

제로터와 호브의 3차원 형상 자동 생성에 관한 연구

정 태 형*(한양대), 하 영 옥(한양대 대학원)

A Study on Automatic Generation for 3-Dimensional Geometry of Gerotor and Hob

Tae Hyong Chong(Hanyang Univ.) Young Wook Ha(Graduate School, Hanyang Univ.)

Abstract

When designing a gerotor, designers determine basic dimensions of a gerotor with transmitted power considering strength, interference and so on. But, designers can not easily obtain the tooth profile generated by dimensions as well as the geometry of generating hob for cutting the tooth profile. In order to resolve these problems, an automatic design system creating not only the solid model of a gerotor but also that of the generating hob using the design parameters of dimensions is developed. Through the developed system, designers can improve the efficiency of design and satisfy the variable requirements of design as well. In this research, the three-dimensional solid model of gerotor is generated considering the design parameters. Besides, that of generating hob with respect to the design parameters of hob is created automatically. The system is developed using Visual Basic and its three-dimensional geometric modeling module is constructed using SolidWorks.

1. 서론

치형으로 사용되는 곡선은 크게 인벌류트 곡선과 트로코이드 곡선이 있다. 이러한 곡선으로 이루어진 치차의 치형을 구하는 식은 많은 연구^{(1)~(3)}가 있으나, 현재까지 발표되어 있는 식들이 복잡하여 설계자나 제조자가 접근하기가 용이하지 않으며, 수치 데이터들을 이용하여 정확한 치형의 형상을 구현하는 CAD 데이터를 만드는 과정은 숙련된 CAD 사용자만이 생성할 수 있는 어려운 점들이 있다. 따라서, 본 연구에서는 제로터와 절삭 공구인 호브의 3차원 형상을 설계 제

원만으로 자동 생성시키는 시스템을 개발하고자 한다.

2. 트로코이드 곡선을 이용한 제로터 설계

2.1. 트로코이드 곡선

트로코이드는 고정된 원 위에서 미끄럼 없이 구르는 원에 고정된 한 점의 경로로 정의된다. 트로코이드의 유형을 살펴보면 Table 1과 같이 고정원의 형태와 구름원의 위치에 따라 9가지 유형으로 분류할 수 있다⁽⁴⁾. 본 연구에서는 에피트로코이드를 이용한 제로터에 대해 다룬다.

Table 1 Nine possible trochoids

Location of the point	Circle rolls on a straight line	Circle rolls outside the fixed circle	Circle rolls inside the fixed circle
On the circle	Ordinary cycloid	Epicycloid	Hypocycloid
Outside the circle	Curtate cycloid	Curtate epitrochoid	Curtate hypotrochoid
Inside the circle	Prolate cycloid	Prolate epitrochoid	Prolate hypotrochoid

2.2 제로터의 설계

제로터는 창성된 로터(Generated rotor)라는 뜻으로 외부로터와 내부로터로 이루어져 있다. 제로터의 기본 운동은 피치원이 내접하여 물리는 방식으로, 내부로터는 공전과 자전운동 즉, 편심회전운동을 하며, 내부로터의 자전이 출력이 되기 때문에 독자적인 감속이 내부에서 얻어진다. 외부로터는 가공을 용이하게 하기 위하여 원호를 치형으로 사용하였고, 외부로터의 치형이 원호인 경우는 내부로터 치형 곡선은 트로코이드이다. 본 연구에서는 곡선족의 특성을 이용한 내부로터의 치형을 구하는 방법을 사용했다.

2.2.1 제로터의 설계 제원 및 치형 설계 방법

제로터의 외부로터 설계에 필요한 제원은 트로코이드 반경, 원호 치형 반경, 외부로터 잇수, 이뿌리원과 외부로터의 이뿌리원 반경, 원호치형이 만나는 부분의 필렛 반경으로써 이들이 주어지면 외부로터의 형상이 결정된다. 내부로터의 형상을 창성하기 위해서는 편심량이 필요하다. 편심량은 외부로터와 내부로터가 조립되었을 때 두 로터의 중심 거리가 되며, 편심량과 치형의 개수에 의하여 피치원이 결정되므로 편심량은 내부로터의 형상 결정에서 중요한 변수이다.

내부로터의 잇수는 외부로터의 잇수보다 하나가 적다. 기본 설계 제원이 결정되면 내부로터의 형상을 구할 수 있다.

제로터의 운동에서 내부로터를 고정하고 외부로터를 회전시키면, 외부로터의 회전에 따라 원호 치형이 이루는 포락선이 내부로터의 치형이 된다. Fig. 1과 같이 원호 치형 중심이 되는 트로코이드 곡선 궤적은 반경 r_g 인 기초원 위에 반경 r_h 인 구름원이 구를 때 구름원 중심에서 e 만큼 편심되어 있는 T 점의 궤적이 된다. 트로코이드 반경은 기하학적으로 식 (1)이 된다⁽⁵⁾⁻⁽⁶⁾.

$$r_t = r_g + r_h \quad (1)$$

기초원 및 구름원 반경은 T 점의 궤적 곡선이 닫혀져야 한다는 조건에서 식 (2)와 같이 된다.

$$r_g = \frac{m}{n} r_t, \quad r_h = \frac{1}{m} r_t \quad (2)$$

T 점의 궤적 곡선을 중심으로 반경이 r_c 인 궤적원(locus circle)을 무수히 형성시키면, 이 궤적원들의 포락선이 창성된 내부로터가 된다. 내부로터의 이뿌리원과 이뿌리원은 기하학적 관계에서 결정되고 피치원은 운동특성에서 결정된다.

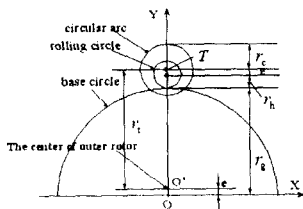


Fig. 1 Geometric arrangement of design condition

Fig. 1에서 원호 치형의 중심인 T 점의 궤적 곡선은 식 (3)과 같이 계산된다.

$$r_T = (r_t \sin \theta + e \sin n\theta)i + (r_t \cos \theta + e \cos n\theta)j \quad (3)$$

여기서, 설계각 θ 는 내부로터의 자전각이다. T

점의 궤적에 중심을 둔 반경 r_c 인 궤적원들은 곡선족 방정식으로 식 (4)와 같이 표시된다.

$$r_F(\theta, \phi) = (-r_c \sin \phi + r_t \sin \theta + e \sin n\theta)i + (-r_c \cos \phi + r_t \cos \theta + e \cos n\theta)j \quad (4)$$

식 (4)에서 ϕ 는 궤적원에서의 각도를 나타낸다.

내부로터는 원호치형 곡선족의 포락선이 되므로 θ, ϕ 가 만족해야 할 관계는 식 (5)가 된다.

$$\frac{\partial r_F}{\partial \theta} \times \frac{\partial r_F}{\partial \phi} = 0 \quad (5)$$

곡선족 식을 θ, ϕ 에 대해서 각각 미분하여 정리하면 식 (6)과 같이 θ 를 ϕ 에 대한 함수로 구할 수 있다.

$$\phi(\theta) = \tan^{-1} \frac{r_t \sin \theta + e \sin n\theta}{r_t \cos \theta + e \cos n\theta} \quad (6)$$

따라서 내부로터 치형 곡선식은 식 (7)과 같다.

$$r = ui + vj \quad (7)$$

여기서,

$$u = -r_c \sin \phi + r_t \sin \theta + e \sin n\theta$$

$$v = -r_c \cos \phi + r_t \cos \theta + e \cos n\theta$$

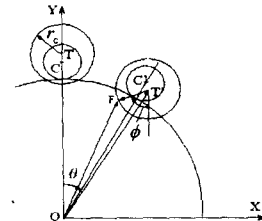


Fig. 2 Generation of inner rotor geometry

외부로터의 수가 7개, 편심량이 3.65mm, 원호 반경이 10mm, 트로코이드의 반경이 36.5mm 일 때 동적 궤적을 구하면⁽⁷⁾ Fig. 3과 같이 된다.

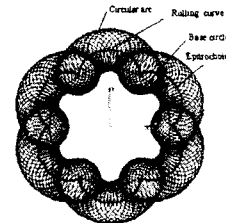


Fig. 3 Generation of the trace for trochoid and arc circle (Kinematic simulation)

2.2.2 제로터 가공을 위한 호브의 설계

호브 설계시 호브 부재의 크기와 날수를 결정하고 래의 형상을 가공할 수 있는 드레서

(dressor)의 프로파일을 구해야 한다. 호빙 가공의 호브-피삭재 물림은 랙-피니언 물림으로 시뮬레이션되므로 피니언의 형상으로부터 랙의 기본 치형을 구할 수 있으나, 이때 형성되는 궤적으로 수치적인 정보를 얻기가 어려우므로, 본 연구에서는 외부로터, 내부로터 및 랙의 물림을 동시에 고려하여 외부로터의 원호 치형으로부터 랙의 형상을 수치적으로 구하는 방법^{(8)~(9)}을 이용했다.

호브의 형상은 랙을 고정시키고 랙의 피치선과 내부로터의 피치원을 구름운동시키면 된다. Fig. 4는 랙과 내부로터의 좌표계 설정이다. 랙의 좌표 (x_h, y_h) 는 랙이 고정되어 있으므로 고정 좌표이다. 내부로터의 회전각을 θ 라 하면 내부로터의 중심은 $r_1\theta$ 만큼 이동한 것이 되므로 내부로터의 형상을 랙의 고정 좌표에 대하여 변환하면 식 (8)과 같다.

$$\left. \begin{aligned} x_h &= u \cos \theta - v \sin \theta + r_1 \theta \\ y_h &= u \sin \theta + v \cos \theta - r_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

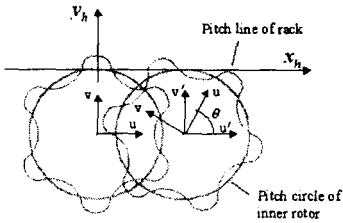


Fig. 4 Coordination of rack and inner rotor

Fig. 5는 랙-내부로터의 물림시 회전각 θ 를 0° 에서 60° 까지 변화시키면서 내부로터의 궤적을 그린 것이다. 식 (8)은 피치선을 기준으로 아래 부분에서만 사용할 수 있는 식이며, 피치선의 위 부분은 내부로터의 치형을 사용해야 한다.

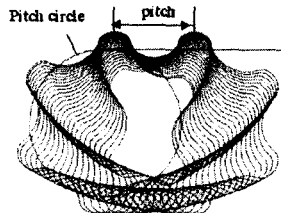


Fig. 5 Generation of the trace for inner rotor

호브의 전체 형상을 구성하기 위해서는 피치선을 기준으로 오목한 부분에 내부로터의 이끝부분 곡선을 사용하여 식 (8)에서 계산한 랙 프로파일과 조합시키면 전체 호브의 프로파일을 얻을 수 있다. Fig. 5로 형성한 호브 치형을 이용하

여 호빙 과정을 시뮬레이션하면 Fig. 6이 된다.

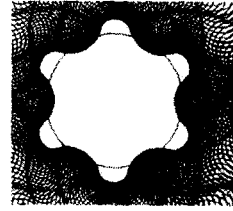


Fig. 6 Simulation of hobbing process for gerotor

Fig. 6은 스텝 간격을 0.2° 로 하여 시뮬레이션을 수행한 결과이다.

3. 제로터의 3차원 형상 생성

제로터에서 사용되는 파라미터는 외부로터의 외경, 외부로터의 잇수, 외부로터의 중심에서 원호 치형의 중심까지의 거리, 원호치형의 반경, 편심량과 내부로터의 잇수, 기초원과 구름원의 반경, 피치원 반경 등이 있다. 이들 파라미터를 사용하여 제로터 및 호브의 3차원 형상을 생성하는 프로세스는 Fig. 11과 같다.

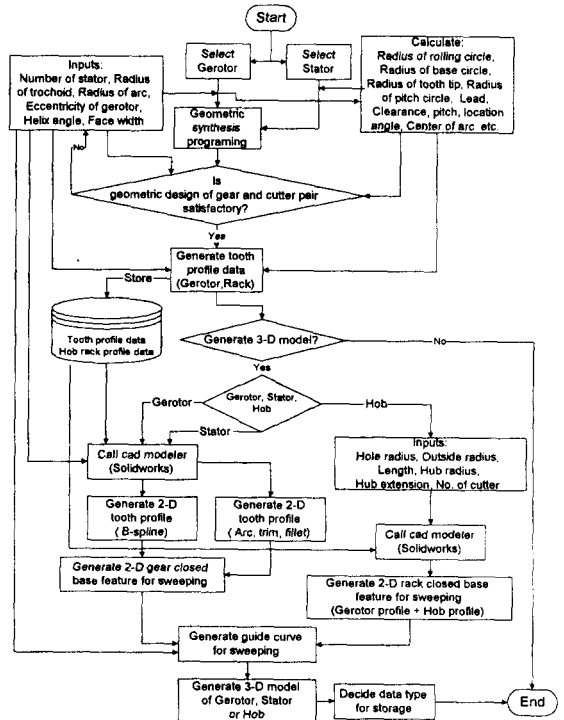


Fig. 11 Flowchart for generation of gerotor and hob 3-D

외부로터의 치형 생성에서는 치형 형상이 원호로

구성되어 있기 때문에 설계 제원으로부터 외부로터의 원호 중심점과 원호가 시작되는 점들의 좌표를 계산한다. 내부치형의 생성에서는 설계 제원을 입력하고 입력된 설계 제원으로부터 기하학적 형상에 관련되는 파라미터를 이용한 제로터의 내부치형 데이터를 생성시킨 후 이를 솔리드 워크스⁽¹⁰⁾의 한 평면을 기준으로 하나의 B-스플라인으로 형성하여 2차원 치형을 생성한다. 생성된 2차원 치형에 대하여 스위프 함수를 사용하면 3차원 형상을 생성할 수 있으며, 비틀림각이 존재하는 경우에는 피치원을 기준으로 2차원 윤곽 곡선(contour)이 스위프(sweep)될 수 있도록 피치와 리이드를 솔리드 워크스 파라미터로써 제어하여 안내선을 헬릭스(helix) 형태로 생성되도록 한다.

4. 제로터 가공 호브의 3차원 형상 생성

제로터 내부로터의 치형을 가공하기 위해서 호브의 치형을 수식적인 방법과 도식적인 방법을 이용하여 피치점을 기준으로 피치점 위의 호브 프로파일은 내부로터의 치형을 이용하며, 피치점 아래의 치형은 피치점을 기준으로 좌표 변환을 이용하면 호브의 치형을 가공할 수 있는 드레서(dresser)를 구할 수 있다.

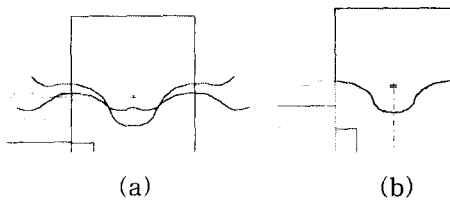


Fig. 12 Profile of dresser

내부치형과 도식적 방법으로 구한 프로파일을 평행이동 시킨 후 대칭 매트릭스와 평행이동 매트릭스를 적용하여 역 프로파일을 형성하는 좌표를 구하면 된다. 호브의 가공 모재에 밀링 작업을 호브 날수만큼 생성시킨 후, 호브 치형을 가공하기 위한 드레서를 내부 로터의 피치와 리이드를 이용하여 헬릭스 형태의 스위프 안내 곡선을 생성시킨 후 불리언 작업(boolean operation)으로 호브의 형태를 생성시킨다. 이 때 스위프에 필요한 드레서의 프로파일은 폐곡선이어야 한다. 트림 함수를 이용하여 Fig. 12(a)의 프로 파일을 Fig. 12(b)의 단일 폐곡선 형태로 생성한다.

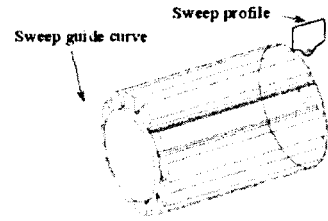


Fig. 13 The location of dresser and hob

호브의 역 프로파일 즉, 드레서의 프로파일을 구하는 식은 식 (9)와 같다.

$$[q_i][T_1][S_1][T_2] = (x_i, y_i, 1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -y_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & y_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서,

- $[q_i]$: 드레서 프로파일의 좌표
- $[T_1]$: 원점으로의 평행 이동 매트릭스
- $[S_1]$: x축 대칭 매트릭스
- $[T_2]$: 호브 부재의 가공 초기 위치로의 평행 이동 매트릭스

5. 제로터의 3차원 형상 결과

기존에는 인벌류트 치형의 경우에는 절삭 공구가 날카로운 것, 필렛이 있는 것, 라운드가 있는 것으로 3가지 유형만 존재^{(11)~(12)}하지만 제로터의 경우에는 치형을 생성시킬 수 있는 여러 가지 유형의 랙 프로파일을 생성시킴으로써 쉽게 새로운 여러 가지 치형을 생성할 수 있는 장점이 있다. 제로터 치형의 특성을 살펴보면 Fig. 14와 같이 두 개의 변곡점이 생기고 최대 곡률은 변곡점 바로 위에 있음을 알 수 있다.

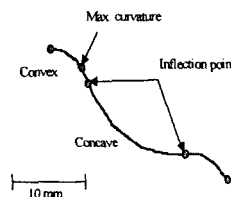


Fig. 14 Characteristics of inner rotor

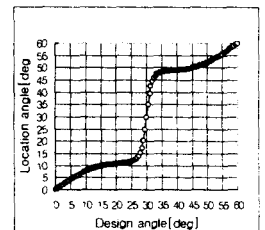
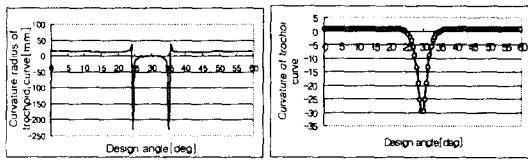


Fig. 15 Design angle & location angle of inner rotor

제로터에서 설계각은 외부로터의 중심에서 계산된 내부로터의 임의 한점이 y축과 이루는 각이며, 위치각은 내부로터의 중심에서 측정된 각이다. Fig. 15에서와 같이 내부로터의 중심 영역에서는 설계각에 따른 위치각의 변화가 급격하므로 B-스플라인으로 근사화할 때 오차량이 커짐을 방지하기 위해서 점을 조밀하게 생성시켰다.

인벌류트 치차의 경우는 이끝 두께와 간섭만을 고려하면 가공상의 문제는 없지만 제로터에 있어서는 곡률 변화가 크면 가공이 안되며, 면압 강도 측면에서도 취약하므로 곡률을 검토할 필요가 있다. 먼저 트로코이드 곡선의 곡률 반경과 곡률을 검토해보면 Fig. 16과 같다.



(a) curvature radius (b) curvature

Fig. 16 Characteristics of curvature radius and curvature for trochoid curve

트로코이드의 침점(cusp)의 영향으로 구름원이 반 바퀴 굴렀을 때 곡률이 가장 크게 나타난다.

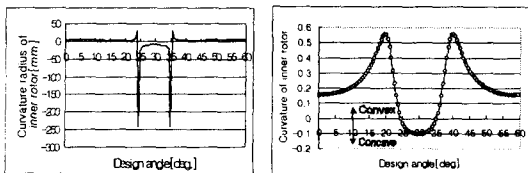


Fig. 17 Characteristics of curvature radius and curvature for inner rotor

Fig. 17(b)에서 곡률 값의 부호는 볼록과 오목을 나타낸다. 곡률 변화가 커서 실제 호브 가공이 안되므로 원호로 곡률을 줄여 호브 가공이 가능하게 한 것이 제로터이다. 제로터의 내부로터의 곡률 반경 및 곡률 변화는 Fig. 18과 같다.

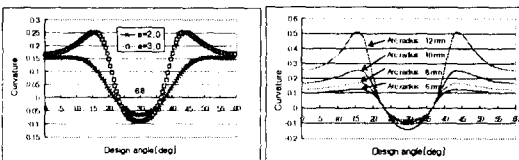


Fig. 18 Change of curvature by eccentricity and arc radius

따라서, 제로터의 치형에 대하여 곡률과 접촉점을 설계 결과로 제시할 수 있다.

제로터의 내부로터와 외부로터 및 조립 3차원 형상을 생성한 결과는 Fig. 19이다. Fig. 19(a)의 설계 제원은 외부로터의 잇수 7, 트로코이드 반경 32.5mm, 원호 반경 10mm, 편심량 3.65mm, 비틀림각 10° 이며, Fig. 19(b)의 설계 제원은 외부로터의 잇수 7, 트로코이드 반경 32.5mm, 원호 반경 10mm, 편심량 4mm, 비틀림각 0° 인 경우의 3차원 형상이다.



(a) inner rotor (b) outer rotor (c) assembly



(a) inner rotor (b) outer rotor (c) assembly

Fig. 19 3-dimensional geometry of gerotor

with different parameters:

helix angle (10° , 0°) and eccentricity (3.65mm, 4mm)

5.1 가공 호브의 3차원 형상 결과

제로터의 호브는 치형에 따라서 여러 가지 형태의 프로파일을 얻을 수 있다. 제로터와 호브의 설계 제원은 Table 2와 같다.

Table. 2 Design value of gerotor and hob

(unit : mm)

	Design variable	Case 1	Case 2	Case 3
Gerotor	No. of outer rotor lobe	7	7	7
	Radius of trochoid	32.5	32.5	32.5
	Radius of arc	10	10	6
	Eccentricity	3.65	2	3.65
	Face width	50	50	50
Hob	Hole radius	20	20	20
	Hub radius	37	37	37
	Outside radius	50	50	50
	Length	70	70	70
	Hub extension	5	5	5
	Axial pitch	21.68	22.64	28.27
	No. of blade (EA)	12	12	12

위의 3가지 경우의 3차원 호브 형상은 Fig. 20과 같은 결과를 얻을 수 있으며, Case 1보다 Case 3이 피치가 더 크음을 알 수 있다. 따라서 호

브의 피치의 영향은 편심량보다 원호 반경의 영향이 더 크며, 원호 반경이 작아질수록 피치가 증가함을 알 수 있다. 또한 Case 1과 Case 2에서 편심량이 작아지면 내부로터의 치 높이가 낮아짐으로 호브의 치 높이도 이와 똑같은 높이를 가져야한다. 따라서 Case 2의 호브의 치 높이가 더 작은 것을 알 수 있다.

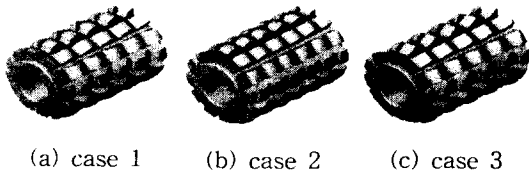


Fig. 20 3-dimensional geometry of gerotor hob by changing eccentricity and arc radius

6. 결론

제로터와 호브의 설계 제원으로부터 3차원 형상을 자동 생성할 수 있는 시스템을 만든 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 일반 PC에서 본 연구와 같은 솔리드를 자동 생성시킴으로써 설계 시간을 단축할 수 있으며, 새로운 치형을 개발하는데 있어서 유효하다.
- (2) 모델의 생성의 범위는 제로터의 형상과 가공 호브까지도 자동으로 생성시킨다.
- (3) PC의 성능에 따라 생성 시간의 차이가 생긴다. 일반적인 경우는 생성 시간이 1~2분 정도이며, 설계자가 치형의 좌표를 안다 하더라도 수작업으로 솔리드 모델을 생성시키는 시간에 비해 상당히 효율적임을 알 수 있었으며, 실제 산업 현장에서도 활용될 수 있으리라 생각된다

참고문헌

- [1] Earle Buckingham, 1949, "Analytical Mechanics of Gears", Dover Publications, Inc. pp. 1~176.
- [2] David B. Dooner, 1995, "The Kinematic Geometry of Gearing" A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc. pp. 24~76.
- [3] Dudley, Darle W., 1984, "Handbook of Practical Gear Design", McGraw-Hill Book Company, pp. 3.128~3.135.
- [4] John Bun Shung, 1992, "Analysis of Trochoidal-type Machines with Conjugate Envelopes", Purdue University, pp. 1~66.
- [5] Chung-Yih Yu and Chung-Biau Tsay, 1990, "The Mathematical Model of Gerotor Pump Applicable to Its Characteristic Study", CSME Vol. 11, No.4.
- [6] Schell, C. M., 1969, "Define the Geometry of Inner and Outer Tooth Contours of a Gear Type Oil Pump", General Motors Engineering Journal, pp. 53~54.
- [7] CATIA.Kinematics User's Reference Manual Version 4, IBM, 1999
- [8] 石橋 彰, 吉野英弘, 昭 62-3, "任意齒形おもつ齒車と工具の設計・加工に関する研究", 日本機械學會論文集, 53卷 487号, pp. 887~893.
- [9] J. Balic, J. Flasker, F. Cus, 1991, "Design and Manufacture of Gears", JSME, 23-26
- [10] 金谷道雄, 1997, "Solidworks Concept" 日本機械學會, No.97-69, pp. 194~197
- [11] AGMA, 1974, "Tooth Proportions for Coarse-Pitch Involute", 201.02
- [12] AGMA, 1975, "Gear-Cutting Tools Fine- and Coarse-Pitch Hobs", 120.01