 치차비를 설정하게 되며, 이에 대해서는 이후 예제를 통해 검증한다.

### 2.2 치차 제원의 결정

세 번째 단계에서는 각 단 치차의 모듈

(module), 잇수, 치폭을 기본 파라미터로 하여 피치원 직경과 치폭 등 치차의 제원을 결정한다. 본 연구에서는 표준 원통치차의 기본 설계를 대상으로 하고, 비틀림각과 전위계수에 대해서는 고려하지 않는다. 일반적으로 이들에 대해서는 치차의 상세설계 단계에서 고려하게 되고, 또한 기본설계에서 결정한 제원과는 큰 차이를 가지지 않으므로 모듈, 잇수, 치폭만을 기본 파라미터로 하는 것이 가능하다. 여기서 모듈의 경우 KS 규격에 나와 있는 표준치<sup>(1)</sup>만을 사용하기 때문에 이산 변수(discrete variable)로 볼 수 있고, 잇수의 경우 정수 변수(integer variable)로서 압력각에 따라 실용적인 최소 한계 잇수를 결정할 수 있으며, 대략적인 피니언의 최대 한계 잇수도 설정할 수 있다<sup>(1)</sup>. 또한, 치폭의 경우 실제로는 모듈의 정수배로서 상하한치를 정해주는 것이 가능하므로 이산 변수로 볼 수 있다<sup>(3)</sup>. 따라서, 탐색 공간이 비교적 한정되어 있고 탐색 시간에 대한 부하가 적으므로 전역 탐색(exhaustive search)을 통해 제원을 결정한다. 설계된 치차는 강도 평가를 통해 검증하고, 평가를 만족하는 치차에 대해서만 배치 설계를 수행한다. 여기서 강도 평가는 AGMA 규격<sup>(4)</sup>에 의해 치차의 면압 강도(pitting resistance)와 굽힘 강도(bending strength)에 대해 평가한다.

### 2.3 다단 치차장치의 배치설계

위에서 결정된 각 치차의 제원을 기본으로 하고, 시뮬레이티드 어닐링 알고리즘(simulated annealing algorithm)을 이용하여 중심거리, 간섭 등 설계 제약 조건을 만족하며 최소의 부피를 가지는 치차 장치의 배치설계를 수행한다. 이 단계에서는 치차의 제원이 이미 결정되어 있으므로, 치차를 직경과 높이를 가지는 원통으로 가정하여 다수의 원통을 3차원 공간 내에 패킹(packing)하는 문제로 생각할 수 있다. 이와 같은 문제에는 여러 가지 최적화 기법을 적용할 수 있으나<sup>(5)</sup>, 최근에는 Szykman 등<sup>(6)</sup>에 의해 시뮬레이티드 어닐링을 이용하여 연구가 수행된 바 있으며, 그 결과 또한 만족스러운 것으로 보고되어 있다.

시뮬레이티드 어닐링 알고리즘은 확률적 적용 탐색 기법으로서 목적함수의 비선형성에 영향

받지 않는 등의 여러 장점을 가지고 있다<sup>(7)</sup>. 설계 공간 내에서 해는 현재의 해에 일정한 거리 내에서 선택이 되며, 새로 선택된 해는 이전의 해와 비교를 통하여 Metropolis 기준을 거치며 만약 이 기준을 통과하지 못하면 다시 현재의 해에 이웃한 해를 선택하여 비교를 반복한다. 이 Metropolis 기준은 목적함수치를 악화시키는 설계변수의 이동 또한 확률적으로 승인함으로써 국소해를 벗어날 수 있는 특징을 가진다. Fig. 2에 알고리즘을 보인다.

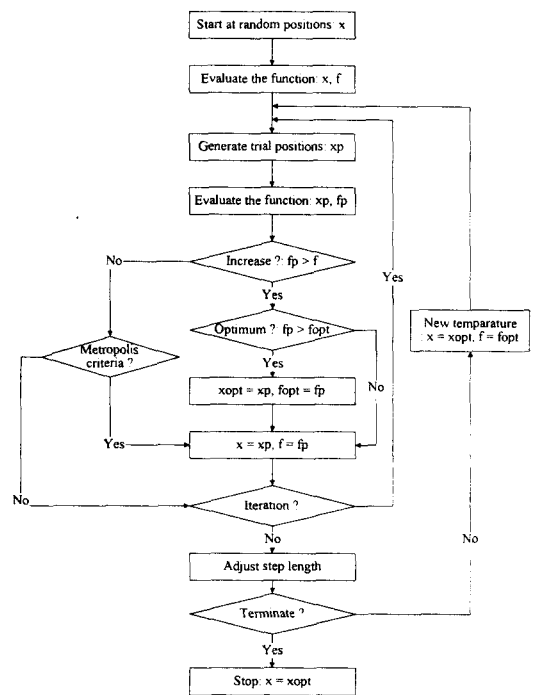


Fig. 2 Simulated annealing algorithm

치차의 배치를 위한 목적함수로는 식 (1)과 같이 가상적인 치차상자의 부피, 즉 배치한 치차를 감싸는 직육면체의 부피와 제약조건들의 선형합을 사용하여, 이를 최소화하는 것으로 하였다.

$$F = W_0 P_0 V + \sum_{i=0}^{26} W_i P_i C_i \quad (1)$$

여기서,  $F$  는 목적함수(objective function),  $W$

는 가중치 계수(weighting factor),  $P$  는 표준화 계수(normalizing factor),  $V$  는 치차상자의 부피,  $C$  는 제약조건,  $nc$  는 제약조건의 수를 나타낸다.

제약조건으로는 각 단의 피니언과 기어의 중심거리와 치폭에 따른 중심점 위치에 대해서, 그리고 치차와 다른 치차 사이, 치차와 축 사이의 간섭에 대해서 설정하여 치차 요소들이 적절히 배치될 수 있도록 하였다<sup>(7)</sup>.

이상의 시뮬레이티드 어닐링 알고리즘에 의한 배치설계의 성능은 저자의 이전 연구를 통해 검증하였으며<sup>(8)</sup>, 본 연구에서는 다음 장에 4단 치차장치를 대상으로 설계 예를 보인다.

### 3. 4단 치차장치에 대한 설계 예

이상과 같이 개발한 설계 알고리즘을 4단 치차장치의 설계에 적용한 예를 보인다. 기본 설계 명세는 Table 1과 같다.

Table 1 Design specifications

Transmitted power	8 (kW)
Input speed	6000 (rpm)
Total gear ratio	300
Gear type	external spur
Pressure angle	20 (deg.)
Material	steel
Heat treatment	carburized & case hardened
Hardness	55 (HRC)
AGMA quality no.	11
Load cycles	$1 \times 10^7$

Table 2 Min. and max. values and the types of the basic design parameters

	min.	max.	variable types
Gear ratios	1.0	9.0	continuous
Module (mm)	1.0	6.0	discrete
No. of teeth in pinion	14	25	integer
Face width (Module)	4	15	discrete

Table 2에 설계 예에서 사용한 기본 파라미터인 각 단의 치차비, 모듈, 피니언 잇수, 치폭의 상하한치를 보인다. 여기서 각 단의 피니언과 기

어는 동일한 치폭을 갖는 것으로 가정하였다.

이상의 설계 명세로 계산한 4단 치차장치의 설계 해를 Table 3과 Table 4, Table 5에 Fig. 3에 보인다. Table 3의 경우 축과의 간섭을 고려하지 않은 경우이며, Table 4와 Table 5의 경우 축의 설계를 고려하여 배치설계를 수행한 경우이다.

Table 3 Design result without shaft

Stage	1	2	3	4
Module (mm)	2.0	2.0	3.0	5.0
No. of teeth in pinion	14	20	23	22
No. of teeth in gear	96	92	85	55
Gear ratio	6.857	4.6	3.696	2.5
Pitch dia. of pinion (mm)	28.0	40.0	69.0	110.0
Pitch dia. of gear (mm)	192.0	184.0	255.0	275.0
face width (mm)	10.0	30.0	45.0	70.0

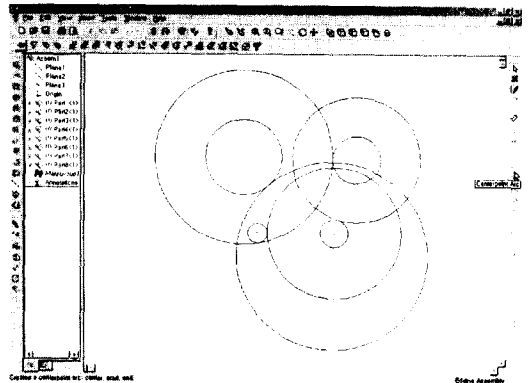


Fig. 3 Configuration without shaft : 2D view

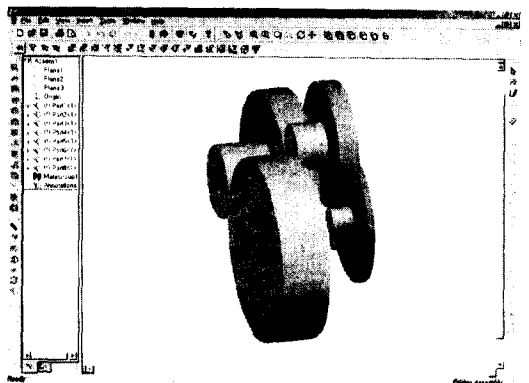


Fig. 4 Configuration without shaft: 3D view

설계 결과에서 각 단의 치차비는 6.857, 4.6, 3.696, 2.5와 같이 의도한 바대로 일반적인 경험적 설계치와 비교해도 좋은 결과를 나타내었다고 볼 수 있으며, 각 단의 모듈 및 치폭 등 치차 제원에 관한 설계 또한 잘 수행된 것을 알 수 있다. 이것은 치차비 설정을 위해 임의 탐색을 수행하고 있으나, 여기서 설정된 치차비가 치차의 제원은 물론 배치 설계와 상호 영향을 주기 때문에 분석할 수 있으며, 이러한 경향은 Fig. 3과 4에서 명확히 확인할 수 있다. Fig. 3과 Fig. 4는 제원 설계를 통해 얻어진 Table 3의 각 치차를 배치한 설계 결과를 치차의 피치원 직경과 치폭으로 구성된 원통으로 나타낸 도식해를 보이고 있는 것이다. Fig. 3과 4의 설계해에서는 축과의 간섭을 고려하지 않았기 때문에 각 치차들이 물림조건을 만족하며 치차상자를 최소화하기 위해 좌표중심으로 모이는 경향을 나타냄을 볼 수 있다. 이 경우 치차상자의 부피는 24889251 (mm<sup>3</sup>)이다.

Table 4 Design result with shaft : Case 1

Stage	1	2	3	4
Module (mm)	1.25	2.0	3.0	5.0
No. of teeth in pinion	19	20	23	22
No. of teeth in gear	124	101	84	54
Gear ratio	6.526	5.05	3.652	2.455
Pitch dia. of pinion (mm)	23.75	40.0	69.0	110.0
Pitch dia. of gear (mm)	155.0	202.0	252.0	270.0
face width (mm)	18.75	28.0	45.0	75.0

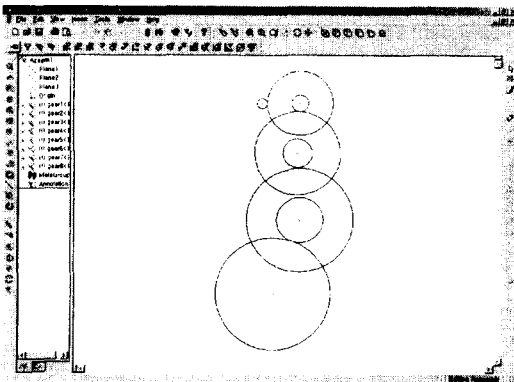


Fig. 5 Configuration with shaft : 2D view



Fig. 6 Configuration with shaft : 3D view

Table 4와 Fig. 5, Fig. 6는 축과의 간섭을 고려한 설계 결과를 나타내고 있다. 실제 설계시에는 필연적으로 축 또는 다른 요소들과의 간섭을 피하여야 하므로, 단순히 치차만을 최소 공간 내에 배치하는 것과는 다른 양상을 가진다. 본 시스템에서는 이러한 조건에 대해서도 축과의 단순히 간섭관계를 고려하는 제약조건으로 기술함으로써 해결 가능하도록 하였다. Table 4의 설계 결과도 Table 3의 설계 결과와 마찬가지로 각 단의 치차비와 모듈, 치폭 등에서 좋은 결과를 얻은 것을 알 수 있다. 이에 대한 배치 설계 결과는 축과의 간섭을 고려하고 있기 때문에, Fig. 3과는 다른 양상을 가진다. Fig. 5 및 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 치차는 각 축과의 간섭을 피하고, 일렬로 배치되는 경향을 가짐을 알 수 있으며, 이 경우 치차상자의 부피는 이전 결과보다 약간 증가하여 26290592 (mm<sup>3</sup>)이다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 원통치차로 구성된 다단 치차장치 설계를 위한 기본설계 및 배치설계 알고리즘을 제안하고, 설계 시스템을 구성하여 4단 치차장치에 대한 설계를 수행하였다. 기본 설계에서 각 단의 치차비 설정은 임의 탐색을 사용하였으며, 각 치차의 제원설계를 위해서는 전역탐색을 사용하였고, 또한 치차의 배치설계를 위해 시뮬레이티드 어닐링 알고리즘을 이용, 치차상자

의 부피를 최소화 할 수 있는 설계를 수행함으로써 치차의 위치를 결정하였다.

개발한 시스템을 통해 4단 치차장치에 대한 설계 수행 결과, 일반적인 설계 의도에 부합하는 좋은 설계 결과를 제시함을 알 수 있었다. 일반적인 다단 치차장치의 설계가 제원설계와 배치설계가 고도로 연성되어 있어, 실제 설계 수행시에 시행착오법 이외에는 정식화된 방법이 존재하지 않고, 따라서 설계완료시까지 많은 시간과 비용이 소비된다고 하는 관점에서 볼 때, 본 시스템을 이용하는 경우 상당히 효율적이고 편리하게 기본설계를 수행할 수 있다는 것을 의미한다.

### 참고문헌

- [1] 박영조, 1997, 기계설계, 보성문화사.
- [2] G. Niemann and H. Winter, 1989, *Maschinenelemente*, Band II, pp. 261-262.
- [3] 仙波正莊, 1988, 新版 齒車伝動機構設計のポイント、日本規格協會.
- [4] AGMA, 1988, ANSI/AGMA Standard 2001-B88 "Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth", American Gear Manufacturers Association.
- [4] Udy, J. L., Balling, R. J., Benzley, S. E., and Landon, M. D., 1998, "Computation of Interferences Between Three-Dimensional Objects and the Optimal Packing Problems", *Advances in Engineering Software*, Vol. 10, No. 1, pp. 8-14.
- [5] Szykman, S., and Cagan, J., 1997, "Constrained Three-Dimensional Component Layout Using Simulated Annealing", *ASME Journal of Mechanical Design* Vol. 119, No. 2, pp. 28-35.
- [6] Goffe, Ferrier and Rodgers, 1994, "Global Optimization of Statistical Functions with Simulated Annealing," *Journal of Econometrics*, vol. 60, no. 1/2, Jan./Feb. pp. 65-100.
- [7] 이성주, 1998, 다단 치차장치의 설계법,

한양대학교 석사학위 논문.

[8] 정태형, 이성주, 1999, "다단치차장치의 설계법", 1999 한국공작기계학회 추계학술대회논문집(계재예정).