

## 유한요소법을 적용한 캐퍼시터 운전형 단상 유도전동기의 철손해석

민병욱, 이주  
한양대학교 전기공학과 에너지 변환연구실

### Analysis of Core Losses in Capacitor-Run Single Phase Induction Motor Using the Finite Element Methods

Byoung-Wook Min, Ju Lee

Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University, Seoul, 133-791, Korea

**Abstract** - This paper presents the analysis of core losses in capacitor-run single phase induction motors using the finite element methods. The double revolving field theory can be used for the analysis to assess the quantitative and qualitative performance of the single-phase induction motor. But it is difficult to evaluate accurately the core losses. It is more difficult to segregate stator and rotor core losses at no-load and load conditions. Numerical analysis such as FEM can be used effectively for the accurate calculation of core losses and motors performances. In this paper, the coupling method of core loss characteristic equation and FEM are proposed for the accurate calculation of core losses in the stator and rotor. The FFT is also used to calculate fundamental and harmonic components in the yoke and teeth parts of motor.

### 1. 서 론

단상유도전동기를 회전자계이론에 기초한 정상분과 역상분의 직렬 등가회로를 이용하여 해석할 경우 정성적인 특성해석을 할 수 있으나 철손을 고려한 정확한 정량적인 특성해석이 극히 곤란하다. 특히 철심 및 공극에서의 자속밀도가 일정하다고 가정할 경우 정격 전압/정격 주파수 인가시 2차측 회전자 철심에 슬립주파수  $s_f$  및  $(2-s)f_1$ 의 자속이 발생하여 슬립에 따라 2차측 회전자부의 철손이 변화되는 반면, 1차측 고정자 철손은 슬립과는 관계없이 일정하게 된다[1][3]. 그러나 2차측에 유기되는 유기기전력이 슬립에 따라 선형적으로 변화함에 따라 외전류의 크기와 철심내의 자속밀도가 상이하게 되므로 슬립에 대한 철손이 일정하지 않게 된다. 이와 같이 슬립에 대한 철손을 정확하게 해석하기 위해서는 수치해석적인 기법에 의한 정확한 자계해석이 이루어져야 한다.

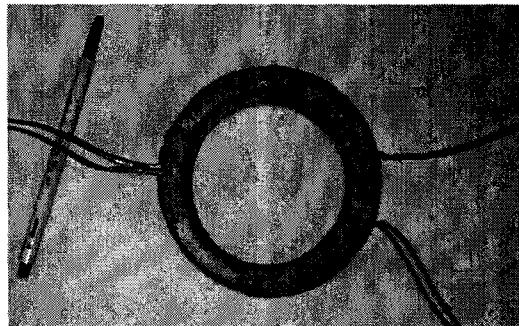


그림 1. 링 테스트용 시료

본 연구에서는 철손을 정확하게 해석하기 위하여 철손의 특성해석식과 자계해석을 결합한 철손해석법을 제안하였다. 철손의 특성해석식 중 히스테리시스계수 와 와전류계수는 코아 재질특성시험(자속밀도-자계의 세기 특성 및 자속밀도-철손특성)을 수행하여 구해내었으며 자계해석법으로는 유한요소법과 시간차분법을 이용하였다. 또한 자속밀도의 주파수분석을 통하여 기본파성분 및 고조파성분으로 분해하고 철손의 고조파성분의 비율을 산출하였다.

### 2. 해석 모델의 재질특성시험

#### 2.1 링 테스트용 시료의 주요사양 및 측정항목

그림 1은 연구모델인 단상유도전동기의 철심재료로 사용하는 S60H 철심의 링테스트용 시료를 나타내고 있다. 본 시료를 사용하여 와전류계수 및 히스테리시스계수를 실험적으로 얻어내기 위하여 1차측 권선에 원하는 정격주파수 상태 하에서 전압을 minor loop가 생성되지 않도록 서서히 증가시키면서 표 1에 보인 측정항목을 측정하였다.

표 1은 링 테스트용 시료의 주요치수, 측정항목 및 계산항목을 나타내고 있다. 표 1의 측정항목을 측정한 후에 계산을 통하여 재질특성을 표현하는 자속밀도-자계의 세기 특성 및 자속밀도-철손특성을 구하였다.(자속밀도 측정범위: (0.7~2[T])

그림 2는 실험결과 얻어진 자속밀도-자계의 세기 특성곡선을 나타내고 있다. 그림에서와 같이 철심이 약 1.6T 근처에서 자기포화를 일으키고 있음을 알 수 있다. 그림 3은 자속밀도-철손특성의 특성곡선이다. 그림에서와 같이 철손이 자속밀도에 대하여 거의 로그함수 형태로 증가되고 있음을 알 수 있다.

표 1. 링 테스트용 시료의 주요치수 및 측정항목

	주요치수 및 항목	비고
주요 치수	외경 [mm]	113
	내경 [mm]	91
	적층길이 [mm]	30
	1차측 턴수	200
	2차측 턴수	40
재질사양	S60H	
	측정항목	1차측: 입력, 전압, 전류, 저항 2차측: 전압
	계산항목	자화전류, 1차동순, 자계의 세기, 자속, 자속밀도, 철손,
		단, 자로길이, 코아단면적, 철비중, 철부피 고려함.

## 2.2 히스테리시스 손실 계수 및 와전류 손실 계수

2가지 이상의 주파수 상태에서 산출된 재질특성결과를 식(1)에 대입하여 3개의 변수인 히스테리시스 계수( $\sigma_h$ ), 와전류 손실 계수( $\sigma_e$ ) 및 지수승인  $n$ 을 산정 할 수 있다. 이때 적용한 수식은 (2)~(4)와 같고, S60에 대하여 실험에서 얻어진 각 계수 값은 다음 식 (5)와 같다.

$$P = \sigma_h fB^n + \sigma_e f^2 B^2 \quad (\text{W/Kg}) \quad (1)$$

$$n = \frac{\log \left\{ \frac{B_2^2 (P_2 - a_f^2 P_3)}{(P_2 - a_f P_3) B_1^2 - a_f (a_f - 1) P_1 B_1^2} \right\}}{\log \left( \frac{B_2}{B_1} \right)} \quad (2)$$

$$\sigma_h = \frac{P_2 - a_f^2 P_3}{f_2 (1 - a_f) B_2^n} \quad (3)$$

$$\sigma_e = \left( \frac{P_2 - a_f P_3}{f_2^2 B_2^2} \right) \left( \frac{a_f}{a_f - 1} \right) \quad (4)$$

여기서,  $P$ 는 단위중량당 철손,  $B$ 는 최대자속밀도,  $a_f = f_2/f_1$ 이다.

$$\sigma_h = 0.2639 \times 10^{-1}, n = 2.571, \sigma_e = 0.3286 \times 10^{-3} \quad (5)$$

### 3. 해석모델 및 유한요소 정식화

#### 3.1 해석모델

그림 4는 연구모델인 3마력 단상유도전동기의 구성도이다. 표 2는 단상 유도전동기의 주요사양을 나타내며, 그리고 표 3은 회전자계 이론을 적용 할 경우의 등가회로의 회로정수를 나타내고 있다.

#### 3.2 유한요소 정식화

##### 3.2.1 지배방정식

변위전류를 무시한 준 정상자계의 경우, 맥스웰 방정식에서 자기벡터포텐셜을 이용한 지배방정식을 유도하면 식(6)과 같다.

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\mu} (\nabla \times A) \right] + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - J_o = 0 \quad (6)$$

여기서,  $A$ 는 자기벡터포텐셜,  $J_o$ 는 입력 구동전류 벡터,  $\mu$ 는 투자율,  $\sigma$ 는 도전율이다.

##### 3.2.2 유한 요소 정식화

지배방정식을 Galarkin법을 사용하고 1차원 삼각형 요소의 보간 함수를 사용하면 식(7)의 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$[S]^e \{A\}^e + [C]^e \frac{d}{dt} \{A\}^e + [Q_m]^e \{I_m\}^e + [Q_a]^e \{I_a\}^e = [0] \quad (7)$$

여기서, 요소행렬의 계수 값은 참고문헌[2]에 나타난 값이다. 특히  $I_m$  및  $I_a$ 는 주권선 및 보조권선 전류를 나타낸다.

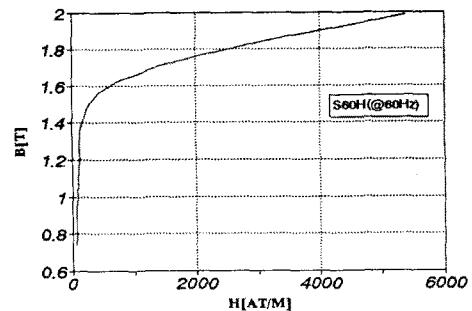


그림 2. 자속밀도 및 자계의 세기 관계(@60Hz)

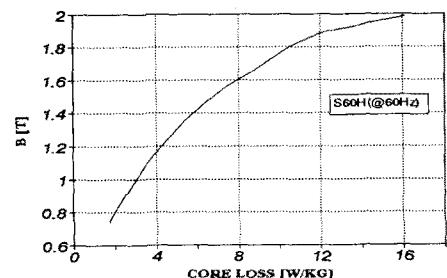


그림 3. 자속밀도 및 철손의 관계(@60Hz)

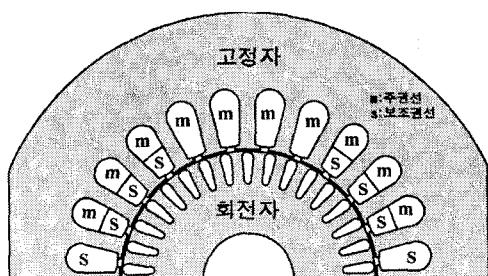


그림 4. 해석모델의 단면도 및 권선 분포.

표 2. 연구모델의 주요 사양

	주요사양
출력/상수/극수	3HP/단상/2극
정격 전압/주파수	220V/60Hz
캐패시터 용량/캐패시터 전압	35μF/460Vac
적층길이/철심재질/공극	90mm/S60/0.55mm
슬롯수	24
주권선 상당직렬턴수	360
고정자 보조권선 상당직렬턴수	230
주권선 저항(@75°C)	0.97Ω
보조권선 저항(@75°C)	2.81Ω
회전자 슬롯수	34

표 3. 연구모델의 주요 회로정수

	주요 회로정수	
1차측 (고정자)	주권선 저항	0.892 Ω
	보조권선 저항	2.583 Ω
	주권선 누설리액턴스	0.807 Ω
	보조권선 누설리액턴스	0.890 Ω
2차측 (회전자)	저항	1.078 Ω
	누설 리액턴스	0.961 Ω
	자화 리액턴스	39.2 Ω

식(7)에서 미지수의 개수가 방정식의 개수보다 많아 해를 독립적으로 결정 할 수 없으므로 외부회로에 의한 보조적인 전압방정식이 필요하게 된다. 이때 전압방정식을 벡터포텐셜을 이용하여 나타내면 식(8),(9)와 같다.

$$[F_m] \frac{d}{dt} \{A\}^e + [R_m] \{I_m\}^e + [L_m] \frac{d}{dt} \{I_m\}^e = [V] \quad (8)$$

$$[F_a] \frac{d}{dt} \{A\}^e + [R_a] \{I_a\}^e + [L_a] \frac{d}{dt} \{I_a\}^e + \{V_c\}^e = [V] \quad (9)$$

여기서,  $V$  및  $V_c$ 는 인가전압 및 캐패시터 전압,  $R_m$  및  $R_a$ 는 주권선 및 보조권선의 저항,  $L_m$  및  $L_a$ 는 주권선 및 보조권선의 누설 인덴티스이다. 또한 여기서 계수행렬  $F_m$  과  $F_a$ 는 식(10)으로 표현된다.

$$F_m = \pm \frac{N_m I \Delta t}{3S_m}, \quad F_a = \pm \frac{N_a I \Delta t}{3S_a} \quad (10)$$

여기서  $I$ 은 유효 적층길이를 나타낸다.

또한  $V_c$ 값이 미지수가 되므로 해를 독립적으로 결정하기 위해서는 식(11)과 같은 보조방정식이 필요하다.

$$\left[ -\frac{1}{C} \right] \{I_a\} + \frac{d}{dt} \{V_c\} = [0] \quad (11)$$

행렬식에서 시간 미분항을 처리하기 위하여 후퇴 차분법을 적용하였으며, 또한 회전자가 고정자에 대하여 상대운동을 하기 때문에 해석영역 전 요소의 재분할 없이 효과적인 해석을 위하여 이동요소 분할법을 사용하였다. 해석모델의 절점수는 3768개, 요소수는 7440개이다.

#### 4. 해석결과 및 검토

그림 5는 기동시의 자속 분포도를 나타내고 있다. 그림에서와 같이 회전자 도체에서는 주파수가  $f$ 이고 크기가  $E$ 인 유기기전력에 의한 큰 와전류가 발생하고 고정자에서 가해진 기자력에 의한 자속은 회전자요크에 침투하지 못하고 치부분에 집중하고 있는 것을 알 수 있다. 따라서 고정자와 회전자에서의 자속밀도가 낮게되어 철손이 작아짐을 알 수 있다.

그림 6은 슬립이 정격슬립 0.029일 때의 자속분포를 나타내고 있다. 그림에서와 같이 회전자에는 각각 주파수  $sf$ 인 기전력과  $(2-s)f$ 인 정상분 기전력과 역상분 기전력이 유도된다. 역상분 기전력에 의한 전류는 정지시보다 크지만 역률이 나쁘므로 역상분 자속을 감소시키게 되어 자속은 거의 정상분 자속만이 존재하게 된다. 따라서 자속은 고정자와 회전자에 침투하게 되고 자속밀도가 높아지므로 철손이 증가하게 된다.

그림 7은 슬립에 대한 고정자와 회전자의 치 및 요크에서의 철손 및 전체 철손을 나타내고 있다. 그림에서와 같이 슬립이 증가할수록 철손이 증가하게 되고 특히 회전자에서 발생하는 철손분이 증가함을 알 수 있다.

그림 8은 기본파에 대한 고조파(3고조파 및 5고조파) 철손이 차지하는 비중을 나타내며, 슬립이 감소 할 수록 고조파로 인한 영향이 증가됨을 알 수 있다.

#### 5. 결 론

본 연구에서는 자계 포화영역에서 운전하는 캐패시터 운전형 단상유도전동기에 대하여 슬립에 따른 철손의 변화를 2차원 유한 요소법 및 특성식을 이용하여 해석하였다. 해석결과 고정자 및 회전자에서 발생하는 철손을 슬립에 따라 정확하게 계산해 낼 수 있었다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] C. G. Veinott, "Theory and Design of Small Induction Motors", McGraw-Hill, 1959.
- [2] 임달호, "전기계의 유한요소법", 동명사, 1986.
- [3] 박민호, "유도기기", 동명사, 1969.
- [4] S.J.Salon, "Finite Element Analysis of Electrical Machines", KLUWER Academic Publishers, 1995.
- [5] Z.J.Liu,C.Bi, and T-S.Low, "Analysis of Iron Loss in Hard Disk Drive Spindle Motors", IEEE Trans. on Magnetics, Vol 33., No.5, 1997.

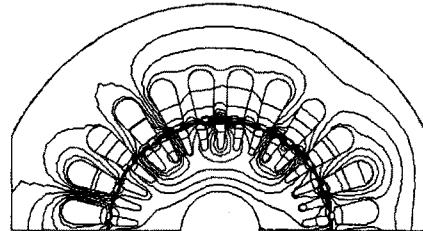


그림 5. 기동시(슬립:1)의 등포텐셜 분포

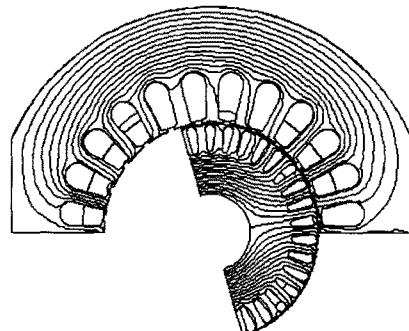


그림 6. 정격운전시(슬립:0.029)의 등포텐셜 분포

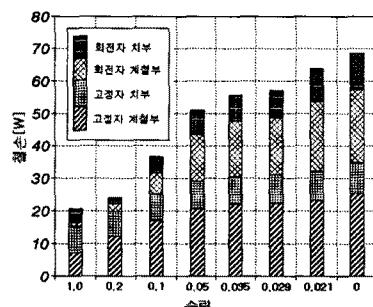


그림 7. 슬립에 따른 모터 각부분의 철손(고조파 포함)

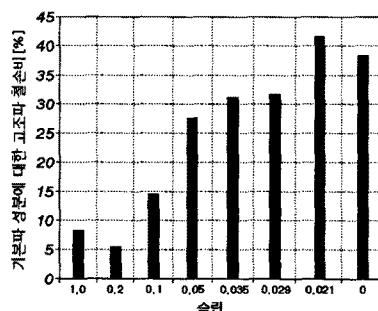


그림 8. 슬립에 따른 기본파에 대한 고조파 철손비