

## 비선형 역기전력 파형을 고려한 BLDC 모터 모델

이상용, 강병희, 채영민, 목형수, 최규하\*, 김덕근\*\*, 류재성\*\*\*

건국대학교 전기공학과\*, KOMOTEK\*\*, JasonTech\*\*\*

## BLDC Motor Model with Non-Linear Back-EMF Wave

S.Y. Lee, B.H. Kang, Y.M. Chae, H.S. Mok, G.H. Choe, D.K. Kim, J.S. Ryu

Dept. of Electrical Eng. Konkuk Univ.\*, KOMOTEK\*\*, JasonTech\*\*\*

### ABSTRACT

A brushless DC motor has the high quality of torque output and silence, has been more widely used in industrial area. As the driver and controller of BLDC motor have been more complicated and precise, simulation method has been much used in motor design. And the output characteristics of BLDC motor is determined by the waveform of BACK-EMF in instinct.

But because the conventional model of BLDC motor is obtained by approximation of real nonlinear waveform to ideal trapezoidal waveform, the error is occurred in simulation result.

Thus in this paper, for the correction of this error in simulation, the model of real nonlinear waveform considered is proposed, and the simulation result is obtained in case of three-phase, four-poles Y-connected, surface mounted permanent magnet BLDC motor.

### 1. 서 론

Brushless DC 모터 (이하 BLDC 모터)는 직류전동기에 비해 수명이 길고 응답성이 빠르며 고속운전 특성이 가능한 장점을 가지고 있다.[1]

또한 전력용 스위칭 소자의 특성개선과 마이크로 프로세서와 디지털기술의 발달로 산업계에서 다양한 분야로 확대되고 있는 추세이다.

BLDC 모터는 역기전력 파형의 형태가 토크출력 특성을 크게 좌우하며 또한 3상 모터에서는 시스템 해석시 BLDC 모터 모델을 120도 도통구간을 갖는 사다리꼴로 선형화하는 방법을 주로 사용하고 있다.[2][3]

그러나, 실제 역기전력 파형은 이상적인 사다리꼴 형태로 나타나지 않으며 기존의 BLDC 모터모델을 사용

할 경우 실제 시스템과 다른 특성이 나타나고 이는 토크리플과 속도리플이 실제값과 오차가 생기게 하는 원인으로 해석할 수 있다.[3]

본 논문에서는 일반적으로 사용되고 있는 3상 4극 Y형 영구자석 표면부착형 BLDC 모터를 대상으로 하여 실제의 역기전력 파형을 고려한 BLDC 모터모델을 제안하였으며 저속 및 전류구간에서의 토크특성을 실제에 가깝게 해석 할 수 있도록 하였다.

### 2. 전기자 권선

BLDC 모터의 각 상 전기자 권선의 등가식은 모터 회전시에 상호 인덕턴스가 불변한다는 가정하에 식(1),(2),(3)과 같이 표현할 수 있다

$$V_a = R_a I_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E_a \quad (1)$$

$$V_b = R_b I_b + L_b \frac{di_b}{dt} + E_b \quad (2)$$

$$V_c = R_c I_c + L_c \frac{di_c}{dt} + E_c \quad (3)$$

단,  $L_a = L_b = L_c = L$ ,  $R_a = R_b = R_c = R$  이다.

식(1),(2),(3)을 통해 각상의 전기자 권선 모델을 구성 할 수 있고 여기에서 각 파라메터는 각 상의 계수이며 아래와 같다.

$V$  : 입력전압 [V]

$I$  : 입력전류 [A]

$R$  : 전기자 권선 저항 [ $\Omega$ ]

$L$  : 전기자 인덕턴스 [H]

$E$  : 역기전력 [V]

### 3. 역기전력

역기전력의 기본식은 식(4)와 같다.

$$E = K_E \omega \quad (4)$$

단,  $K_E$  : 역기전력 상수

이때 역기전력상수를  $\theta$ 의 함수로 보면

$$E(t) = K_E(\theta) \omega(t) \quad (5)$$

3상의 경우 각상의 역기전력은  $120^\circ$  차이가 있고 따라서 각 상의 역기전력 등가식은 다음과 같다.

$$E_a(t) = K_{E_1}(\theta) \omega(t) \quad (6)$$

$$E_b(t) = K_{E_1}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \omega(t) \quad (7)$$

$$E_c(t) = K_{E_1}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \omega(t) \quad (8)$$

단,  $K_{E_1}$  은 1상당 역기전력 계수이다.

### 4. 토크

토크 기본식은 식(9) 와 같다.

$$T = K_T I \quad (9)$$

단,  $K_T$  : 토크 상수

이때  $K_E$ 를  $K_E(\theta)$ 로 나타낼 수 있다면  $K_T$  또한  $K_T(\theta)$ 로 나타낼 수 있으며, 단  $K_T(\theta) \propto K_E(\theta)$ 이다.

따라서  $T(t) = K_T(\theta) I(t)$  로 나타낼 수 있다

또한, 3상일 때 각상은  $120^\circ$  차이가 있다. 따라서, 각상 토크의 등가식은 식(10), (11), (12)와 같다

$$T_a(t) = K_{T_1}(\theta) I_a(t) \quad (10)$$

$$T_b(t) = K_{T_1}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) I_b(t) \quad (11)$$

$$T_c(t) = K_{T_1}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) I_c(t) \quad (12)$$

단,  $K_{T_1}$  : 1상당 토크계수

$T_a$ ,  $T_b$ ,  $T_c$  : 각상 발생 토크

총 발생 토크는 Reluctance 토크 성분을 무시한다면 다음과 같다

$$T_E = T_a + T_b + T_c \quad (13)$$

단,  $T_E$  : 모터 발생 토크 [ $N \cdot m$ ]

또한 항상 2상이 도통하는 3상 BLDC 모터에서

$$K_T = 2 \times K_{T_1}, K_E = 2 \times K_{E_1} \quad (14)$$

로 정의되며 부하단에서 모터의 방정식은

$$T_E - T_L = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega \quad (15)$$

$$\omega = (T_E - T_L) \frac{1}{J\omega + B} \quad (16)$$

단  $T_L$  : 부하 토크 [ $N \cdot m$ ]

$J$  : Rotor 관성 [ $kg \cdot m^2$ ]

$B$  : 마찰계수

이며 그림 1,2와 같이 모델링 할 수 있다.

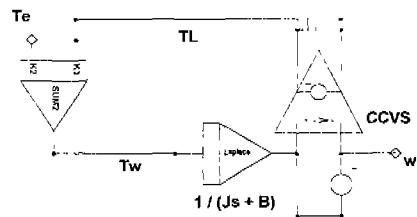


그림 1. Laplace를 사용한 모터 모델

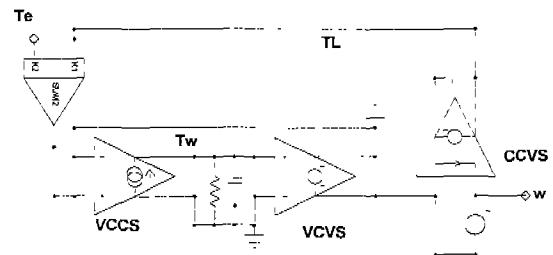


그림 2. Laplace를 사용하지 않은 모델

여기에서 Laplace 소자를 사용하지 않았을 경우는

$$T_w = T_E - T_L \quad (17)$$

$$T_w = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega \quad (18)$$

$$I = C \frac{dV}{dt} + \frac{1}{R} V \quad (19)$$

위 식(18), (19)에 의하여  $J = C$ ,  $B = \frac{1}{R}$ 로 대칭 구현할 수 있고 이상의 모터 방정식에 의한 모터모델은 그림3과 같다.

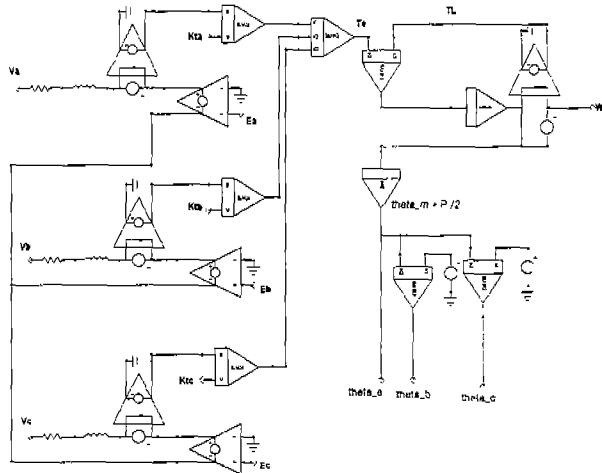


그림 3 . 3상 BLDC 모터 모델

## 5. 비선형 역기전력 파형의 복원(4)

기존의 모터모델은 역기전력의 복원을 위하여 사다리꼴 선형화기법을 사용하였다. 비선형적인 역기전력 파형을 선형화 하게되면 편연적으로 오차가 발생하게 되고 이에 본 논문에서는 비선형 역기전력 파형을 복원한 모델을 제시하였으며 이를 위해 FFT(Fast Fourier Transform)과 IFFT(Inverse FFT)기법을 응용하였다.

역기전력 파형은 실측, 또는 Motor Expert와 같은 설계용 유한요소해석 프로그램을 이용하여 구할 수 있으며 각종 수치계산 방법을 통해 FFT 계수값은 산정할 수 있다. 본 논문에서는 23차까지의 고조파 복원을 하였으며 이를 통해 나이퀴스트 주파수 이론에 의해 약 10차 고조파 성분 까지는 완벽히 보상할 수 있고 간단히 모델을 추가하여 좀더 정확한 파형을 얻을 수 있다.

먼저 푸리에 급수의 일반적 표현은 아래와 같다

$$f(t) = \frac{b_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t) \quad (20)$$

이때 Pole 한쌍에 의한 파형을 FFT함으로서 Y 축 대칭이며  $\frac{\pi}{2}$ 에 대하여 대칭인 사분파대칭 형태의 역기전력 파형을 FFT 하게 되고 이때 모든 정수 n에 대하여 계수  $b_n$ 은 0이 되며 짹수 n에 대한 계수

$a_n$  또한 0으로 되므로 모든 Cosine 항과 Sine 항의 짹수 고조파는 포함하지 않는다. 또한 이때 식(20)의  $\omega t$  항은 전기각을 의미한다.

따라서 모델은 시뮬레이션에 적합하게 축소 가능하며 23차 고조파까지 고려한 한상의 IFFT 시뮬레이션 모델은 그림 4 과 같다.

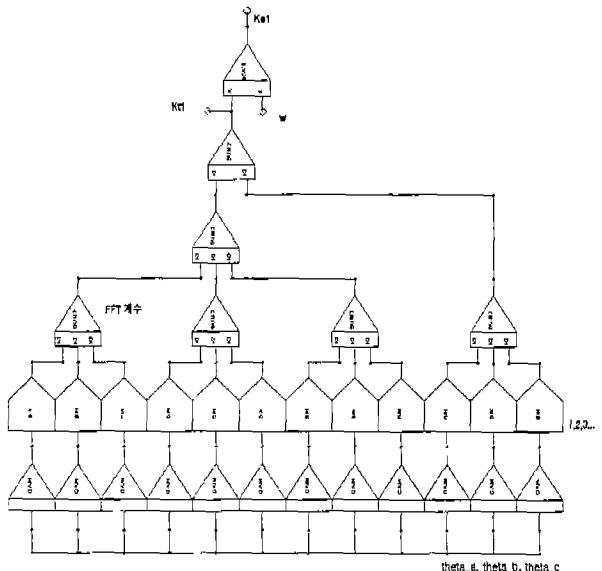


그림 4 . 비선형 역기전력 파형 복원모델

여기에서 각 Gain 은 흡수차 고조파를 복원하기 위해 1, 3, 5...의 값을 가지며 FFT의 각 계수값은 SUM 소자의 계수로 사용된다. 또한 속도를 곱하기 전 신호는 1상당 토크계수로 사용된다.

입력으로는 각상마다 120 °의 위상차가 있는 파형이어야 하며 기계각을 전기각으로 바꾸기 위해 입력단에는 식(21),(22),(23) 이 입력되어야 한다.

$$\theta_a = \theta_m \times \frac{P}{2} \quad (21)$$

$$\theta_b = \theta_m \times \frac{P}{2} - 120^\circ \quad (22)$$

$$\theta_c = \theta_m \times \frac{P}{2} + 120^\circ \quad (23)$$

단  $\theta_a$ ,  $\theta_b$ ,  $\theta_c$  는 각상 IFFT 모델의 입력이 되는 전기각이고  $\theta_m$  은 Rotor 의 기계각이며 식(21), (22), (23) 은 그림 3에서 구현되어 있다.

즉 전기각을 기준으로한 FFT를 통해 국 수가 늘어나도 FFT 할 파형의 데이터 개수를 늘리지 않고 복원능력을 유지할 수 있는 장점이 있다.

## 5. 시뮬레이션 및 결과

복원된 비선형 역기전력 파형을 사용하여 시뮬레이션한 결과 그림 5와 같이 역기전력 파형이 완만한 곡선을 그리는 비선형 파형이 나옴을 알 수 있었으며 비선형적인 역기전력 파형이 토크 출력 특성에 영향을 주었다는 것도 확인 할 수 있었고 이와 비교하여 사다리꼴 역기전력 모델을 사용하였을 경우 출력특성은 그림 6과 같이 나타난다.

전류구간에서 비교하면 선형화기법에서는  $2.95[N \cdot m]$  비선형 역기전력 모델에서는  $2.6[N \cdot m]$ 의 토크 리플 차이를 보였다.

시뮬레이션 파라메터는 표1과 같고 제어방식은 Open Loop 제어를 하였다.

표 1. 모터 파라메터

입력전압	300 [V]
전기자 저항	$0.388 [\Omega]$
전기자 자기인덕턴스	$2.28 [mH]$
전기자 상호인덕턴스	$0.56 [mH]$
$K_T/K_E$	1
상당 역기전력계수 피크치	0.4
상당 토크계수 피크치	0.4
Pole 수	4
회전자 관성	$2m [N \cdot m]$
부하	$5 [N \cdot m]$

그림 7은 기존의 선형화 기법에서의 역기전력과 실제 역기전력 파형 그리고 시뮬레이션 결과로 나타난 역기전력 파형을 표시한 것으로서 제안한 역기전력 복원 방법을 사용한 시뮬레이션 결과는 실제 역기전력과 근사함을 알 수 있다.

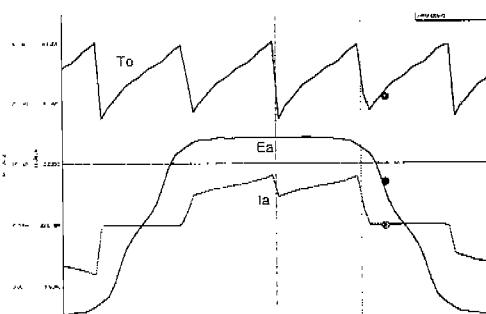


그림 5. 비선형 역기전력 복원시 토크, 1상당 역기전력, 1상당 전류파형

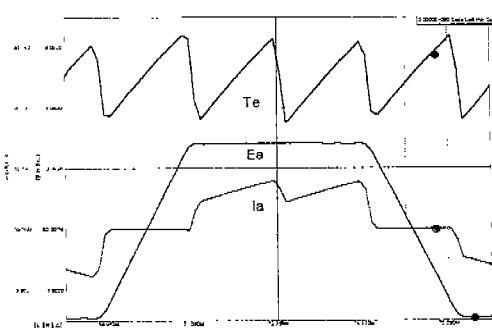


그림 6. 사다리꼴 역기전력일때 토크, 1상당 역기전력, 1상당 전류파형

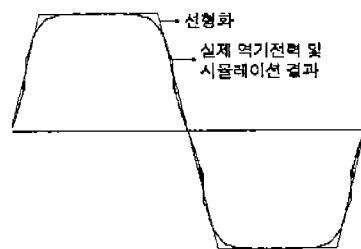


그림 7. 실제 역기전력 파형, 시뮬레이션 결과 및 선형화한 역기전력 파형

## 6. 결 론

본 논문은 기존 BLDC 모델에서 역기전력 파형을 사다리꼴로 선형화한 단점을 보완하여 IFFT 기법을 응용하여 비선형 역기전력 파형을 복원한 BLDC 모터 모델을 제시하였다. 이에 의해 토크와 속도의 출력특성에도 비선형적인 요소가 포함되어 좀더 실제값에 근사적인 결과를 나타내었으며 특히 제안한 비선형 BLDC 모터모델은 역기전력의 영향이 두드러지는 저속, 전류구간에서의 제어 시뮬레이션을 할 때 매우 유용할 것으로 예상된다.

## [ 참고문헌 ]

- [1] J.R. Hendershot Jr. and TJE Miller , "Design of Brushless Permanent-Magnet Motors", Oxford Univ. Press, 1994
- [2] Pragasen Pillay and Ramu Krishnan , "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent-Magnet Motor Drives, Part II : The Brushless DC Motor Drive", IEEE Trans. on Industry Application, Vol 25 No 2, PP.274-279, 1989
- [3] 강석주 외 3명, "저가형 BLDCM 구동장치를 이용한 정밀위치제어", 전기학회 논문지 , 44권 4호 , PP. 447-452, 1995
- [4] E.Oran Brigham, "The Fast Fourier Transform", Prentice-Hall Inc., 1974