

주기변동(Cycle-free)을 통한 대기차량최소화를 위한 동적 교통 신호연동 모델

Dynamic Control of Coordinated Traffic Signals for Minimizing Queue-Lengths Using Genetic Algorithm

임 재승

이 영인

(서울시립대학교 교통공학과 대학원)

(서울시립대학교 교통공학과 교수)

목차

I. 서론

1. 연구배경 및 목적

2. 연구범위 및 방법

II. 관련연구 및 문헌고찰

1. 신호최적화

2. 유전자 알고리즘

3. 문제제기

III. 이론 및 모델 개발

1. 대기차량 길이 예측기법

2. 유전자 알고리즘

3. 모델 구현

IV. 모델의 적용결과 및 평가

V. 결론 및 제언

참고문헌

I. 서론

1. 연구배경 및 목적

급속한 경제성장으로 인한 도심의 자동차 대수 및 인구증가로 인해 교통류가 집중되는 간선도로에서 차량의 혼잡과 지체를 유발하며, 교통사고의 위험성 또한 내포하고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 대규모 교통시설 공급을 위한 투자사업이 이루어 졌지만 그 효과가 오래 지속적이지 못하였다. 이에 비해 교통신호 운영체계 개선에 의한 소통증진은 적은 투자비로 단기간에 도시교통혼잡을 감소하는 성과를 이룰 수가 있다.

교통수요를 처리하는 방법에는 여러 가지가 있겠으나, 대표적인 것으로 교통신호간의 신호시간을 조정하여 교차로내의 대기차량을 소거하는 방법이 있다.

지금까지 신호연동화 모델과 대기차량최소화 모델개발에 많은 연구가 이루어져왔는데, 신호최적화방법으로는 크게 통과폭모형과 지체최소화모형으로 나눌 수 있다. 통과폭모형은 주변도로와의 관계를 고려하지 않은 독립교차로나 비포화상황에서는 강점을 갖지만 실제의 링크교

통량을 반영하지 못하고 교통량이 증가될수록 그 효과는 저하하게 된다. 또한, 지체도 모형 역시 널리 사용되지만 좌회전현시순서를 최적화시켜주지 못한다는 단점을 가지고 있다. 최근에는 두 모형을 통합하려는 노력들이 진행되고 있으나 아직 나름대로의 한계를 보이고 있다.

과포화 상황 하에, 하류부 정지선으로부터의 대기차량은 상류부 교차로에 이를 수도 있다. 이 Spillback으로 인해 상류부 교차로에서의 녹색시간의 손실이 발생하며, 심각한 용량감소 및 이로 인한 영향이 해소되기까지 오랜 시간이 소요된다. 따라서 본 논문에서는 신호주기변동(Cycle-free)을 기반으로 한 대기차량 최소화모형을 제시함을 목적으로 한다.

2. 연구범위 및 방법

본 연구에서는 평균차량 통행량 대신 매 주기마다 입력되는 대기차량, 차량 도착율을 근거로 대기차량을 최소화하는 동적 신호시간 산출모델을 개발한다. 본 모델에서는 Peytechev가 제안한 각 진입로에서의 대기차량 예측모델을 기초로 하여 다음 주기에서의 차량 대기차량을 예측한 후, 유전자 알고리즘을 적용하여 신호시간을 산출한다.

II. 관련연구 및 문헌고찰

1. 신호최적화

현재의 신호시스템은 크게 TOD방식(패턴선택)과 교통대응제어(Traffic Adaptive)방식으로 나누어진다.

우선 TOD방식의 경우 이전에 수집된 교통자료를 기반으로 하는 off-line 상태에서 미리 저장된 시간계획을 이용하며, 시간 계획은 TOD(Time-Of-Day), 운영자 선택 또는 미리 존재하는 교통패턴상황에 가장 적합한 시간계획을 자동적으로 match시키고 있으며, 국내 대도시를 포함하여 세계적으로 사용하고 있는데, 이 모형으로는 지체도모형(TRANSYT-7F), 통과폭모형(PASSER II)이 있다.

교통대응제어방식의 경우 현재의 교통상황을 기반으로 하는 실시간 시간계획을 하기 위한 on-line 최적화과정을 포함하는데, 차량검지기 와 예측된 교통량으로부터 얻어진 자료를 기반으로 하여 실시간으로 신호시간계획을 계산하고 실행하는 on-line 모델이다. 또한 현재의 교통상황 하에 네트워크 내에 총지체와 stop수를 최소화하는 제어변수를 결정하기 위해 online optimization routine을 포함하는데, 이러한 방식에는 영국의 SCOOT, 호주의 SCATS, 일본의 STREAM, 한국의 신신호시스템이 있다.

2. 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 자연의 진화원칙을 그대로 모방하는 계산모델로 1975년 John Holland에 의해 처음 알려진 이후, 지금까지 공학적인 측면에서 최적화문제를 해결하는데 이용되어왔다.

교통분야의 경우 1990년대부터 주로 교통량이 포화상태인 조건에서나 동적인 교통신호제어 모델에서 가장 중요한 요소인 신호현시 및 신호시간 등의 최적화 문제를 해결하기 위해 이용되었다.

본 논문에서는 가장 최근에 발표된 1998년 박병규의 박사논문에서 유전자 알고리즘을 신호최적화에 적용하는데 필요한 기법 (Coding 및 Decoding Scheme)을 인용하였다.

3. 문제제기

기존의 대부분의 연동모델들은 고정된 주기 하에서 평균적인 유입교통량을 측정 한 후, 선형 최적화 이론 및 언덕오름(Hill-Climbing)기법을 적용하여 최적신호를 산출한다. 그러나 이 방법은 어디까지나 평균적인 자료에 대해서 계산한 것이기 때문에 실시간 최적화를 제공하기가 어렵다. 또한 과거의 최적화 문제는 점과 점으로의 search이므로 국소적인 최적값으로 수렴할 위험성을 가지고 있다.

따라서 본 연구에서는 다음과 같은 점을 고려하는데,

첫 번째, 매 주기마다 실제 교차로에 출입하는 차량의 도착율을 근거로 다음 주기의 대기차량의 길이를 예측하여 변동주기, 변동현시를 계산하여 최적신호를 산출한다.

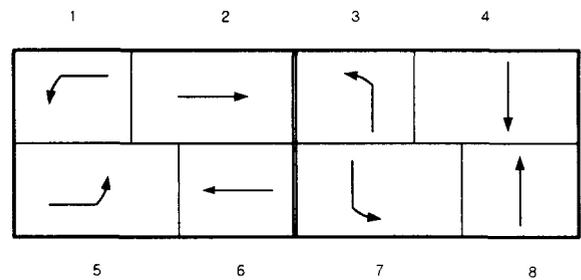
두 번째, 각 교차로의 최적신호주기를 계산하기 위하여 잠재적인 해의 집단(population)을 유지하면서 복합적인 방향으로 실행하여 전역해를 찾는 유전자 알고리즘을 이용한다.

III. 이론 및 모델 개발

1. 대기차량 길이 예측기법

1) 연구의 기본전제 및 용어 설명

본 연구는 3개의 교차로에 대해서 고찰한다. 본 신호교차로에서는 매 주기마다 교통상황에 따라 녹색시간 끝에서의 대기차량의 길이를 최소화하는 방향으로 주기 및 현시가 달라지며, 다음 <그림 1>은 이동류 번호를 나타낸다.



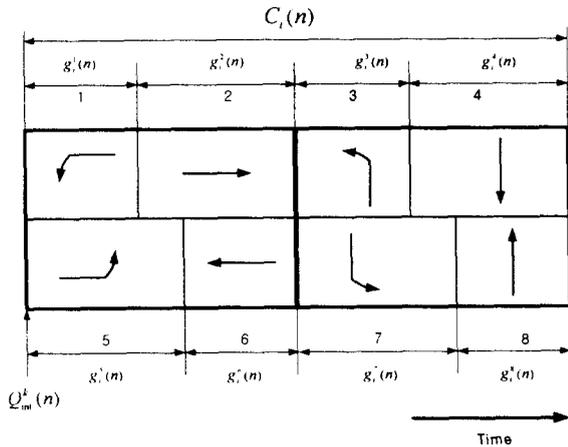
<그림 1> Lead-Lead 패턴

2) 외곽접근로에서의 대기차량 계산

녹색시간이 끝나는 시점의 대기차량의 길이를 작게 하기 위해서 현시점(새주기, 새현시를 결정해야 하는 시점)에서의 대기차량의 수를 기준으로 하여 t 시간 이후의 대기차량의 수를 선형

적인 방법으로 예측하여 그 크기를 최소화함으로써 대기차량의 길이를 최소화한다.

그 예로 2번 이동류의 대기차량의 길이를 구해보기로 한다. <그림 2>에서 보는 바와 같이 새로운 주기를 계산할 시점에서의 대기차량의 길이를 $Q_{int}^2(n)$ 라하고, 차량도착율을 λ 라고 하면, $g_2^2(n)$ 의 끝 시점에서의 대기차량의 길이를 구하는 방법은 다음과 같다.



<그림 2> 이동류의 주기 및 녹색시간

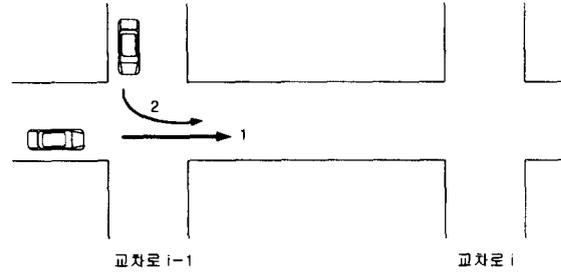
즉 대기차량의 초기 값에 녹색시간이 끝날 때까지 초당 λ 의 도착율로 차량이 유입되므로 $\lambda\{g_1^1(n) + g_2^2(n)\}$ 의 항이 더해지고 녹색시간 동안 d_2 라는 비로 차량이 빠져나간다고 하면 총 빠져나가는 차량 수는 $d_2 \cdot g_2^2(n)$ 가 된다. 그래서 위 식을 정리하여 녹색시간 끝에서의 대기 차량의 대수 Q_E^2 를 구하면 아래와 같다

$$Q_E^2 = \max\{Q_{int}^2(n) + \lambda \cdot \{g_1^1(n) + g_2^2(n)\} - d_2 \cdot g_2^2(n), 0\}$$

나머지 이동류에 대해서도 앞과 동일한 방법으로 구한다.

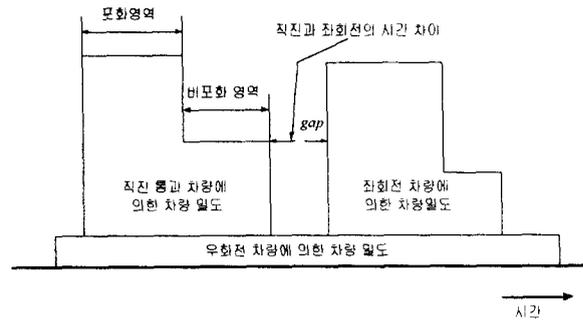
3) 중앙교차로에서의 대기차량 계산

중앙 교차로에서의 대기 차량수의 계산은 인접 교차로에서 출발한 차량군이 현 교차로에 도착하는 시점에 따라서 대기차량의 수가 달라지기 때문에 외곽 접근로 보다 좀 복잡하다. 즉 도착율이 외곽 교차로와는 달리 상수가 아니라 시간의 함수로 표현되어야 함을 의미한다. 중앙 교차로에서도 역시 동일한 Lead-Lead 패턴의 신호가 적용되며, 직진 차량에 대해서 먼저 고찰해 보겠다.



<그림 3> 선행좌회전에서 차량의 출발순서

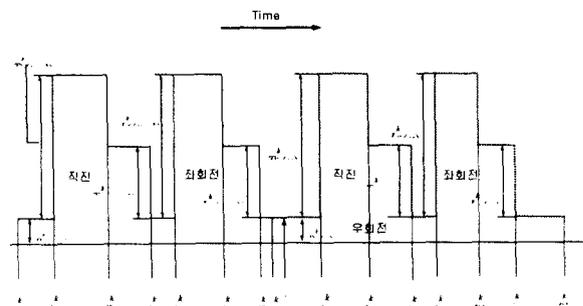
옆 교차로와 연계가 되는 교차로에서의 예측되는 대기차량 길이는 시간에 따라 선형적 도착이 아니므로 전 교차로에서 현 교차로로 진입하는 차량의 시각이 매우 중요하다.



<그림 4> 중앙교차로에서의 도착율의 변화

단 여기서 모든 시간에 걸쳐 우회전 차량은 균일하게 도착한다고 보았고 출발시의 차량밀도가 링크사이를 이동하면서 형태가 크게 변하지 않는다고 가정하였다. 위 문제를 선형부등식으로 풀기 위해 도착율을 Saturation Flow rate로 도착하는 포화영역과 그렇지 않은 부분으로 나누어 사각형 모양으로 근사화 하였다.

그러므로 위 <그림 3-4>와 같은 차량 도착 밀도를 갖는 차량군이 현 교차로에 도착한다고 가정하고 이에 대하여 녹색시간 끝에서의 대기차량의 길이가 최소가 되도록 하는 현시와 주기를 결정한다.



<그림 5> 도착율 그림

<그림 5>는 전주기의 도착율과 현주기에서 다 착할 도착율을 함께 표현한 것이며, 도착율의

길이가 불충분할 경우를 대비하여 도착율이 반복된다는 가정 하에 연장하여 계산한다.¹⁾ 0점은 시간 축 어디에서나 위치 가능하다. 위 도착율은 Unit Step함수²⁾의 합으로 표현이 가능하다.

$$f(t) = R_A^k(n-1)(u(t-t_0^k) - u(t-t_1^k)) + T_S^k(n-1)(u(t-t_2^k) - u(t-t_3^k)) \\ + T_A^k(n-1)(u(t-t_4^k) - u(t-t_5^k)) + L_S^k(n-1)(u(t-t_6^k) - u(t-t_7^k)) \\ + L_A^k(n-1)(u(t-t_8^k) - u(t-t_9^k)) + R_A^k(n)(u(t-t_{10}^k) - u(t-t_{11}^k)) \\ + T_S^k(n)(u(t-t_{12}^k) - u(t-t_{13}^k)) + T_A^k(n)(u(t-t_{14}^k) - u(t-t_{15}^k)) \\ + L_S^k(n)(u(t-t_{16}^k) - u(t-t_{17}^k)) + L_A^k(n)(u(t-t_{18}^k) - u(t-t_{19}^k)) \\ + T_S^k(n)(u(t-t_{20}^k) - u(t-t_{21}^k)) + T_A^k(n)(u(t-t_{22}^k) - u(t-t_{23}^k)) \\ + L_S^k(n)(u(t-t_{24}^k) - u(t-t_{25}^k)) + L_A^k(n)(u(t-t_{26}^k) - u(t-t_{27}^k))$$

이를 정리하면 다음과 같다.

$$f(t) = R_A^k(n-1) \cdot u(t-t_0^k) + T_S^k(n-1) \cdot u(t-t_2^k) \\ + (T_A^k(n-1) - T_S^k(n-1)) \cdot u(t-t_4^k) - T_A^k(n-1) \cdot u(t-t_5^k) \\ + L_S^k(n-1) \cdot u(t-t_6^k) + (L_A^k(n-1) - L_S^k(n-1)) \cdot u(t-t_8^k) \\ - L_A^k(n-1) \cdot u(t-t_9^k) + (R_A^k(n) - R_A^k(n-1)) \cdot u(t-t_{10}^k) \\ + T_S^k(n) \cdot u(t-t_{12}^k) + (T_A^k(n) - T_S^k(n)) \cdot u(t-t_{14}^k) \\ - T_A^k(n) \cdot u(t-t_{15}^k) + L_S^k(n) \cdot u(t-t_{16}^k) \\ + (L_A^k(n) - L_S^k(n)) \cdot u(t-t_{18}^k) - L_A^k(n) \cdot u(t-t_{19}^k) \\ + T_S^k(n) \cdot u(t-t_{20}^k) + (T_A^k(n) - T_S^k(n)) \cdot u(t-t_{22}^k) \\ - T_A^k(n) \cdot u(t-t_{23}^k) + L_S^k(n) \cdot u(t-t_{24}^k) \\ + (L_A^k(n) - L_S^k(n)) \cdot u(t-t_{26}^k) - L_A^k(n) \cdot u(t-t_{27}^k) \\ - R_A^k(n) \cdot u(t-t_{28}^k)$$

만약 $t_j^k < 0$ 이면 (j=1 to 22) $t_j^k = 0$ 이다.

Unit Step 함수의 앞에 곱해지는 수는 상수이므로 이를 a_j 라고 하면

$$f(t) = \sum_{j=1}^{22} a_j \cdot u(t-t_j^k) \text{ 로 표현된다.}$$

일반적으로 녹색 시간이 t_s^k 에서부터 시작해서 t_e^k 에서 끝나며 서비스율이 d_k , 도착율 함수를 $f_k(t)$, 초기대기 차량이 Q_{int}^k 라면 녹색시간 끝에서의 대기 차량 길이 Q_E^k 는 다음과 같이 주어진다.

로 표현된다.

$$\max\{Q_{int}^k + \int_0^{t_e^k} f_k(t) dt - d_k \cdot (t_e^k - t_s^k), 0\} \\ = \max\{Q_{int}^k + \int_0^{t_e^k} f_k(t) dt - d_k \cdot g_i^k(n), 0\}$$

$f_k(t)$ 는 Unit Step 함수의 합으로 표현되므로 이는 다시 쓰면

$$Q_E^k = \max\{Q_{int}^k + \sum_{j=1}^{22} a_j^k \cdot \max(t_e^k - t_j^k, 0) - d_k \cdot g_i^k(n), 0\}$$

이 되며 구하여야 할 최적 해는 $\sum_{k=1}^8 Q_E^k$ 를 최소화 하는 현시를 구하게 되는데, 유전자 알고리즘을 이용한다.

- 1) <그림 5>는 실제로 직진 및 좌회전 차량군이 동일하게 반복이 되지만 지면상 부분 삭제됨.
- 2) 가로축을 t라 할 때 t가 0보다 클 때 함수값이 항상 1, 작을 때는 항상 0인 함수를 u(t)라고 함.

2. 유전자 알고리즘

1) 문제 수식화 과정

유전자 알고리즘에서는 적합도값을 최대화하므로, 원래 목적함수에 -1을 곱하여 이용한다.

$$\text{Find } C, G_{ij}$$

$$\text{Maximize } (-1) \times \sum_{i=1}^8 Q_E^k$$

Subject to

$$G_{i1} + G_{i2} = G_{i5} + G_{i6} \text{ for } i=1, \dots, N_i$$

$$G_{i3} + G_{i4} = G_{i7} + G_{i8} \text{ for } i=1, \dots, N_i$$

$$\sum_{j=ring} G_{ij} = C \text{ for } i=1, \dots, N_i$$

$$G_{ij} \geq MG_{ij} \text{ for } i=1, \dots, N_i \text{ and } j=1, \dots, N_m$$

$$\text{Min}C \leq C \leq \text{Max}C, \quad G_{ij}, C \geq 0$$

여기서,

C = 주기길이(초), i = 교차로

j = 각 교차로의 이동류(NEMA방식)

G_{ij} = i 교차로 j 이동류의 녹색시간(초)

N_i = 총 교차로 수

N_m = 교차로의 총 이동류 수

MG_{ij} = i 교차로 j 이동류의 최소녹색시간

$\text{Min}C$ = 최소주기(초), $\text{Max}C$ = 최대주기(초)

1) 최적화전략

(1) Coding 방법

대기차량을 구하기 위한 유전자 알고리즘을 적용하기 위해 주기 및 녹색시간을 결정변수로 설정하였다. 교차로 1개를 고려해 볼 때 총 결정변수는 6개로 구성되는데, 주기에 대한 변수가 6개 비트, 녹색시간에 대한 변수가 각각 5개 비트로서 총 31개의 2진 비트수를 할당한다.

$$\{ f_1 ; f_2 ; f_3 ; f_4 ; f_5 ; f_6 \}$$

$$\{ 101011; 11101; 10011; 10001; 10101; 10101 \}$$

f_1 = 주기에 대한 변수

$f_2 \sim f_6$ = 교차로 1의 녹색시간에 대한 변수

(2) Decoding 방법

위에서 언급한대로 Coding된 2진 비트를 통해 주기 및 녹색시간을 산출하기 위해 Decoding을 실시하는데, 본 논문에서는 박병규 박사논문의 『A fraction-based decoding scheme』을 이용

한다.

3. 모델 구현

프로그램은 MATLAB을 이용하여 구현하였는데, 프로그램이 실행되면 포화교통류 및 시물레이션시간을 입력한다. 각 교차로의 초기 대기차량수와 차량도착율을 통해 각 교차로의 초기 최적신호주기를 LP를 이용하여 구한다. 그 후, 교차로간 주기 시작 시점이 다르기 때문에 주기의 위상을 정의하여 교차로간 상대적 시간관계를 결정하여 신호주기가 먼저 종결되는 교차로를 결정한 후 유전자 알고리즘을 이용하여 그 교차로에서 각 이동류의 녹색시간이 종결될 때 총대기차량수가 최소로 되는 최적신호시간 및 녹색시간을 계산하게 된다.

IV. 모델의 적용결과 및 평가

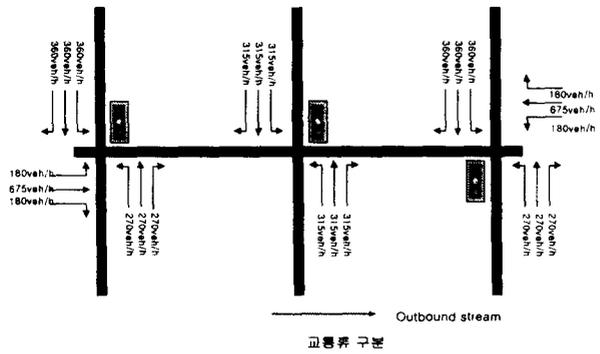
기존 모형의 경우 Off-line 신호시간 계획을 기본으로 하므로 매 주기마다 교통상황에 따라 대기차량의 길이를 최소화하는 방향으로 주기와 현시 길이가 달라지는 본 모형과 직접적으로 비교하는 데 문제가 있으므로, 같은 조건 하에서 정주기식³⁾으로 통과차량, 주기, 현시, 대기차량 등을 구하여 이를 비교하고자 한다.

본 모형은 3개의 교차로를 가진 간선도로를 기준으로 교통상황이 비포화상태($V/C=0.8$)와 포화상태($V/C>1.0$)인 경우로 나누어 각각 15분씩 시물레이션을 실시하였다.

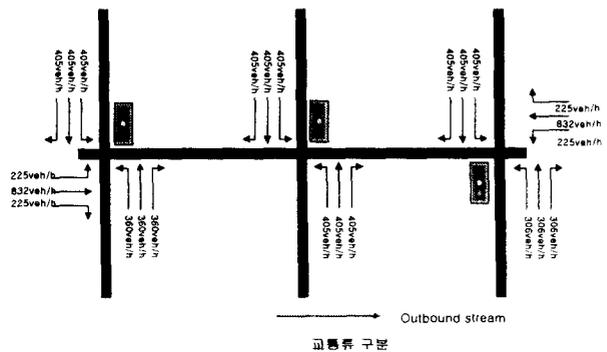
공통 실험 조건으로는 모든 차선은 직진, 좌/우회전 각각 1차선을 가진 3개의 교차로이며, 모든 교차로의 2/6번 직진 이동류의 최소현시는 18초, 그 외 이동류는 13초로 하였다.

초기 대기행렬은 각 접근로 마다 5대씩, Saturation flow rate 1800(veh/h), 황색시간 3초, 최대주기 160초, 링크길이 500m, 교차로간 이동시간 45초로 가정하였다.

다음의 <그림 6>과 <그림 7>는 각각 비포화상태 및 포화상태의 도착율을 가정한 것이다.



<그림 6> 비포화상태에서의 도착율



<그림 7> 포화상태에서의 도착율

비포화($V/C=0.8$)		교차로1	교차로2	교차로3	합계
대기차량수	본모형	29	11	42	82
	정주기식	160	14	186	360
통과차량수	본모형	815	762	807	2384
	정주기식	814	742	772	2328

<표 1> 비포화 상태

포화($V/C>1.0$)		교차로1	교차로2	교차로3	합계
대기차량수	본모형	190	69	145	404
	정주기식	335	468	273	1076
통과차량수	본모형	823	768	791	2382
	정주기식	756	779	681	2216

<표 2> 포화 상태

<표 1>과 <표 2>를 보면 비포화상태나 포화상태인 경우 모두 본 모형이 정주기식보다 대기차량이 적게 발생되었으며, 녹색시간동안의 통과차량수의 경우 그다지 큰 차이가 나지는 않았지만 본 모형이 정주기식보다 많았다.⁴⁾

그 이유로는 정주기식은 초기에는 최적화가 가능하나, 시간이 지남에 따라 교통상황이 변화

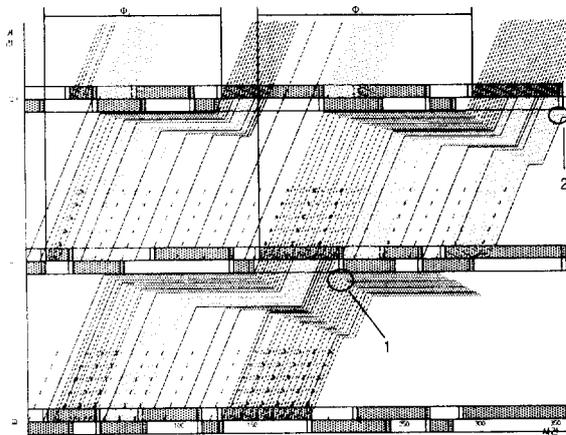
3) 동일한 조건을 가지고 TRANSYT-7F에서 최적화를 통해 산출된 각 교차로의 주기 및 녹색시간을 정주기식의 TOD값으로 이용

4) 이 때 목적함수는 교차로 1개의 모든 이동류의 대기차량대수를 최소로 함.

함에도 불구하고 주기 및 녹색시간이 변화하지 않는다. 이에 비해 본 모형의 경우 각 교차로마다 매 주기가 종결되고 새로운 주기가 시작될 시점에 그 때의 교통상황에 맞추어 최적의 주기 및 녹색시간이 계산되었기 때문이다.

실제로 간선도로에서는 읍셋이 중요하기 때문에, 목적함수를 각각 Balanced offset, Inbound offset, Outbound offset 의 경우로 변형⁵⁾하여 앞과 동일한 조건으로 하여 프로그램을 수행하였다. 수행한 결과 목적함수에 따라 주방향에 가중치를 둔 이동류의 대기차량수가 현저하게 줄었으며, 나머지 이동류에는 골고루 대기차량수가 분산되었다.

다음 <그림 8>은 Balanced offset일 경우 2번 직진이동류에 대한 시공도를 나타낸 것이다.



<그림 8> Time-Space Diagram

그림에서 파랑은 우회전, 빨강은 직진, 연두는 좌회전 차량을 나타내며, 점선은 각각 중간에 소거되는 차량을 나타낸다. 그림에서 1의 경우 2번교차로의 두 번째 주기의 2번 직진의 녹색시간이 끝날 때 7대, 2의 경우는 3번교차로의 3번째 주기의 2번 직진의 녹색시간이 끝날 때 5대의 대기차량인 발생한다.

V. 결론 및 제언

기존의 연동모델의 경우 고정된 주기 하에서 평균적인 유입교통량을 측정한 후 선형최적화 및 언덕오름기법 등을 적용하므로 실시간으로

5) Balanced offset은 이동류 1, 2, 5, 6에 Inbound offset은 이동류 1, 6에 Outbound offset은 2, 5에 각각 가중치를 두었으며, 나머지 이동류는 대기차량이 골고루 분산시키도록 목적함수를 변형함.

교차로를 최적화하기 어려우며, 최적해를 찾는 데 있어서 지역해에 빠질 수도 있다. 따라서, 짧은 시간 내에서는 예측이 가능하다는 근거로 하여 다음주기의 대기차량수를 예측하여 이 수를 최소로 하는 최적주기 및 현시를 유전자 알고리즘을 이용하여 산출하였다.

우선 비포화상태나 포화상태의 경우 모두 정주기식보다는 동적으로 신호를 계산하는 본모형이 더 좋은 결과를 나타내었다.

다음으로 목적함수를 변형하여 수행한 경우 주방향의 대기차량이 상대적으로 다른 방향에 비해 적었기 때문에 어느 정도 주방향에 대한 연동효과를 볼 수 있었다. 또한 따로 연동값을 고려하지 않고, 각 교차로의 주기가 종료되는 시점마다 그 때의 대기차량길이가 최소화되는 방향으로 주기 및 녹색시간을 산정 하였기 때문에, 주기 및 읍셋값도 변동하였다.

비록 비포화상태에서도 본 모형의 경우 정주기식보다는 결과가 좋았지만 완전하게 대기차량을 소거시키지 못하였으며, 주기 및 녹색시간도 전체적으로 교통량에 비해 큰 값을 최적값으로 산출하였다. 따라서 유전자알고리즘을 이용 최적 주기 및 녹색시간을 산출하는 부분에 지역해가 아닌 전역해를 찾을 수 있도록 보완 및 검증이 필요하다. 그리고 본 연구에서는 가상의 자료를 사용하였기 때문에, 미시적인 시뮬레이션 및 현장실시를 통한 검증이 필요하다.

참고문헌

1. Park B. K., Development of Genetic Algorithm-Based Signal Optimization Program for Oversaturated Intersection, Texas A&M University, 1998
2. Robert L. Gordon, Traffic Control Systems Handbook, FHWA-SA-95-032, 1996
3. Matthew J. Huber, Department of Civil and Mineral Engineering University of Meinnosota
4. John D.C. Little, Optimal Signal Timing for Arterial Signal System, Federal Highway Administration, 1980
5. K. G. Courage and C E. Wallace, TRANSYT-7F Users' Guide, Transportation Research Centre , University of Florida, Gainesville, Florida, December, 1991