한국공작기계학회 '99년도 추계학술대회 논문집 pp.216~220

새로운 SMC를 이용한 BLDC전동기 제어에 관한 연구
A Study on the BLDC Motor Contro with Noble SMC

박 승 규　김 민 찬°　안호균
Seung-Kyu Park · Ho-Gyun An · Jae-Dong Lee

창원대학교 전기공학과

Abstract : In this paper, the feedback linearization technique is used with the sliding mode control for nonlinear system. The combination of these two control techniques can be achieved by proposing a novel sliding surface which has the nonminal dynamics of the origianal system controlled by feedback linearization technique. The noble design of the sliding surface is based on the augmented system whose dynamics have a higher order than that of the origianal system. The reaching phase is removed by using an initial virtual state which makes the initial sliding function equal to zero

Key Words : feedback linearization, sliding mode control, nonlinear system

1. 서 론

궤환 선형화 이론은 비선형 계통을 비선형 좌표변환과 비선형 피이드백을 이용하여 정확한 선형화를 가능케 함으로써 이미 많은 연구가 되어 있는 선형제어이론을 그대로 도입하여 사용할 수 있다는 커다란 장점을 가지고 있다[1]. 그러나 대부분의 계통은 사실상 정확한 모델링이 불가능한 불확실성이 존재하는 비선형 계통이기 때문에 비선형 계통의 정확한 동특성을 알아야만 적용가능한 궤환선형화 기법을 실제 응용에 적용하는 데에는 많은 제약이 따른다. 이에 본 연구에서는 매개변수 불확실성이나 외란이 존재하는 비선형 계통에 대해서 궤환 선형화 기법과 슬라이딩 모드 제어이론을 함께 이용하는 새로운 연구방향을 세시하기로 한다. 슬라이딩 모드 세어 이론은 파라메터 불확실성이나 외란이 존재하는 경우에 강인한 특성을 가지는 제어이론으로 많은 연구가 이미 이루어져 있는 상태이며 실제로 많은 응용 결과를 가지고 있는 이론이다[3]. 그러나 근본적으로 입력 떨림현상과 슬라이딩 평면으로의 도달기간이 존재한다는 단점을 가지고 있으며 슬라이딩 평면이 제어대상 계통보다 차수가 하나 작은 동특성을 가지기 때문에 다른 제어기법과 같이 결합하여 사용하기가 매우 어렵다는 특성을 가지고 있다. 이에 본 논문에서는 이러한 단점을 제거하기 위하여 가상의 변수를 도입하였고 가상의 변수의 동특성이 추가된 차수가 증가된 계통에 대해서 슬라이딩 평면을 구성하여 슬라이딩 모드 제어이론을 적용하였다. 결과적으로 새롭게 구성된 슬라이딩 평면을 제어대상계통의 동특성을 가질 수 있게 되었고 궤환 선형화 이론에 의해 제어된 계통의 동특성을 가질 수 있게 되었다. 또한 가상의 상태를 도입하는 과정에서 초기의 가상의 상태값을 초기 슬라이딩 함수의 값이 영이 되도록 함으로써 도달기간을 제거할 수 있게 되었다. 제안된 제어기는 파라메터가 불확실한 비선형동특성을 갖는 BLDC전동기의 제어에 유용함을 시뮬레이션을 통해서 보인다.

2. 문제설정

본 논문에서는 다음과 같은 비선형 계통을 다루기로 한다.

$$x(t) = f(x) + g(x)u(t) + \Delta_f(x) + d(t) \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n, u \in R, f \in R^r$이고 노옴유계를 가지는 $\Delta_f(x), d(t)$는 다음과 같은 정합조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \Delta_f(x) &= g(x)\Delta_{1f}(x) \\ d(t) &= g(x)d_1(t) \end{aligned} \quad (2)$$

2.1절에서는 SMC 이론에 대해서 다루고 2.2절에서는 궤환 선형화이론에 대해서 간략하게 다루

고 본 논문에서 해결해야할 문제점을 요약하기로 한다.

2.1 SMC 이론과 문제점 고찰

식(1)의 계통에 대해서 SMC이론을 적용시키기 위해서는 다음과 같은 형태의 슬라이딩 평면이 구성되어진다.

$$s(x) = c_n x_n + c_{n-1} x_{n-1} + \dots + c_1 x_1 + c_0 = 0 \tag{3}$$

여기서 계수 $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$은 슬라이딩 평면의 동특성이 안정하도록 결정된다.

위의 슬라이딩 평면에 대하여 SMC입력은 상태들을 슬라이딩 평면에 머물러 있도록 하기 위해서 $s(x)\dot{s}(x) < 0$의 조건이 만족되도록 결정되며 상태들은 슬라이딩 평면의 동특성을 따르게 된다. SMC입력의 형태는 다음과 같다.[2]

$$u(\cdot) = \begin{cases} u^+(\cdot) & \text{if } s > 0 \\ u^-(\cdot) & \text{if } s < 0 \end{cases} \tag{4}$$

식(3)의 형태를 보면 (n-1)차의 동특성을 가지므로 원래 계통의 동특성을 가질 수 없게되므로 결과적으로 다른 제어기에 의해 제어되는 경우에도 그동특성을 가질 수 없으므로 SMC가 다른제어기법들과 결합하여 사용될 수 없다는 것을 의미한다. 슬라이딩 평면에의 도달기간이 존재한다는 것은 초기의 상태들이 슬라이딩 평면에 존재하지 않는다는 것을 의미하며 이것은 초기상태들이 슬라이딩 평면식(3)을 만족시키지 않음을 의미하는 것이다.

2.2 궤환 선형화 이론

본 논문에서는 다음과 같은 불확실성이 존재하지 않는 공칭계통에 대해서 궤환 선형화 이론을 적용시킨다.

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u(t) \tag{5}$$

여기서 f와 g는 R^n 내에 있는 개집합(open set U) 위의 연속미분 가능한 원활한 벡터장 (C^∞ vector field)이고 $f(0) = 0, x \in R^n, u \in R$ 이라고 가정한다. 식(5)와 같은 비선형 계통이 주어졌을 때, 비선형 좌표변환 $z = \phi(x)$ ($\phi: R^n \to R^n$)과 비선형 궤환 $u = \alpha(x) + \beta(x) v$ $(\alpha, \beta : R^n \to R)$을 통하여 비선형 계통을 새로운 좌표계에서 다음과 같은 선형 계통(6)으로 변환하는 것을 궤환 선형화 기법이라고 한다.

$$\dot{z} = Az + bv \tag{6}$$

여기서 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix},$

(A, b)는 Brunovsky표준형 쌍이고, v는 새로운 좌표계에서의 제어입력이다. Brunovsky표준형 쌍 (A, b)는 가제어한 선형계통이나 행렬 A가 원점에 n개의 고유치를 가지는 불안정한 계통이므로 새로운 좌표계에서 전체계통을 안정화시키기 위해서는 식(7)와 같은 상태궤환입력을 인가한다

$$v = Kz \tag{7}$$

여기서 K는 상태궤환 이득이다.

계통 (5)에 궤환 선형화 기법을 적용하여 선형계통 (6)으로의 변환이 가능할 조건은 다음조건을 만족시키는 것이다[1].

정리 1 비선형시스템 (5)가 선형화될 필요충분조건은 다음조건을 만족하는 평활한 벡터장 Ω가 존재한다는 것이다.

$\{ g, ad_f g, \dots\dots, ad_f^{n-1} g \}$가 Ω내에서 서로 선형 독립이고

$\{ g, ad_f g, \dots\dots, ad_f^{n-2} g \}$가 Ω에 속한다.

본 논문에서의 해결해야 할 문제는 다음과 같다. 불확실한 비선형 계통을 SMC를 이용하여 궤환 선형화 이론을 적용한 공칭계통의 제어특성과 같도록 한다. 즉 불확실한 비선형 계통(1)에 대하여 SMC를 이용하여 나타난 제어성능과 계통 (5)에 궤환선형화를 이용하여 나타난 제어성능과 같도록 한다. 이문제점이 해결되기 위해서는 도달기간 문제는 반드시 해결되어야 한다.

3. 새로운 슬라이딩 평면의 구성과 SMC

본장에서는 궤환선형화에 의해 제어된 공칭 계통의 동특성을 가질 수 있는 슬라이딩 평면을 구성하고 그것을 이용하여 SMC입력을 구성함으로써 2장에서 언급한 문제를 해결하기로 한다. 우선 다음과 같은 공칭 상태에 대한 가상의 상태를 정의한다.

$$z_{0v} = \dot{z}_{0n} = Kz_0 \tag{8}$$

위의 식을 미분하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\dot{z}_{0v} = K\,\dot{z}_0 = K\begin{bmatrix} z_{02} \\ z_{03} \\ \vdots \\ z_{0v} \end{bmatrix} \tag{9}$$

위의 식을 근거로 하여 다음과 같은 가상의 상태를 정의한다.

$$\dot{z}_v = K\begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_v \end{bmatrix} \tag{10}$$

가상의 상태가 추가된 차수가 증가된 계통은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = a(x) + \Delta a(x, p, t) + [B(x) \\ + \Delta B(x, p, t)]u + v(x, p, t) \end{aligned} \tag{11}$$

$$\dot{z}_v = k_1 z_2 + k_2 z_3 \ \dots + k_n z_v$$

위의 계통에 대하여 슬라이딩 평면은 다음과 같이 구성한다.

$$s(z, z_v) = z_v - Kz = z_v - k_1 z_1 - k_2 z_2 \ \dots - k_n z_n \tag{12}$$

가상상태의 초기치를 다음과 같이 선택하면 슬라이딩 함수의 초기치가 영이되어 도달기간을 제거할 수 있다.

$$z_v(t_0) = k_1 z_1(t_0) - k_2 z_2(t_0) \ \dots - k_n z_n(t_0) \tag{13}$$

여기서 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리 1. 새로운 슬라이딩 평면(12) $s(z, z_v)$은 궤환 선형화 기법을 적용하여 제어되는 식(5)와 같은 동특성을 갖는다.

증명) $z_1, z_2 \ \dots.\ z_n, z_v$ 들이 슬라이딩 평면 위에 존재한다고 가정하면 다음 방정식이 만족된다.

$$z_v(t) + k_n z_n(t) \cdots + k_1 z_1(t) = 0 \tag{14}$$

여기서 다음과 같이 상태를 정의한다.

$$z_2 = \dot{z}_1, \cdots, \ z_n = \dot{z}_{(n-1)} \tag{15}$$

식(14)을 미분하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\dot{z}_v(t) + k_n \dot{z}_n(t) + k_{n-1} \dot{z}_{n-1}(t) \cdots + k_1 \dot{z}_1(t) \\ &= \dot{z}_v(t) + k_n \dot{z}_n(t) + k_{n-1} z_n(t) \cdots + k_1 z_2(t) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{16}$$

식(10)에 의해서 z_{sv} 는 다음과 같은 동특성을 가진다.

$$\dot{z}_v(t) = -k_n z_v(t) \cdots - k_2 z_3(t) - k_1 z_2(t) \tag{17}$$

식(14)와 식(17)을 비교하면 다음식이 성립됨을 알 수 있다.

$$z_v = \dot{z}_n \tag{18}$$

위식을 이용하여 식(14)으로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$\dot{z}_n(t) = -k_n z_n(t) \cdots - k_2 z_2(t) - k_1 z_1(t) \tag{19}$$

식(15)과 식(19)는 공칭시스템의 Brunovsky 표준형이며 이것은 변환 $\boldsymbol{x}(t) = \phi^{-1}(z)$를 이용하여 식(5) 계통으로 변환할 수 있다. 그러므로 새로운 슬라이딩 모드 평면 $s(\boldsymbol{z}, z_v)$는 공칭계통과 같은 동특성을 갖는다.

증명 끝

정리 1과 SMC이론으로 부터 다음의 결과를 얻을 수 있다.

정리 2. SMC 입력 $u(t)$가 슬라이딩 모드 평면 $s(\boldsymbol{z}, z_v)$ 상에 상태들이 있도록 하면 상태 $x(t)$는 $u_o(\boldsymbol{x}, t)$에 의해서 제어되는 공칭 시스템의 궤

적을 따른다.

증명) 이것은 정리1과 SMC 이론에 의해 자명하다.

4. BLDC모터제어에의 적용

제어하고자 하는 BLDC모터의 동특성은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 x_2 \\ (k_3 + \Delta_f)x_1 + k_4 x_2 + k_5 x_1 x_3 \\ k_6 x_3 + K_7 x_1 x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/k_8 & 0 \\ 0 & 1/k_8 \end{bmatrix}$$

여기서 $|\Delta_{\max}| < \Delta_{\max}$

비선형 상태변환은 다음과 같다.

$$z_1 = x_1$$
$$z_2 = k_1 x_1 + k_2 x_2$$
$$z_3 = x_3$$

비선형 좌표변환에 의해서 변환된 계통은 다음과 같다.

$$\dot{z}_1 = z_2$$
$$\dot{z}_2 = k_1^2 x_1 + k_1 k_2 x_2 + k_2 k_3 x_1 + k_2 k_4 x_2 + k_2 k_5 x_1 x_3 + k_8 u_1$$
$$\dot{z}_3 = k_6 + k_7 x_1 x_2 + k_8 u_2$$

비선형 궤환선형화 입력은 다음과 같다.

$$u_1 = -\frac{1}{k_2 k_8}(k_1^2 x_1 + k_1 k_2 x_2 + k_2 k_3 x_1$$
$$k_2 k_4 x_2 + k_2 k_5 x_1 x_3 - v)$$
$$u_2 = -\frac{1}{k_8}(k_6 x_3 + k_7 x_1 x_2)$$

선형화된 표준형 계통은 다음과 같다.

$$\dot{z}_1 = z_2$$
$$\dot{z}_2 = v$$

선형화 계통에 대한 상태궤환제어입력은 다음과 결정된다..

$$v = -L_1 z_1 - L_2 z_2$$

가상의 상태를 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{z}_v = -L_1 z_2 - k_2 z_v$$

본논문에서 제안된 새로운 슬라이딩 평면은 다음과 같다.

$$s = z_v + L_1 z_1 + L_2 z_2 = 0$$

선형 SMC제어입력은 다음과 같이 구해진다.

$$v = z_v - \Delta_{\max} sign(s)$$

그러므로 전체계통에 대한 비선형 제어입력은 다음과 같다.

$$u_1 = -\frac{1}{k_2 k_8}(k_1^2 x_1 + k_1 k_2 x_2 + k_2 k_3 x_1$$
$$k_2 k_4 x_2 + k_2 k_5 x_1 x_3 - z_v + \Delta_{\max} sign(s))$$
$$u_2 = -\frac{1}{k_8}(k_6 x_3 + k_7 x_1 x_2)$$

시뮬레이션 결과는 다음 그림들과 같다.
파라메터의 값은 각각 다음과 같다.

$$k_1 = -1,\ k_2 = 2671.6,,\ k_3 = -0.06455,\ k_4 = -42.488$$
$$k_5 = -1,\ k_6 = -42.488,\ k_7 = 1,\ k_8 = 1$$

상태궤환이득은 고유치들이 -1,-2에 위치하도록 $L_1 = 3, L_2 = 2$ 로 결정하였다

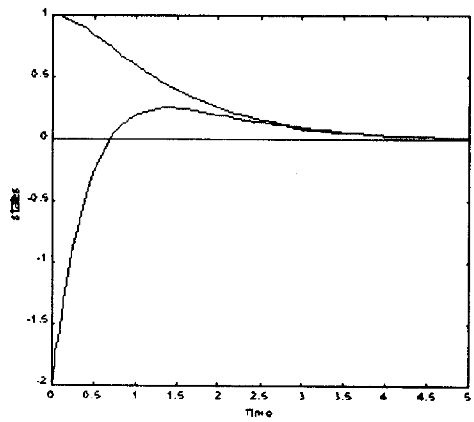

그림 1 불확실성이 존재하지 않는 경우의 비선형 상태궤환제어시의 상태

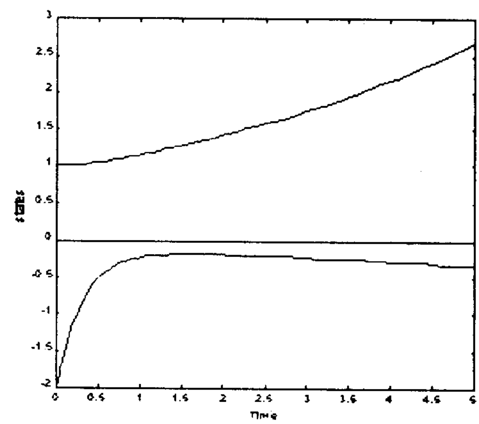

그림 2 불확실성이 존재하는 경우 비선형 상태궤환제어시의 상태

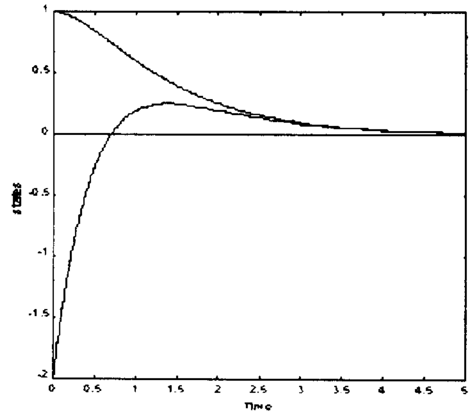

그림 3 불확실성이 존재하는 경우 제안된 SMC를 사용한 경우의 상태

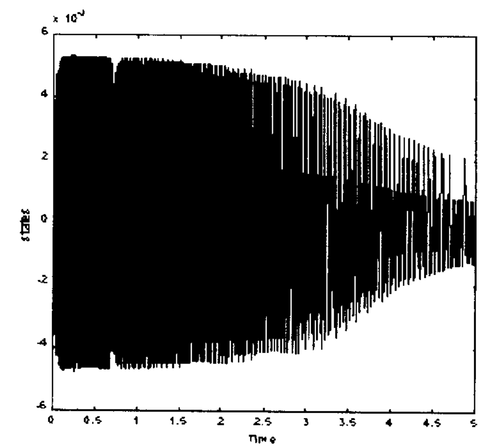

그림 4 슬라이딩 함수값

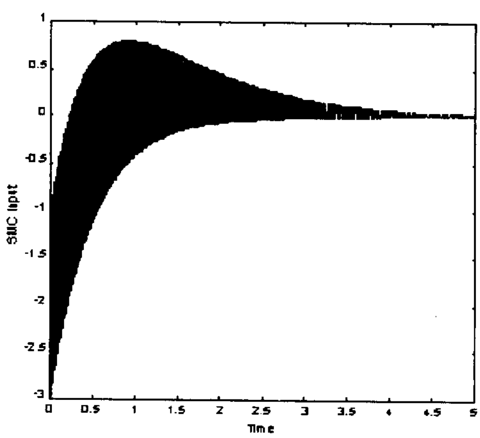

그림 5 SMC 입력

4. 결론

본 논문에서는 불확실성을 갖는 비선형 계통에 대해서 궤환 선형화 이론을 적용시키기 위해서 슬라이딩 모드 제어기법을 도입하였다. 본논문의 결과는 비선형 계통의 슬라이딩 모드제어에 궤환 선형화 이론을 접목시켰다는 의미로도 생각할 수 있으며 불확실성이 존재하는 비선형 계통이 본논문에서 제안된 이론을 불확실성을 갖는 비선형 BLDC전동기에 적용한 결과 궤환 선형화 이론이 적용된 공칭계통과 같은 동특성을 갖게됨을 알 수 있었다

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참 고 문 헌

[1] J.E. Slotine, W Li, “Applied Nonlinear Control”, Prentice Hall,New Jersey, 1991

[2] J.Y. Hung, W. Gao, J.C. Hung, "Variable structure control : A survey," IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 40, No.1,pp. 2-22, 1993

[3] U. Itkis, “Control systems of variable structure”, JOHNWILLY & SONS, New York, 1976

[4] R.G. Roy, N. Olgac, "Robust nonlinear control via moving sliding surfaces- n-th order case," CDC'97, December 1997