

축류송풍기 설계를 위한 최적설계기법의 평가

최재호*, 김광용**

Assessment of Optimization Methods for Design of Axial-Flow Fan

Jae-Ho Choi*, Kwang-Yong Kim**

Key Words : Axial-flow fan(축류송풍기), Navier-Stokes equation(Navier-Stokes 방정식), Finite volume method(유한체적법), Numerical optimization technique(수치최적화기법)

ABSTRACT

Three-dimensional flow analysis and numerical optimization methods are presented for the design of an axial-flow fan. Steady, incompressible, three-dimensional Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are used as governing equations, and standard $k-\epsilon$ turbulence model is chosen as a turbulence model. Governing equations are discretized using finite volume method. Steepest descent method, conjugate gradient method and BFGS method are compared to determine the searching directions. Golden section method and quadratic fit-sectioning method are tested for one dimensional search. Objective function is defined as a ratio of generation rate of the turbulent kinetic energy to pressure head. Sweep angle distributions are used as design variables.

1. 서 론

송풍기는 산업용 뿐 만 아니라 일상생활에서도 많이 접할 수 있는 유체기계 중의 하나이다. 에어컨 실내의 기를 비롯해 각종 전자제품 및 컴퓨터 중앙처리장치의 냉각팬등 가정용 소형 팬으로부터 전동공구내의 모터 냉각용 팬, 자동차 라디에이터 및 콘덴서 냉각용 팬, 그리고 선박 엔진냉각용 팬, 대형건물의 공기조화용 팬, 전기로 내부의 고온기류순환용 팬, 터널환기용 팬, 그리고 풍동에서 사용되는 송풍기와 냉각탑에 설치되는 수 미터 내지 십여 미터 직경의 대형송풍기에 이르기까지 그 용도는 다양하다.

저소음 고효율의 송풍기 설계를 위해서는 실험식에

반영하는 설계기법이 필요하다. 3차원 점성유동 해석코 의존하지 않고 송풍기 내의 복잡한 유동장을 정확히 드와도 결합가능하고 다양한 목적함수로서 설계목적을 자동적으로 반영할 수 있는 수치최적설계기법은 송풍기의 설계에 적합한 설계기법으로 연구되고 있다.

수치최적설계기법은 1970년대에 들어 항공기 익형 등의 설계에 적용되었다.⁽¹⁾ 이 연구들은 주로 간단한 유동해석코드를 사용하였기 때문에 정확한 유동장의 예측이 어려웠다. 1980년대에는 수치최적설계기법의 적용범위가 넓어졌다. Rao와 Gupta⁽²⁾가 터빈의 효율과 중량을 최적화하였는데, 형상손실의 계산을 위해 Ainley와 Mathieson⁽³⁾이 제안한 값들을 사용하였고, 효율, 누출손실과 이차유동손실 등의 계산을 위해 Dunhan과 Came⁽⁴⁾등이 수정한 식을 사용하였다. Massardo와 Satta⁽⁵⁾는 Rao와 Gupta⁽²⁾와 유사한 방법으로 해석하여 축류압축기의 효율을 최대화하고 중량을

* 인하대학교 대학원 기계공학과

** 인하대학교 기계항공자동화공학과

최소화하였다. 한편 1990년대에는 컴퓨터 및 수치알고리즘의 발전으로 점성유동방정식을 해석수단⁽⁶⁾으로 하는 설계기법과 공기역학적 민감도해석방법의 연구가 활발히 연구되었다. Baysal과 Eleshaky⁽⁷⁾는 압축성 2차원 Euler방정식을 사용하여 준해석적 민감도해석을 수행하였다.

지금까지의 연구들은 대부분 비점성 유동해석이나 준삼차원 유동해석과 결합한 설계가 대부분이었다. 수치최적설계기법의 중요한 장점중의 하나는 유동정보를 직접 설계에 반영한다는 점이다. 최적화 알고리즘은 최적화 과정의 효율성에 영향을 주며 정밀한 유동해석은 설계결과와 공력학적 타당성에 영향을 준다. 따라서 수치최적설계기법에서는 설계의 신뢰성을 높일 수 있는 정밀한 해석기법의 사용이 필요하며 이를 바탕으로 한 효과적인 알고리즘의 설계가 필요하다. 신뢰성이 높은 설계결과를 얻기 위한 3차원 Navier-Stokes 방정식을 해석수단으로 하는 축류송풍기의 최적설계에 대한 연구들이 Kim과 Choi 등에 의해 연구되어 왔다.⁽⁸⁻¹⁰⁾

본 연구에서는 축류송풍기의 설계에 3차원 Navier-Stokes 해석수단과 결합한 수치최적설계기법들의 효율성을 평가하기 위해 최적변수 추적방법⁽¹¹⁾으로서 최급강하법과 복합구배법, 그리고 BFGS 방법을 비교하였고, 탐색방향으로의 이동거리⁽¹²⁾를 결정하기 위해 황금분할법과 2차 다항식보간법을 비교하였다. 난류의 해석을 위해서는 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였으며 유한체적법을 사용하여 지배방정식들을 이산화하였다. 송풍기 날개의 최적설계를 위해 스윙각과 관련된 경계값들을 설계변수로 하고, 난류운동에너지생성률과 압력수두의 비를 목적함수로 정의하여 최적설계를 수행하였다.

2. 최적설계기법

축류송풍기의 최적화를 위한 설계기법중 탐색방향을 비교하기 위해 본 연구에서는 최급강하법(steepest descent method, SDM)과 복합구배법(conjugate gradient method, CGM), 그리고 다음과 같이 근사된 Hessian matrix을 사용하는 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)방법을 사용하였다.

$$H^{(k+1)} = H^{(k)} + D^{(k)} + E^{(k)} \quad (1)$$

여기서 D와 E는 다음과 같이 정의된다.

$$D^{(k)} = \frac{y^{(k)}y^{(k)\tau}}{y^{(k)} \cdot s^{(k)}}$$

$$E^{(k)} = \frac{(c^{(k)}c^{(k)\tau})}{(c^{(k)} \cdot d^{(k)})}$$

$$s^{(k)} = \alpha_k d^{(k)}$$

$$y^{(k)} = c^{(k+1)} - c^{(k)}$$

$$c^{(k+1)} = \nabla f(x^{(k+1)})$$

그리고, 탐색방향으로의 이동거리⁽¹²⁾를 결정하는 방법으로 황금분할법(golden section method, GSM)과 2차 다항식보간법(quadratic fit-sectioning method, QSM)을 비교하였다.

날개의 형상을 구성하는 많은 기하학적 변수들 중에서 날개 중간에서의 스윙량, γ_m 과 날개 끝단에서의 스윙량, γ_t 을 채택하고 이를 경계조건으로하여 반경방향으로 2차 함수로 분포시킴으로서 스윙각을 구성하였다.

날개단면의 캠버선의 분포는 다음과 같은 NACA four-digit wing sections에 의한 분포식을 사용하였다.

$$y_c = \frac{m}{p^2} (2px - x^2) \quad \text{if } x \leq p \quad (2)$$

$$y_c = \frac{m}{(1-p)^2} [(1-2p) + 2px - x^2] \quad \text{if } x > p$$

목적함수로서는 본 연구의 선행연구들⁽⁹⁻¹⁰⁾에서 사용하여 소음저감과 밀접한 관계가 있다고 제시된 난류운동에너지생성률과 압력수두의 비를 정의하였다. 이러한 목적함수를 사용했을 때 자동차용 소형 냉각팬 뿐만 아니라 선박용 대형 냉각팬에서도 유동상태에 따라 3~10dB(A)의 소음저감이 이루어졌는데 주로 난류로 기인한 소음이 저감된 것으로 사료되었다.

3. 유동해석

본 연구에서는 축류송풍기를 지나는 유동을 3차원 비압축성, 정상유동으로 가정하였으며, 연속방정식과 운동량방정식의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \rho g_i \quad (4)$$

난류유동의 해석을 위해서는 표준 k-ε 모델을 사용하였다. 이 모델에서는 난류점성계수 μ_t 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

모델상수들의 값은 다음과 같다.

$$c_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3,$$

$$c_{\epsilon 1} = 1.44, c_{\epsilon 2} = 1.92$$

표준 k-ε 모델은 벽에서 멀리 떨어져 난류레이놀즈수가 충분히 큰 영역에 대해서만 적용이 가능하므로, 벽 가까운 영역에서는 로그법칙을 바탕으로 하는 실험적인 벽함수를 사용하였다.

지배방정식들을 이산화하기 위해서는 유한체적법(finite volume method)을 사용하였다. 이를 위해서 운동량방정식을 3차원문제에 맞는 확장된 지배방정식으로 전환하였다. 또한, 최소한의 시간에 비교적 유연한 격자계를 얻기 위하여 2차원적 교차보간함수(2-D transfinite interpolation function)를 사용한 격자생성코드를 개발하여 사용하였다. 이 격자생성기법은 매우 단순하며, 비반복적이고 경제적이다. 또, 적절한 분포함수(stretching function)를 결정하면 쉽게 격자선을 관심이 있는 부분에 집중시킬 수 있다.

미분방정식이 이산화된 대수식을 풀기 위해서 Stone⁽¹³⁾의 Strongly Implicit Procedure (SIP)를 사용하였다. 연속방정식과 운동량방정식으로부터 압력에 관한 식을 유도할 수 있는데 본 연구에서는 이를 위해 SIMPLEC 알고리즘⁽¹⁴⁾을 사용하였다.

4. 결과 및 검토

축류팬의 최적설계기법을 비교하기 위해 최급강하법과 BFGS 방법을 축류팬 모델에 적용하였다. 이 초기팬은 12개의 날개로 구성되어 있으며 외경은 1,200mm, 허브-팁비는 0.5이고 현절비(solidity)는 0.77이다. 축류팬의 형상은 Fig. 1에 나타나 있고, 격자계에 대한 내용은 참고문헌[15]에 기술되어 있다.

작동유체는 20°C 공기로 하였으며, Reynolds수는 1.7×10^6 이다. 날개의 회전속도는 작동속도인 1,175 rpm으로 하여 계산하였다. 또한 축대칭으로 가정하고 주기

경계조건을 사용하였으며 허브이하의 고체부분을 처리하기 위해서 해당부분의 점성값을 크게 하였다.

최적설계기법을 적용하기에 앞서 초기유동장의 해석 결과를 살펴보면 Fig. 2는 날개표면의 압력분포를 나타내고 있다. 흡입면은 압력면에 비해 압력의 변화가 크고 선단부에서 회전의 영향으로 떨어진 압력이 날개의 후단부 쪽으로 가면서 회복되는 것을 볼 수 있다. 그리고 압력면의 날개 끝단 중간부분에서 압력이 다소 떨어지는 것을 볼 수 있다. 심한 압력변동은 소음을 유발하는 원인으로 작용할 수 있다.

이와 같은 유동장에 대해 최급강하법과 복합구배법, 그리고 BFGS방법을 사용하여 스윙각의 분포와 관련된 두 변수를 설계변수로 하여 목적함수를 최소화하였다. 설계변수의 초기치는 평균날개높이에서의 스윙량(γ_m)과 날개끝단에서의 스윙량(γ_t)을 모두 0으로 하였다.

탐색방향으로의 이동거리를 구하는 황금분할법에서의 모든 조건을 동일하게 하고 수렴조건으로서 다음과 같이 구배벡터의 크기(ϵ_{norm}) 외에 목적함수와 설계변수의 각 상대오차(ϵ_{obj} , ϵ_{dsv})를 추가적으로 사용하였다. Table 1에는 각 방법에 대한 일차원탐색법, 설계변수,

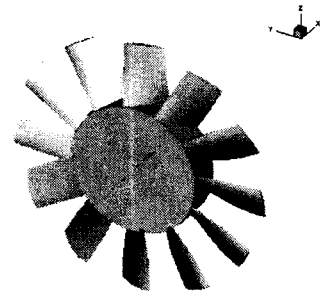


Fig. 1 Initial shape of the fan

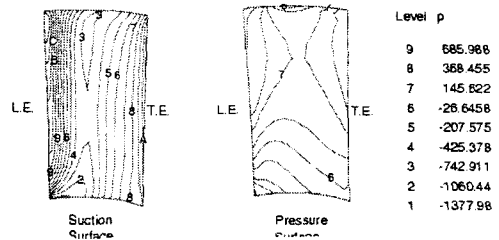


Fig. 2 Pressure contours on the surfaces of the blade

목적함수, 컴퓨터 및 컴파일러, 그리고 최적화 시간 등이 나타나 있다.

한편 유한차분법을 이용하여 설계변수에 대한 목적함수의 변화율을 구할 때 미분거리에 따른 영향을 검토할 필요가 있다. 이 변화율은 설계공간에서 각각 다르기 때문에 미분거리를 일정하게 고정하는 것보다 목적함수의 분포나 구배벡터의 크기를 비교해 가면서 변화시켜 가는 방법을 사용하면 좋으며 설계변수가 적을 수록 그 영향을 적게 받는다. Table 2는 본 연구에서의 초기설계값 근처에서 미분크기에 따라 구배벡터의 크기로 나눈 탐색방향벡터를 보여준다. d_1 은 평균날개높이에서의 스윙각(γ_m)에 대한 탐색방향벡터성분이고 d_2 는 날개끝에서의 스윙각(γ_t)에 대한 탐색방향벡터성분이다.

위 세 가지 탐색방법에서 탐색방향으로의 이동거리와 목적함수는 각각 Fig. 3과 4에 비교하였다. 이 유동조건하에서는 최급강하법에 의한 목적함수의 값(F_{SDM})이 다른 두 가지 방법에 의한 목적함수의 값보다 작게 탐색되었다. 다음은 BFGS 방법에 의한 목적함수값(F_{BFGS})과 최급강하법 및 복합구배법에 의한 목적함수의 비이다.

$$\frac{F_{SDM}}{F_{BFGS}} = 0.99917$$

$$\frac{F_{CGM}}{F_{BFGS}} = 0.99970$$

각 방법에서 수렴될 때까지의 유동해석코드의 호출횟수(nosol)는 Fig. 5에 도시하였는데 최소의 목적함수값을 구한 최급강하법이 함수호출횟수는 가장 많음을 알 수 있다. 다음은 최급강하법에서의 함수호출횟수에 대한 복합구배법과 BFGS 방법에서의 함수호출횟수의 비이다.

$$\frac{nosol_{CGM}}{nosol_{SDM}} = 0.91176$$

$$\frac{nosol_{BFGS}}{nosol_{SDM}} = 0.93137$$

일차원 탐색방법의 비교를 위해 황금분할법과 2차 다항식 보간법을 시험하였다. 탐색방향을 위해서는 복

Table 1 Test of optimization methods

| | | | |
|---------------------|--|------------|------------|
| optimization method | SDM | CGM | BFGS |
| line search method | golden section method | | |
| design variables | (1) sweep angle at middle blade height (2) sweep angle at blade tip | | |
| objective function | ratio of turbulent kinetic energy generation rate to pressure head | | |
| machine | Samsung Alpha station A10/466 | | |
| compiler | MS Visual FORTRAN professional edition 5.0.A | | |
| CPU time | 18h 13m 1s | 16h 36m 7s | 16h 58m 1s |

Table 2 Effects of differentiation size(h)

| | | |
|--------|--------|-------|
| h | d_1 | d_2 |
| 0.0001 | -0.983 | 0.183 |
| 0.0006 | -0.987 | 0.161 |

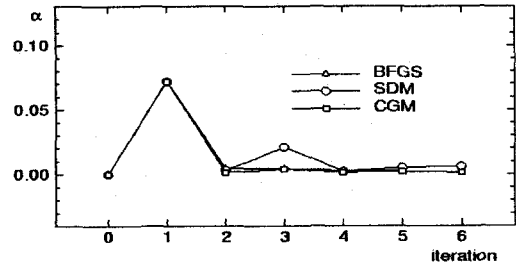


Fig. 3 Comparison of step sizes by SDM, CGM, and BFGS

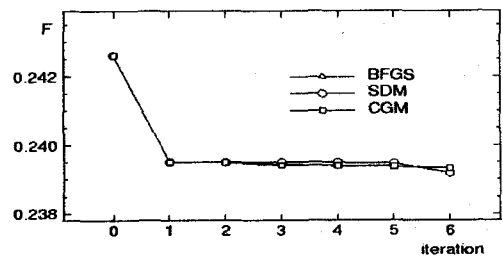


Fig. 4 Comparison of objective functions by SDM, CGM, and BFGS

합구배법을 사용하였으며, 황금분할법의 결과는 앞 절의 최적화알고리즘의 비교에서 복합구배법을 사용한 결과를 기준으로 하였다. 일차원 탐색방법의 비교시 설계변수, 목적함수, 컴퓨터 및 컴파일러, 그리고 최적화 시간 등은 Table 3에 나타나 있다.

두 방법에 의한 탐색방향으로의 이동거리의 비교는 Fig. 6에 나타나 있다. 황금분할법에 비해 2차 다항식 보간법이 2회 및 3회의 설계변경에서 상대적으로 이동거리가 큼을 알 수 있다. Fig. 7은 목적함수의 변화과정을 보여주고, Fig. 8은 유동해석코드의 호출횟수를 보여준다. 두 방법에 의한 목적함수의 비는

$$\frac{F_{GSM}}{F_{QSM}} = 0.99999$$

로서 거의 동일하나 유동해석코드의 호출횟수의 비는

$$\frac{n_{sol_{QSM}}}{n_{sol_{GSM}}} = 0.79570$$

으로 2차 다항식 보간법에 의한 최적화설계시 황금분할법의 의한 결과보다 약 21% 계산시간을 감소시켰다.

Table 3 Test of line search methods

| line search method | QSM | GSM |
|---------------------|--|------------|
| optimization method | conjugate gradient method | |
| design variables | (1) sweep angle at middle blade height (2) sweep angle at blade tip | |
| objective function | ratio of turbulent kinetic energy generation rate to pressure head | |
| machine | Samsung Alpha station A10/466 | |
| compiler | MS Visual FORTRAN professional edition 5.0.A | |
| CPU time | 13h 13m 2s | 16h 36m 7s |

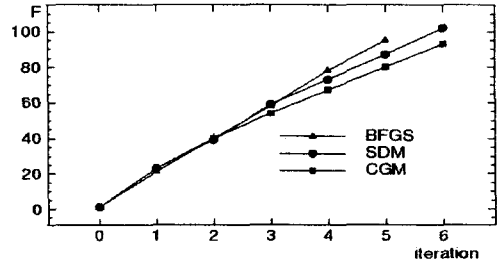


Fig. 5 Comparison of numbers of flow analysis by SDM, CGM, and BFGS

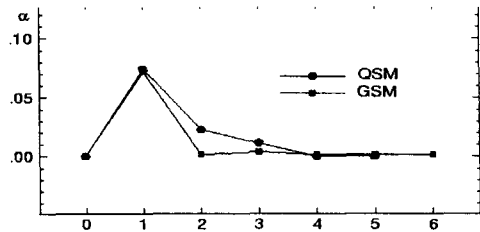


Fig. 6 Comparison of step sizes by QSM and GSM

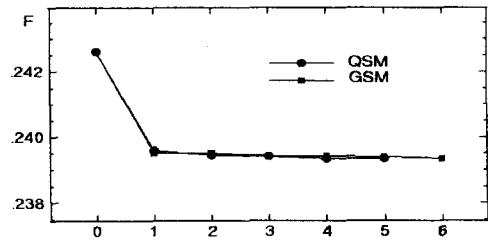


Fig. 7 Comparison of objective functions by QSM and GSM

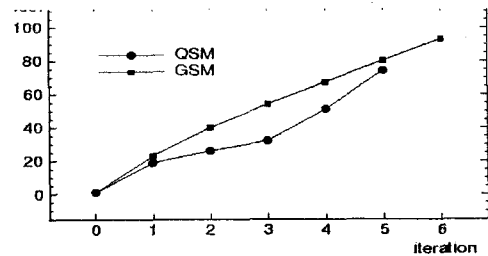


Fig. 8 Comparison of number of flow analysis by QSM and GSM

5. 결 론

본 연구에서는 축류송풍기를 설계하기 위해 삼차원 Navier-Stokes 해석코드와 결합한 수치최적설계기술을 적용하였다. 난류운동에너지 생성률을 포함한 목적함수와 스윙각의 분포와 관련된 설계변수를 정의하고 최적화기법으로 최급강하법과 복합구배법, 그리고 BFGS 방법을 각각 적용하여 설계변수를 최적화하였다. 최급강하법이 다른 방법들에 비해 목적함수의 최소화에 가장 좋은 성능을 보였으나, 탐색효율은 상대적으로 저조하였다. 한편 일차원탐색방법에서는 이차다항식보간법이 황금분할법에 비해 탐색시간이 적게 소요되어 탐색효율이 우수하였다.

참고 문헌

- (1) Hicks, R. M., Murman, E. M., Vanderplaats, G. N., 1974, "An Assessment of Airfoil Design by Numerical Optimization," NASA TM X-3092.
- (2) Rao, S. S., Gupta, R. S., 1980, "Optimum Design of Axial Flow Gas Turbine Stage - Part I: Formulation and Analysis of Optimization Problem," J. Engineering for Power, Vol 102, pp. 782-789.
- (3) Ainley, D. G., Mathieson, G. C. R., 1957, "A Method of Performance Estimation for Axial-Flow Turbine," H.M.S.O., A.R.C., R&M 2974.
- (4) Dunham, J. and Came, P. M., 1970, "Improvements to the Ainley-Mathieson Method of Turbine Performance Prediction," ASME Paper No. 70-GT-2.
- (5) Massardo, A., Satta, A., 1989, "Axial Flow Compressor Design Optimization: Part I - Pitchline Analysis and Multivariable Objective Function Influence," ASME paper No. 89-GT-201.
- (6) Joh, C.-Y., Grossman, B., Haftka, R. T., 1991, "Design Optimization of Transonic Airfoils," Proceedings of the Third International Conference on Inverse Design Concepts and Optimization in Engineering Sciences(ICIDES-III) (Washington, DC), edited by G. S. Dulikravich, pp. 445-456.
- (7) Baysal, O., Eleshaky, M. E., 1991, "Aerodynamic Sensitivity Analysis Methods for the Compressible Euler Equations," J. Fluids Engineering, Vol. 113, pp. 681-688.
- (8) Kim, K. Y., Choi, J. H., Chen, X., Kim, T. J. and Rew, H. S., Oct. 1995, "Application of Numerical Optimization Technique with Three Dimensional Navier-Stokes Solver to The Design of An Axial-Flow Fan," 2nd International Conference on Pumps and Fans, Tsinghua Univ., Beijing, Vol. 1, pp. 169-178.
- (9) Choi, J. H. and Kim, K. Y., June 1997, "Numerical Optimization Coupled with Three-Dimensional Navier-Stokes Analysis for Design of An Automotive Cooling Fan," 1997 ASME Fluid Engineering Division Summer Meeting, Vancouver, Canada, FEDSM97-3415.
- (10) Choi, J. H., Kim, K. Y. and Chung, D. S., 1998, "Numerical Optimization for Design of an Automotive Cooling Fan," Journal of Passenger Cars - SAE 1997 Transactions, Vol. 106, Section 6, Part 1, pp. 1485-1489.
- (11) Arora, J. S., 1989, Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill Book Co.
- (12) Belegundu, A. D. and Chandrupatla, T. R., 1999, Optimization Concepts and Applications in Engineering, Prentice Hall.
- (13) Stone, H. L., 1968, Iterative Solution of Implicit Approximations of Multi-dimensional Partial Differential Equations, SIAM J. Num. Anal., Vol. 5, pp. 530.
- (14) Van Doormal J. P. and Raithby G. D., 1984, Enhancement of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, Numerical Heat Transfer, Vol. 7, pp. 147-163.
- (15) 최재호, 조성신, 김광용, 1999, "대형축류송풍기의 저소음 최적설계," 대한기계학회 춘계학술대회 논문집 B, pp. 411-416.