

## 확장된 칼만필터를 이용한 센서없는 유도전동기의 속도추정

최연옥, 정병호, 조금배, 백형래\* 신사현\*\*

조선대학교 전기공학과\* 숭신공업고등학교\*\*

## Speed Estimation of Sensorless Vector Controlled Induction Motor Using The Extended Kalman Filter

Y.O. Choi, B.H.Chung, G.B.Cho, H.L.Baek\* S.H.Shin\*\*

Chosun Univ. Dep. of Electrical Engineering\* Seungshin Technical high school\*\*

### Abstract

Using Observer, on the sensorless vector control system is a novel techniques for modern induction motor control. In this paper, a speed estimation algorithm of an induction motor using an extended kalman filter was proposed. Extended kalman filter can solve the problem, that have steady state error of estimated speed in flux and slip estimation method. The extended Kalman filter is employed to identify the speed of an induction motor and rotor flux based on the measured quantities such as stator current and DC link voltage.

In order to confirming above proposal, computer simulation carried out using Matlab Simulink and show the effectiveness of the control drives for induction motor speed estimation.

관측기는 Popov's 다안정화이론을 이용하여 해석된 결정론적인 형태의 관측기이고, 상대적으로 Kalman filter는 확률론적인 관측기로 해석되고 이용된다.[2]

확장된 칼만 필터는 비선형 시스템에서 적용되며 귀납적인 최적의 상태 연산기로 랜덤노이즈에 의해 장애가 있는 측정된 신호의 노이즈를 이용하여 실시간의 비선형 동적 시스템의 상태함수와 파라미터연산의 결합에 이용될 수 있다. 이 가정은 측정 노이즈와 장애가 있는 노이즈가 일치하지 않는다는 점에 착안함으로서 이에 대한 노이즈의 소스는 측정과 모델링(시스템)의 불일치에 기인한다.[3]

본 연구에서는 이러한 확장된 칼만 필터의 알고리즘과 벡터제어의 수행을 위한 유도전동기의 모델을 이론적으로 고찰하고 이를 이용한 센서리스 벡터제어를 시뮬레이션을 통해서 확장된 칼만 필터의 실제적인 접근을 가능케 하며 이를 이용한 유도전동기의 센서없는 벡터제어의 타당성을 입증하고자 한다.

### 1. 서 론

벡터제어는 수행과정 중 자속의 정보가 필수적으로 요구됨에 따라서 이에 대한 정보를 얻는 매체로서 Tacho generator, Resolver, 또는 Pulse-encoder 등과 같은 센서를 이용하여 정보를 얻는데 이러한 속도센서들은 환경적으로나 기계적으로 전동기의 동작수행에 제약을 가져오는 조건으로 작용해 필요불가결한 부작용을 낳게 된다.[1]

관측기에는 Luenberger 관측기와 Kalman filter를 이용하는 방식이 일반적으로 연구중인데, Luenberger

### 2. 유도전동기의 등가 모델

일반적으로 유도전동기의 등가모델은 제어될 목적에 따라 다양하게 해석되고 이용하는데 본 연구에서는 벡터제어를 위한 유도전동기의 등가모델을 제시한다.

3상 유도전동기의 등가모델은 동특성이나, 고정자와 회전자의 결합 때문에 일반적으로 시변계수를 가지는 미분방정식으로 되므로 시변계수를 제거하기 위해서는 축변환 방식으로 된 d-q모델을 이용한다.

식(1),(2)에서 첨자인 R과 S는 각각 회전자(Rotor)와 고정자(Stator)를 의미한다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sr} \\ i_{s\beta} \\ \Psi_{s\alpha} \\ \Psi_{s\beta} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K-R}{K_L} & 0 & L_{\mu R_R} & L_{\mu \omega} & 0 \\ 0 & -\frac{K_L}{K_L} & L_H \frac{\omega}{L_R} K_L & L_H \frac{R_R}{L^* K_L} & 0 \\ \frac{L_H}{T_R} & 0 & -\frac{1}{T_R} & -\omega & 0 \\ 0 & \frac{L_H}{T_R} & \omega & \frac{-1}{T_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sr} \\ i_{s\beta} \\ \Psi_{s\alpha} \\ \Psi_{s\beta} \\ \omega \end{bmatrix} + \frac{1}{K_L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sr} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sr} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sr} \\ i_{s\beta} \\ \Psi_{R\alpha} \\ \Psi_{R\beta} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 3. 확장된 칼만 필터

칼만 필터는 처음 선형시스템에서 상태변수를 추정하기 위해 구상되었다. 그러나 시스템이 비선형적이라면 모델을 선형화하기 위해 필터링하는 수식이 필요하다. 이 경우에 이전의 stage의 추정된 상태 변수를 이용하여 시스템의 모델식과 측정식을 Taylor전개식을 이용하여 근사화하게 되는데, 이와 같은 방식으로 수행되는 칼만필터를 확장된 칼만필터라고 하고 이용된다.[4]

유도전동기에서의 응용에 따른 목적은 측정하기 어려운 상태함수(속도와 회전자 위치)를 측정된 상태함수와 노이즈와 측정(예를 들어서 시스템의 노이즈벡터, 측정노이즈벡터, 그리고 시스템 상태벡터( $X$ )의 공분산 행렬  $Q, R, P$ )에 따른 확률론적인 특성을 이용하여 얻는 것이다.

필터연산 ( $\hat{X}$ )은 상태함수 ( $X$ )의 예측된 값으로부터 얻어지고, 이것은 correction 식을 이용하여 귀납적으로 수정되는데 여기에서 칼만 이득( $K$ )의 합성은 이루어지고, 연산된 측정에서의 출력벡터와 실제 출력벡터( $y - \hat{y}$ )은 도함수가 되며 칼만 이득은 가장 정확히 연산된 상태함수에서 선택한 결과물로 취급된다.

확장된 칼만 필터의 알고리즘은 기본적으로 예측 stage와 필터stage의 두 가지의 stage를 가진다. 예측 stage 동안에 상태함수  $X(k+1)$ 의 다음의 예측된 값이 수학적인 모델(상태변수방정식)에 의해 얻어지고, 또한 이전의 연산된 상태함수의 값이 된다. 예측된 상태함수의 공분산 행렬( $P$ )은 새로운 측정되기 이전에 만들어지며 이런 목적으로 수학적인 모델과 시스템의 공분산 행렬( $Q$ )이 이용된다. 두 번째 stage는 필터링 stage로 다음의 연산된 상태함수  $\hat{x}(k+1)$ 이 예측된 연산  $X(k+1)$ 에 correction 방정식  $K(y - \hat{y})$ 이 예측된 값으로 더해진다. 이

correction방정식은 실제 출력벡터 ( $y$ )와 예측된 출력벡터 ( $\hat{y}$ )사이의 차이이다. 그러므로 예측된 상태연산(또한 그것의 공분산 행렬)은 실제 측정된 양을 이용한 피드백 설계를 통해서 correction 값으로 된다. 칼만 이득은 상태함수가 연산된 연산오차의 값을 최소화하기 위해서 선택된다. 이러한 계산은 귀납적인 관계를 이용하여 실현된다.

칼만 필터는 분산노이즈의 효과에 대한 직관적인 대체에 대한 해결이 제공되는데 파라미터에서의 오차는 또한 일반적인 노이즈처럼 취급된다.

Fig. 1은 칼만 필터가 유도전동기에 적용되는 전체적인 구조도이다

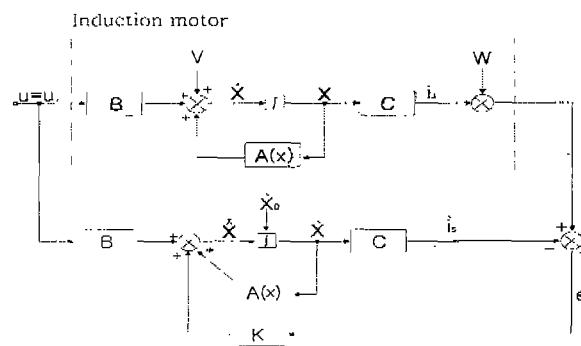


Fig. 1 The structure of Kalman filter.

유도전동기 시스템을 상태함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}} = (A - KC)\hat{x} + Bu + Ky \quad (3)$$

여기서 칼만 이득을 행렬  $K$ 로 나타낸다. 행렬  $K$ 의 배치는 또 다른 관측기(예를 들어, Luenberger Observer)들에서와 구조상에서 나타나는 매우 중요한 차이점 중의 하나이다.[5] 식(3)은 노이즈의 공분산에 기초하여 수행되고 식(4)와 같은 관측에 대한 측정을 만들 것이다.

$$J = \sum_{i=1}^n E\{x_i^2\} \quad (4)$$

이것은  $K$ 의 선택에 의존하고  $K$ 는 최소의  $J$ 를 만들기 위해 선택되며 그 해는 식(5)이다.

$$K = PC^T R^{-1} \quad (5)$$

여기서  $P$ 는 다음의 방정식의 해로부터 계산된다.

$$PC^{TR^{-1}}CP - AP - PA^T - Q = 0 \quad (6)$$

$Q$ 와  $R$ 은 노이즈에 상응하는 확률론적인 특성에 기초하여 성립되어야만 하는데 이것들은 대부분의 경우에서 미지의 행렬처럼 간주되고, 어느 경우에선 단위 행렬과 등가로 놓이게 되며, 시스템이 노이즈에 둔감하게 해준다. 확장된 칼만 필터를 유도전동기와 같은 비선형 시스템에서 응용하는 경우에는 최적의 조건에서의 동작을 가질 수 없는데, 최소의 변동과 모델의 수렴을 증명하기 위해서 불가능하다는 것을 의미한다.

$k$  시간에서  $k+1$  시간동안의 상태벡터의 예측은 식(7)과 같고,

$$x_{k|k} = x_{k|k-1} + K_k(y_k - h(x_{k|k-1}, k)) \quad (7)$$

공분산 행렬은 식(8)과 같다.

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=x_{k|k-1}} P_{k|k-1} \quad (8)$$

그리고 칼만 이득은 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$K_k = P_{k|k-1} \frac{\partial h^T}{\partial x} \Big|_{x=x_{k|k-1}} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=x_{k|k-1}} P_{k|k-1} \frac{\partial h^T}{\partial x} \Big|_{x=x_{k|k-1}} + R \right)^{-1} \quad (9)$$

$k+1$  순간의 시간에서의 상태벡터는 식(10)과 같다.

$$x_{k+1|k} = \Phi(k+1, k, x_{k|k-1}, u_k) \quad (10)$$

연산오차에 따른 공분산 행렬은 식(11)과 같다.

$$P_{k+1|k} = \partial \frac{\Phi}{\partial x} \Big|_{x=x_{k|k}} P_{k|k} \partial \frac{\Phi^T}{\partial x} \Big|_{x=x_{k|k}} + \Gamma_k Q \Gamma^{T_k} \quad (11)$$

위의 식(7)~(11)은 모두 행렬, 또는 벡터적인 수학적 표기이다. 여기서

$$\Phi(k+1, k, x_{k|k-1}, u_k) = A_k(x_{k|k})x_{k|k} + B(x_{k|k})u_k \quad (12)$$

$$h(x_{k|k-1}, k) = C_k(x_{k|k-1})x_{k|k-1} \quad (13)$$

이고, 이것들은 각각 시스템 벡터와 출력벡터이다.

행렬  $K$ 는 확장된 칼만 필터의 피드백 행렬이며 모델의 출력이 실제 시스템의 출력과 비교된 후에 확장된 칼만 필터의 상태벡터가 어떻게 변경되는지 결정한다.

#### 4. 칼만 필터를 이용한 센서리스 벡터제어

확장된 칼만필터의 알고리즘을 이용한 속도센서 없는 유도전동기 드라이브를 적용하기 위해서는 시간영

역에 따른 유도전동기의 모델을 선택하고 이렇게 선택된 모델을 이산화한 다음에 노이즈와 상태함수와 공분산행렬  $Q, R, P$ 를 결정하고, 이산화된 확장 칼만필터의 알고리즘을 적용하면 된다. 먼저 시간 영역에 따른 유도전동기의 모델을 설계해야 하는데, 앞장에서 보인 Peter. Vas 의 모델을 이용하였다.

식(1)와 식(2)의 Vas모델을 이용하여 이산형태로 변환하면 식(14),(15)와 같다.

$$\begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{s\beta} \\ \Psi_{R\alpha} \\ \Psi_{R\beta} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 - T \frac{K_R}{K_L} & 0 & T \frac{L_H R_R}{L_R K_L} & T \frac{L_H \omega}{L_R K_L} & 0 \\ 0 & 1 - T \frac{K_R}{K_L} & -T \frac{L_H \omega}{L_R K_L} & T \frac{L_H R_R}{L_R K_L} & 0 \\ T \frac{L_H}{T_R} & 0 & 1 - T \frac{1}{T_R} & -T \omega & 0 \\ 0 & T \frac{L_H}{T_R} & T \omega & 1 - T \frac{1}{T_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{s\beta} \\ \Psi_{R\alpha} \\ \Psi_{R\beta} \\ \omega \end{bmatrix}_k + T \frac{1}{K_L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{s\beta} \\ \Psi_{R\alpha} \\ \Psi_{R\beta} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (15)$$

고차인 모델은 불안정성을 가져올수 있으므로 변환될 결과가 더욱 안정된 형태라 알려진 이차모델(축소모델)만을 이용하였다.

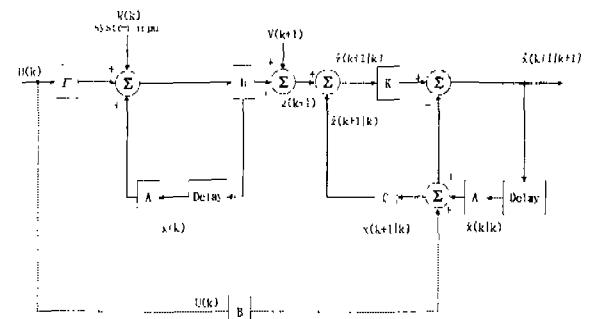


Fig. 2 Block diagram of control on the Extended Kalman filter

기본적으로 확장된 칼만 필터를 적용하기 위해서는 모델의 이산형으로부터 귀납적인 특성을 고려한 행렬과 벡터의 계산이 필요한데, 이를 시변계수와 함께 정리하면 다음의 행렬들과 같다.

$$\Phi \leftarrow \begin{bmatrix} (1 - T \frac{K_R}{K_L}) i_{S\alpha} + TL_H \frac{R_R}{L^2_R} K_L \Psi_R \alpha + TL_H \frac{\omega}{L_R} K_L \Psi_R \beta + T \frac{1}{K_L} u_{S\alpha} \\ (1 - T \frac{K_R}{K_L}) i_{S\beta} - TL_H \frac{\omega}{L_R} K_L \Psi_R \alpha + TL_H \frac{R_R}{L^2_R} K_L \Psi_R \beta + T \frac{1}{K_L} u_{S\beta} \\ T \frac{L_H}{T_R} i_{S\alpha} + (1 - T \frac{1}{T_R}) \Psi_{R\alpha} - T \omega \Psi_{R\beta} \\ T \frac{L_H}{T_R} i_{S\beta} + T \omega \Psi_{R\alpha} + (1 - T \frac{1}{T_R}) \Psi_{R\beta} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$h = Cx = \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 - T \frac{K_R}{K_L} & 0 & T \frac{L_H R_R}{L^2_R K_L} & T \frac{L_H \omega}{L_R K_L} & T \frac{L_H}{L_R} K_L \Psi_{R\beta} \\ 0 & 1 - T \frac{K_R}{K_L} & -T \frac{L_H \omega}{L_R K_L} & T \frac{L_H R_R}{L^2_R K_L} & -T \frac{L_H}{L_R} K_L \Psi_{R\alpha} \\ T \frac{L_H}{T_R} & 0 & 1 - T \frac{1}{T_R} & T \omega & T \Psi_{R\beta} \\ 0 & T \frac{L_H}{T_R} & T \omega & 1 - T \frac{1}{T_R} & T \Psi_{R\alpha} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

위의 식(16)~(19)모델에서 시스템의 출력은 모두 상태변수이고 이것은 회전자 자속과 고정자 전류, 그리고 회전자속도이다. 입력은 회전자 전류와 회전자 전압으로 이루어진다. 다른 경우의 출력은 회전자 속도 뿐이지만, 연산된 회전자 속도는 필요하고 이것은 자속모델에 의해 계산된다.

## 5. 시뮬레이션 및 검토

시뮬레이션의 상수의 초기치는 유도전동기의 상수값과 일치시켜 초기화시켰고  $R, Q, P$ 의 초기값은 최초 단위행렬로 구성하였으며 점차 이를 변화시켜 적절한 초기값을 설정하였다. 표에서 보듯이 초기 시변계수인  $T$ 를 500us로 설정하였다.

Table. Constant value for simulation

Constant	Value
$T$	500[us]
$T_s$	74.4[ms]
$T_r$	40[ms]
$\delta$	0.084
$R_s$	1.68[ $\Omega$ ]
$L_s$	0.125[H]
$J$	0.00028 $kg \cdot m^2$

또한 속도제어기의 보상에 따른 비례 미분제어기의 설정값은  $K_p=0.1$ ,  $K_i=2000$ 으로 설정하였고 자속 제

어기의 보상은  $K_p=40$ ,  $K_i=2000$ , 이다.

칼만필터의 연산은 출력변수를  $x(1)=ids$ ,  $x(2)=iqs$ ,  $x(3)=Frd$ ,  $x(4)=Frq$ ,  $x(5)=speed$ ,  $omega$  입력변수를  $(k)=usd$ ,  $usq$ ;  $isq$ ,  $isd$ 로 각각 설정하였다.

시뮬레이션을 각각의 단계별로 구분하면, 먼저 상태벡터와 공분산 행렬의 초기화하고 상태벡터의 예측과정을 거친후 예측했던 공분산행렬을 연산하고, 칼만필터 이득 계산하여  $(k+1)$ 에서의 상태벡터 연산(corrected state-vector estimation)하였다. 그리고 연산 오차의 공분산 행렬  $k=k+1$ ,  $x(k)=x(k-1)$ ,  $P(k)=P(k-1)$ 를 다시 피드백하는 연산 알고리즘을 이용하여 시뮬레이션을 실행하였다.

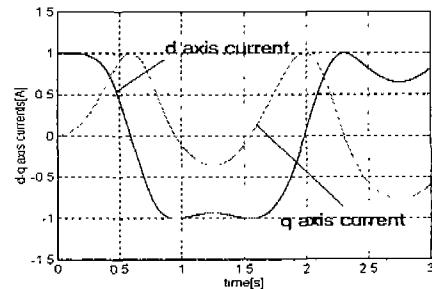


Fig. 3 d-q axis current on the low speed area

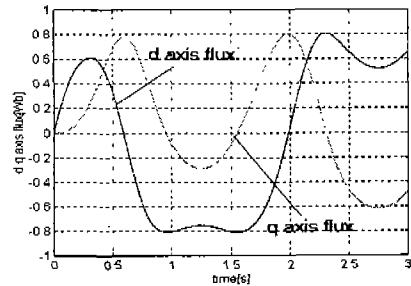


Fig. 4 d-q axis flux on the low speed area

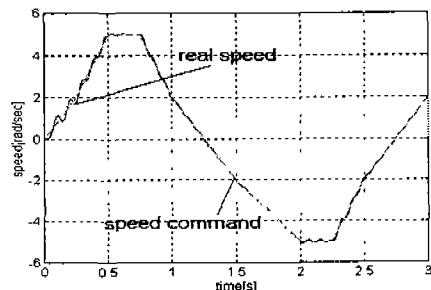


Fig. 5 Speed estimation on the low speed area

## 5. 결 론

본 연구에서 확장된 칼만필터의 알고리즘과 벡터제어를 유도전동기에 적용하여 시뮬레이션을 수행한 결과로 실제 속도가 저속영역에서와 임의의 속도 지령치를 효과적으로 추종하는 것을 확인하였는데, 설계된 칼만 필터의 공분산 행렬이 칼만 이득을 연산하여 칼만 이득값이 시스템과 측정에서 기인한 오차를 보상하여 관측기 의미로서 칼만 필터의 알고리즘은 성립되었음을 의미하며 이러한 관측기를 이용한 센서없는 유도전동기의 속도제어가 최적의 파라미터연산으로부터 기인하여 속도추정이 이루어졌음을 의미한다고 할 수 있다.

이것은 구성된 칼만 필터의 공분산 행렬이 칼만 이득을 계산해서 이 이득값이 시스템과 측정에서 기인한 오차를 보상함으로서 관측기 의미로서 칼만 필터의 알고리즘이 센서없는 유도전동기에 효과적으로 적용되었음을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

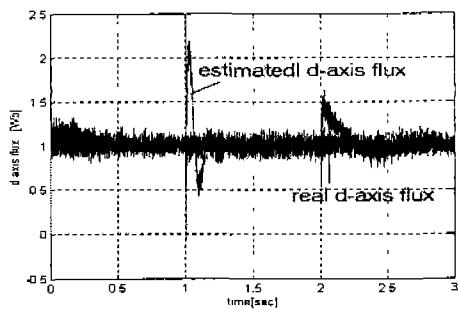


Fig. 6 Compare with estimated d axis flux and real d-axis flux

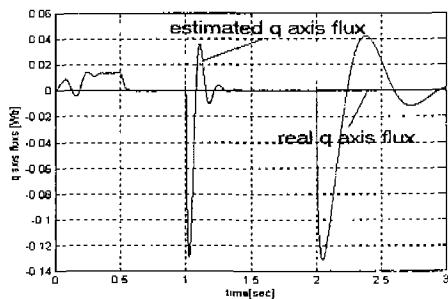


Fig. 7 Compare with estimated q axis flux and real d-axis flux

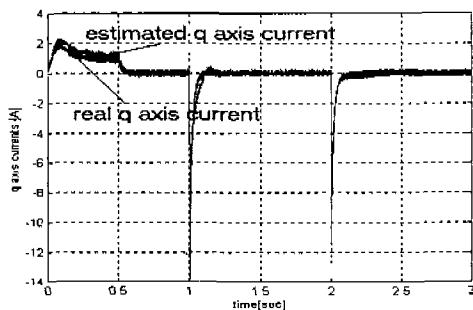


Fig. 8 Compare with estimated q axis current and real q axis current

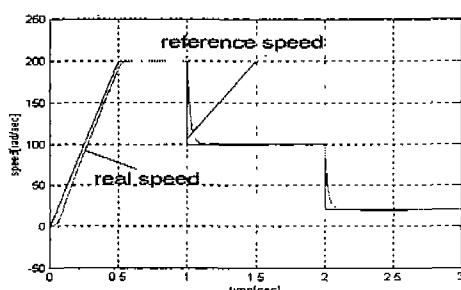


Fig. 9 Compare with real speed and reference speed

- [1] D. W. Novotny and T.A Lip, " Vector Control of AC Drives", Oxford Univ. Press, 1996.
- [2] Bimal K. Bose, "power Electronics and Variable Frequency Drives", IEEE Press, 1996
- [3] Paul C. Krause, "Analysis of Electric Machinery" McGraw-Hill Book Company, 1986
- [4] Peter Vas, " Parameter Estimation Condition Monitoring , and Diagnosis of Electrical Machines" Oxford Science Publications 1993
- [5] Peter Vas, " Sensorless Vector And Direct Torque Control", Oxford University Press 1998.