

## Modified Trapezoidal PWM 인버터 고조파 특성 해석

조우성, 김인동, 노의철, 김만고, 전성준, 조철제, 문성득

부경대학교

### Harmonic Characteristic Analysis of a Modified Trapezoidal PWM Inverter

Woo-Sung Cho, In-Dong Kim, Eui-Cheol Nho, Marn-Go Kim,

Seong-Jeub Jeon, Cheol-Je Joe, and Sung-Deuk Moon

Pukyung National University

#### Abstract

A new PWM method for voltage source inverters is described. The switching instants determination of the proposed PWM scheme is simple. Therefore, hardware implementation with a microprocessor system is easy and high frequency operation of an inverter can be obtained. The maximum line-to-line output voltage of a 3-phase inverter with the proposed scheme is larger than that of the SPWM inverter under a linear modulation region. Principle of the proposed PWM method is described and harmonic characteristic analysis is carried out.

높여서 사용하는 경우가 많다. 높은 스위칭 주파수를 요하는 경우에는 SPWM이나 RPWM은 적절하지 않다. PWM 신호발생에 있어서 스위칭 손실을 줄이기 위한 방법[3], 마이크로 프로세서를 이용하면서 계산을 간단히 하기 위한 방법[4] 등 많은 연구가 진행되어 왔다. 본 논문에서 제안하는 MTPWM(Modified Trapezoidal PWM)방식은 스위칭 시점을 결정하는데 복잡한 계산이나 table없이 간단하게 이루어지므로 실제 구현이 간단하며 고속 스위칭에 적합하다. 또한, MTPWM방식은 인버터 출력전압 기본파 한 주기의 1/3구간에서는 스위칭이 이루어지지 않으므로 인버터의 스위칭 손실을 최소화 한다. 제안한 MTPWM방식에 대한 고조파 해석과 정밀 MTPWM 해석을 시뮬레이션을 통해 보인다.

#### 1. 서 론

전압원 인버터의 PWM 방식에는 여러 가지가 있지만 비교적 간단한 SPWM(Sinusoidal PWM)방식이 널리 사용되어 왔다. 그런데 SPWM이 이론적으로는 간단하지만 마이크로 프로세서를 사용하여 구현할 경우에는 스위칭 시점을 결정하는 방정식내에 초월 함수가 포함되어 스위칭 시점의 결정에 어려움이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 RPWM(Regular-Sampled PWM)이 고안되었다[1],[2]. 이 방식은 마이크로 프로세서 및 그 주변 기술의 발달로 상용주파수 정도로 동작하는 인버터에서 스위칭 주파수를 그다지 높이지 않는 경우 적절히 사용되고 있다. 최근들어 스위칭 소자들이 고속화됨에 따라 스위칭 주파수도

#### 2. 3상 Modified Trapezoidal PWM

##### 2.1 3상 MTPWM의 방법

그림 1은 MTPWM의 방법을 나타낸다. 변조파의 모양은 여러 가지로 가능하지만 여기서는 직선 변조파에 대해 기술한다. 임의의 변조지수를 갖는 직선 변조파와 삼각 반송파로부터 만들어지는 PWM 파형은 그림 1(b)처럼  $0 - \pi/3$ ,  $2\pi/3 - \pi$  구간에서는 PWM되며  $\pi/3 - 2\pi/3$  구간에서는 1상태를 유지한다. 스위칭 시점을 결정하는 계산을 간단히 하기 위해서 직선 변조파를 삼각 반송파의 각 꼭지점에서 Sample-Hold한다. 이때 그림 1의 파형은  $\pi/2$ 를 기준으로 좌우 대칭이 되도록 한다.

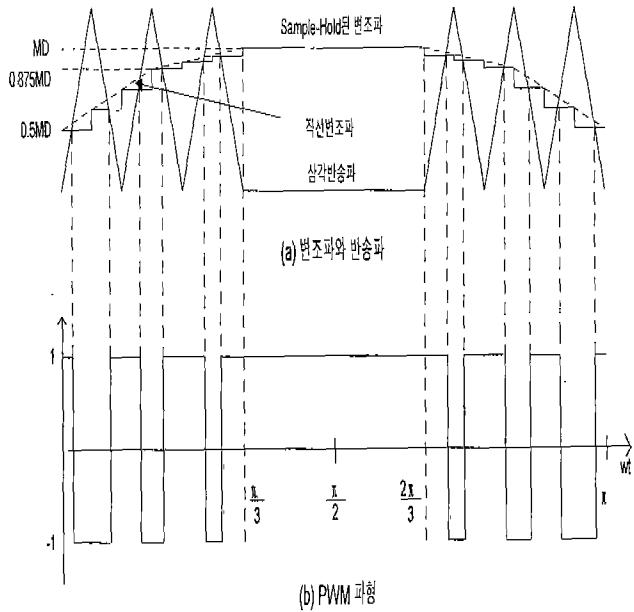


그림 1 MTPWM 방법

## 2.2 MTPWM의 고조파 해석

그림 2는 일반적인 MTPWM 파형을 나타낸다. 1/4주기 ( $0 \sim \pi/2$ )동안의 스위칭 회수를 M이라 하고 스위칭 시점의 각도를 각각  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_M$ 이라하면 이 파형의 푸리에 급수전개는 다음과 같다.

$$f(wt) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \sin(nwt) + b_n \cdot \cos(nwt)] \quad (1)$$

$$b_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(wt) dwt$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(wt) \cdot \sin(nwt) dwt$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(wt) \cdot \cos(nwt) dwt$$

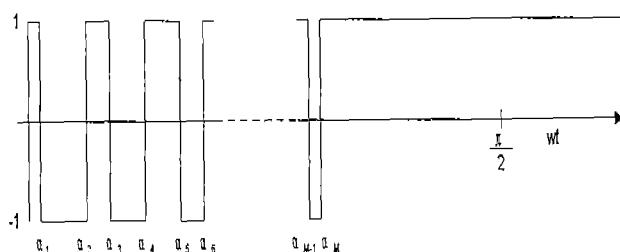


그림 2 일반적인 MTPWM 파형(1/4주기)

출력 파형이 quarter wave symmetry 이므로  $f(wt) = -f(wt + \pi) = f(\pi - wt)$ 이다. 따라서 식 (1)에서

$$b_n = 0 \text{ for all } n$$

$$a_n = 0 \text{ for even } n$$

이 된다. 그러므로 식(1)을 정리하면

$$f(wt) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin(nwt), \quad n=1, 3, 5, 7 \dots \quad (2)$$

$$a_n = \frac{4}{\pi n} \cdot [1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^M (-1)^k \cdot \cos n\alpha_k]$$

로 된다.  $a_n$ 은 n차 고조파 성분의 최대치이다. 이 PWM 파형을 3상 인버터에 적용하면 인버터 출력 선간 전압에는 3의 정수배 고조파가 나타나지 않는다. 그림 1(b)에서 보듯이 MTPWM에서는 반파의 중심부의  $60^\circ$  동안에서는 PWM을 행하지 않아 각 상에 3의 정수배 고조파를 많이 발생시키거나 선간에는 나타나지 않고 과변조 되지 않고 낼 수 있는 최대 전압이 높아진다. 이 PWM 방식에서는 변조지수가 0인 경우에는 스위칭 회수 M에 관계없이 3의 정수배 고조파만 만들어지므로 출력 단 선간에는 고조파 출력이 전혀 나타나지 않는다.(기본파도 0이다.) M=24인 경우에 대하여 식 (2)로부터 변조지수에 따른 고조파를 구해보면 그림 3과 같은 분포를 나타낸다. 그림 3의 횡축은 변조지수로 그림 1의 MD이다. 종축은 PWM 파형이 1,-1의 값을 가질 때 각 고조파의 실효치를 나타내며 3상 인버터의 DC축 전압에 대한 비가 된다.

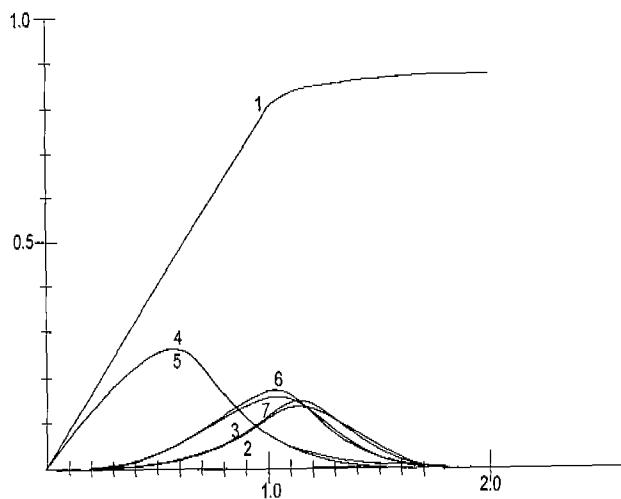


그림 3 MTPWM의 고조파 분포도(M=24)

(1)기본파	(2)65차	(3)67차	(4)71차
(5)73차	(6)77차	(7)79차	

### 2.3 MTPWM의 출력 평균파형

그림 2의 일반적인 MTPWM 파형에서 펄스수 M을 무한히 크게 할 때 임의의 점에서 변조파의 크기가 w라 하면 각 스위칭 구간에서의 펄스의 평균치는

$V_0 = 2w - 1$ 이 되어 각상의 출력 파형은 그림 4(a)와 같이 변형된 사다리파형이 된다. 이로부터 선간 전압을 구하면 그림 4(b)와 같이 얻어지는데 불연속점이 없어지고 3의 정수배 고조파가 제거되어 정현파에 아주 근사하게 된다. 이와 같이 제안된 MTPWM에서는 선간 전압의 최대치가 직류측 전압과 같아질 수 있으므로 과변조되지 않는 범위내에서 SPWM보다 높은 출력 전압을 얻을 수 있다. 중심부에서 PWM을 행하지 않는 방식에서는 늘 SPWM보다 높은 출력 전압을 얻을 수 있다. 변조율이 MD일 때 선간 전압을 Fourier 급수 전개하면

$$v_0(wt) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} V_{on} \sin(nwt) \quad (3)$$

$$\sqrt{2} V_{on} = \frac{12MD}{(n\pi)^2} A \quad (4)$$

$$A = \left[ \frac{1}{2} \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{3} + \frac{1}{2} \sin \frac{n\pi}{6} \right]$$

이다.

기본파  $V_{01}$ 은

$$V_{01} = 3 \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} MD \left( \frac{3}{2} + \sqrt{3} \right) \approx 1.38936 MD \quad (5)$$

이고, 출력의 실효치는

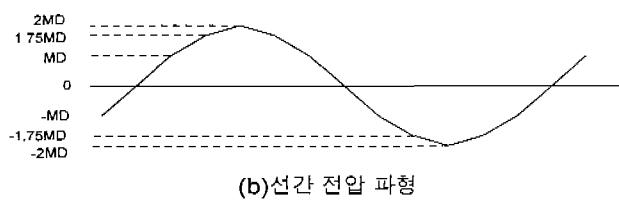
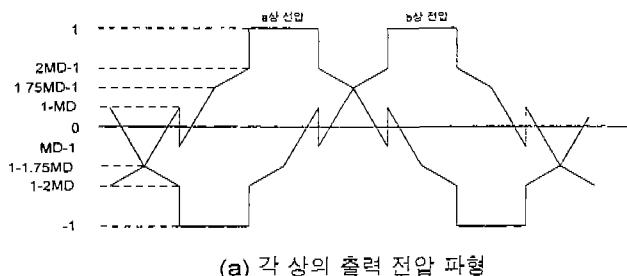


그림 4 MTPWM 출력의 평균 표-형

$$V_{oms} = MD \sqrt{\frac{278}{144}} \approx 1.38944 MD \quad (6)$$

출력의 총고조파는

$$V_{ohr} \approx 1.529 \times 10^{-2} MD \quad (7)$$

이므로 전 고조파 왜율, THD는

$$THD = \frac{V_{ohr}}{V_{01}} \approx 0.011 \quad (8)$$

따라서 출력전압은 1.1[%] 정도의 고조파를 포함하고 있다. 식 (8)은 MTPWM의 고조파율의 한계를 나타낸다. 이 파형이 유도성 부하에 인가되면 전류의 고조파는 0.2[%] 미만이 된다.

### 3. 정밀 MTPWM

MTPWM의 변조파를 그림 1에서와 같이 두 개의 직선으로 하지 아니하고 그림 5(a)와 같이 식 (9)로 주어진 정현파의 일부분을 사용하면 반송파의 수를 무한히 크게 했을 경우의 선간 출력의 평균치는 그림 6에서와 같이 완전한 정현파가 얻어진다.

$$W = MD \sin(wt + \frac{\pi}{6}) \quad (9)$$

MTPWM의 변조파를 직선을 사용하는 것과 정현파를 이용하는 것은 거의 비슷한 성능을 나타낸다. 선택은 사용하는 프로세서와 주파수 범위를 근거로 결정할 수 있다. 기본파의 주파수가 높아 주기당 스위칭 회수가 적은 곳에서는 간략한 MTPWM이 유리하고 기본파 주파수가 낮아 스위칭 회수가 많은 곳에서는 정밀 MTPWM이 유리하다.

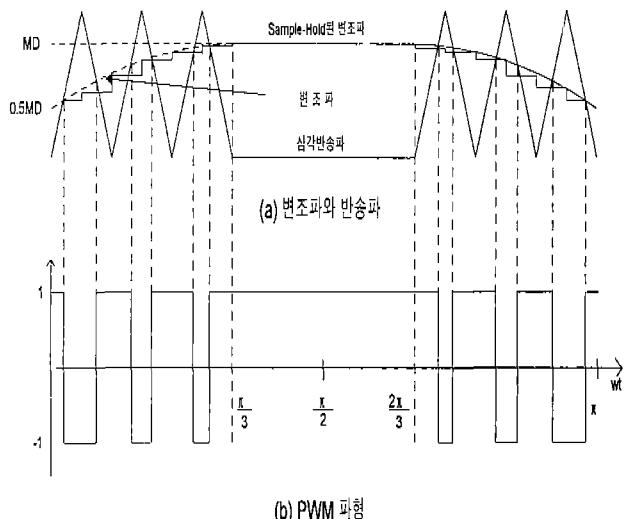
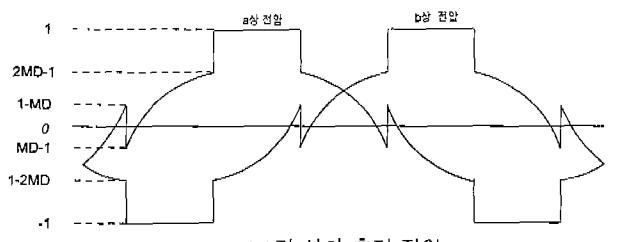
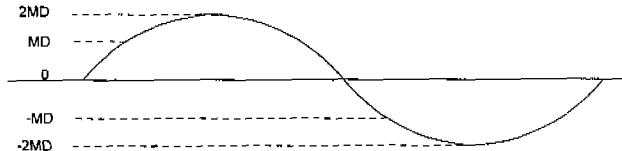


그림 5 정밀 MTPWM



(a) 각 상의 출력 전압  
파형



(b) 선간 전압 파형

그림 6 정밀 MTPWM의 평균출력 파형

#### 4. 결론

전압원 인버터의 PWM 방식으로 널리 사용되고 있는 SPWM의 단점을 극복하여, 마이크로프로세서로 PWM 신호를 발생하는 경우 스위칭 시점 결정이 매우 간단한 MTPWM을 제안하였다. 제안한 MTPWM 방식은 스위칭 시점을 결정하는 방정식내에 초월함수가 없고 선형 방정식으로 나타나므로 계산이 빠르고 높은 스위칭을 요하는 경우에도 적합하다. 또한, 인버터 출력 전압의 기본파 한 주기 내에 1/3구간에서는 스위치의 스위칭이 이루어지지 않으므로 스위칭 손실도 최소화 된다.

#### 참고문헌

- [1] S.R. Bowes, et al., "A comparision of PWM inverter systems", IEE PROC., Vol.a29, Pt. B, No.1, 1982.
- [2] J.M.D.Murphy, et al., "A comparision of strategies for Inverter-Fed Induction Motors", IEEE trans. on Ind.Appl., Vol.IA-19, No.3, 1983.
- [3] Ray-Shyang Lai and Khai D. T. Ngo, "A PWM method for reduction of switching loss in a full-bridge inverter." IEEE-PE Vol.10, No.3, 1995.
- [4] K. Taniguchi and H. Irie,"Trapezoidal Modulation Signal for three-phase PWM inverter ", IEEE-IE Vol. IE-33, No.2,1986.