

## 퍼지규칙에 의한 직/간접 혼합 신경망 적응제어시스템의 설계

장 순 용\* 최 재석 이 순영  
경상대학교 전기전자공학부

### Design of Combined Direct/Indirect Adaptive Neural Control System using Fuzzy Rule

Jang, Soonryong\*, Choi, Jaeseok, and Lee, Soonyoung  
School of Electrical Engineering, Gyeongsang National University

**Abstract** - In this paper, the direct and indirect neural adaptive controller are combined based on the Lyapunov synthesis approach. The proposed adaptive controller is constructed from RBF neural network and a set of fuzzy IF-THEN rules. And the weighting parameters are adjusted on-line according to some adaptation law for the purpose of controlling the plant to track a given trajectory. In this scheme, fuzzy IF-THEN rules are used to decide the combined weighting factor. It is shown that all the signals in the closed-loop system are uniformly bounded under mild assumptions. The effectiveness of the proposed control scheme is demonstrated through the control of one-link rigid robotics manipulator.

### 1. 서 론

대부분의 물리계는 비선형 시스템이므로 비선형 시스템에 대한 정확한 제어는 매우 중요하다 할 수 있다. 하지만 현재까지의 비선형 시스템에 대한 제어는 제어대상 시스템의 정확한 동태방정식을 요구하였다. 1980년대에 비선형 시스템에 대한 관심이 모아지면서 여러 가지 이론들이 제시되어왔다. 그 중에서 궤환 선형화 기법에 의한 비선형 제어이론이 대표적이라 할 수 있다[1]. 궤환 선형화 기법은 시스템의 파라메터에 대한 사전정보를 바탕으로 하여 구성되므로 적용에 관한 범위가 제한되어왔다[2]. 이러한 결점을 보완하기 위하여 비선형 파라메터의 추정성과 제어성이 비교적 우수한 퍼지이론과 신경회로망이 적용제어에 도입되었다. 퍼지이론은 Zadeh에 의해 제안된 이후 선형 및 비선형 시스템에 널리 적용되고 있다[3]. Wang은 신경회로망을 비선형 시스템의 파라메터 추정을 통하여 적용제어이론에 적용함으로써 사전 정보를 요구하지 않는 신경망 적응제어를 가능하게 하였다[4].

신경망 적응제어계도 일반적인 적응제어계와 같이 직접 적응제어와 간접 적응제어방식으로 나눌 수 있다. 일반적으로 직접 적응제어 방식은 간접 적응제어방식에 비하여 수렴성은 좋으나 과도응답특성이 나쁜 경향이 있으며, 간접 적응제어 방식의 특성은 직접적응제어방식과 상반되는 특성을 지닌다[5]. 따라서 본 연구에서는 두 방식을 결합한 직·간접 혼합 신경망 적응제어기를 제안함으로써 두 방식의 장점만을 지닌 신경망 적응제어기를 구성하고자 한다. 두 방식의 결합에 있어 퍼지규칙을 도입하여 결합 가중치 상수를 결정하였다. 이 상수를 시스템의 출력오차 및 오차의 미분치를 이용하여 on-line으로 결정함으로써 예측되지 않은 외란 및 모델링 오차에 대한 강인성 부여와 빠른 응답특성을 가진 제어기를 구성할 수 있었다. 이렇게 구성된 혼합 신경망 적응제어기를 비선형 시스템인 one-link rigid robotics

manipulator에 적용시켜 컴퓨터 시뮬레이션을 시행한 결과 제시된 제어시스템의 성능을 확인할 수 있었다.

### 2. 혼합 신경망 적응제어시스템

#### 2.1. 신경망 적응제어의 이론적 배경

다음과 같은 비선형 시스템을 생각한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $f(\cdot)$ 는 미지의 연속함수이고  $g$ 는 기지인 양의 상수이다.

제어의 목적은 출력( $y$ )이 기준출력( $y_m$ )을 따라가도록 하는데 있다.

미지의 파라메타  $f(\cdot)$ 를 정확히 알 수 있다면 식 (1)의 비선형 시스템이 기준모델의 출력을 추종하도록 하는 등가 제어 입력  $u_I$ 는 다음과 같이 된다[1].

$$u_I = \frac{1}{g} (-f(x) + K^T e + y_m^{(n)}) \quad (2)$$

여기서  $K = (k_1, \dots, k_n)$ 은  $h(s) = s^n + k_ns^{n-1} + \dots + k_1$ 가 Hurwitz 다항식이 되도록 임의로 선택한 vector이다. 기준 출력( $y_m$ )과 시스템의 출력( $y$ )사이의 추종오차를  $e \triangleq y_m - y$ 라고 정의하고, 식(2)의 등가 제어입력을 시스템에 적용하면 다음과 같은 오차방정식을 얻을 수 있다.

$$e^{(n)} + k_ne^{(n-1)} + \dots + k_1e = 0 \quad (3)$$

위의 오차방정식에서 알 수 있듯이 등가제어입력을 적용할 경우  $t \rightarrow \infty$ 일 때  $e \rightarrow 0$ 임을 알 수 있다.

대부분 실제의 경우에 있어서 시스템의 불확실한 요소와 내부의 동적특성으로 인해 미지의 파라메터를 정확히 안다는 것은 사실상 불가능하다. 이에 본 논문에서는 신경회로망으로 파라메터를 추정하여 제어입력을 구성하였다. 신경회로망을 이용하여 구성한 간접법 신경망 적응제어의 제어입력은 아래와 같이 된다.

$$u_I = \frac{1}{g} (-\hat{f}(x, \theta_I) + K^T e + y_m^{(n)}) \quad (4)$$

여기서 신경망 적응제어기의 구성에 사용된 신경회로망 함수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\hat{f}(x, \theta_I) = \theta_I^T \xi_I(x) \quad (5)$$

$\hat{\eta}(\cdot)$ 은 추정되어지는 값을 나타내며,  $\theta_j \in R^n$ 는 RBF 신경회로망의 하중벡터이며  $\xi_j$ 는 다음과 같이 정의되는 Gaussian함수이다.

$$\xi_j(x) = \exp\left(-\frac{\|x - c_m\|^2}{\sigma_m^2}\right) \quad (6)$$

여기서  $m$ 은 RBF 회로망 은닉층(hidden layer)의 갯수를 나타내며  $c_m$ 과  $\sigma_m^2$ 은 상수 파라메타로 각각 중간치와 스케일링치를 나타낸다. 이 값들은 주로 고정된 상수값을 갖으나 본 논문에서는 중간치는 정규분포형태로 생성하였고, 스케일링치는 고정상수값으로 적용하였다[4].

또한 RBF 신경회로망으로 제어기의 구성요소를 직접 추정하는 직접법 신경망 적응제어의 입력은 아래와 같이 구성할 수 있다.

$$u_D = \hat{u}(x|\theta_u) \quad (7)$$

여기서 앞에서 제시한 등가제어입력과 같은 방법으로  $\hat{u}(x|\theta) = \theta^T \xi_u(x)$ 로 설정하여 제어입력을 구성하였다.

## 2.2 신경망 혼합 적응제어기

본 논문에서는 간접법의 안정성과 직접법의 수렴성을 이용하기 위하여 식(4), (7)에서 제시한 두 방식을 결합한 직·간접 혼합 신경망 적응제어입력을 다음과 같이 구성하였다.

$$u = au_I + (1-a)u_D \quad (8)$$

여기에서  $a \in [0, 1]$ 는 결합 가중치(combined weighting factor)를 나타낸다. 본 논문에서는 식 (8)과 같이 주어진 혼합 신경망 적응제어입력의 결합 가중치가 최적의 값이 되도록 하기 위하여 퍼지 규칙(fuzzy rule)을 이용하였다. 퍼지 규칙을 시스템의 제어기에 적용하여 초기치에 의존하였던 가중치선정의 문제를 시스템의 작동시에 on-line으로 추정함으로써 외란 및 기타 변화되는 상황에 실시간으로 반응할 수 있어 간인성 및 응답특성의 향상을 꾀할 수 있는 장점을 지닌다. 사용된 fuzzy rule은 다음과 같다.

IF E is AN and DE is ADN, THEN Rule is near IND.  
IF E is MN and DE is MDN, THEN Rule is near MED.  
IF E is ZO and DE is ZDO, THEN Rule is near IND.

...

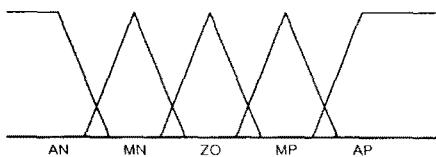


Fig. 1.  $e$  membership function.

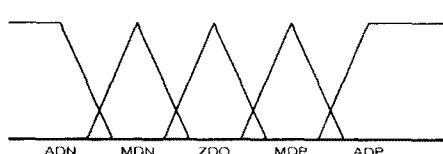


Fig. 2.  $e$  membership function.

Table 1. Fuzzy rule definition.

		E				
		AN	MN	ZO	MP	AP
DE	ADN	IND	MED	IND	DRC	IND
	MDN	IND	MED	IND	DRC	IND
	ZDO	MEB	DRI	IND	DIE	DIE
	MDP	IND	MED	IND	DIE	IND
	ADP	IND	DDE	IND	MED	MED

이상과 같이 식 (8)에서 제안된 혼합 신경망 적응제어 입력을 인가하여 오차방정식을 유도하면 식 (9)와 같다.

$$e^{(n)} = -K^T e + a(\hat{\eta}(x|\theta_f) - f(x)) + g(1-a)(\hat{u}(x|\theta_u) - u^*) \quad (9)$$

## 2.3. 신경망 적응제어기의 적응칙 설계

적응칙을 구성함에 있어 미지의 항  $f(x)$ ,  $u^*$ 를 구체적인 수식형태로 나타내기 위하여 추종하는 파라메터의 이상적인 값을 각각  $\theta_f^*$ ,  $\theta_u^*$  라 두면 아래와 같은 정의식을 생각할 수 있다[4].

$$\theta_f^* = \min_{\theta_f \in R^N} [\sup_{x \in R^n} |\hat{\eta}(x|\theta_f) - f(x)|] \quad (10)$$

$$\theta_u^* = \min_{\theta_u \in R^N} [\sup_{x \in R^n} |\hat{u}(x|\theta_u) - u^*|]$$

위에서 universal approximation theorem에 의해서 아래와 같은 minimum approximation error를 가정할 수 있다[4].

$$\begin{aligned} w_1 &= \hat{\eta}(x|\theta_f^*) - f(x) \\ w_2 &= \hat{u}(x|\theta_u^*) - u^* \end{aligned} \quad (11)$$

또한 신경망 함수 추정시에 발생하는 파라메터 추종오차를 각각 아래와 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} \phi_f &= \theta_f - \theta_f^* \\ \phi_u &= \theta_u - \theta_u^* \end{aligned} \quad (12)$$

이상의 설정을 이용하여 오차방정식(식.9)을 다시 정리하면 아래의 식이 성립하게 된다.

$$e = \Lambda e + b[\alpha \phi_f^T \xi_f(x) + g(1-\alpha) \phi_u^T \xi_u(x) + \alpha w_1 + g(1-\alpha) w_2] \quad (13)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

여기서  $\Lambda = |sI - K|$ 는 안정한 행렬이다. 또한  $w \leftarrow \alpha w_1 + g(1-\alpha) w_2$ 라 두면 혼합 신경망 적응제어기에서의 오차방정식은 아래와 같이 된다.

$$e = \Lambda e + b[\alpha \phi_f^T \xi_f(x) + g(1-\alpha) \phi_u^T \xi_u(x) + w] \quad (14)$$

이제 파라메타를 조정하는 적응칙을 다음과 같이 설정하

였다.

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_f &= -\alpha e^T P b \xi_f(x) \\ \dot{\theta}_u &= -(1-\alpha) e^T P b \xi_u(x)\end{aligned}\quad (15)$$

위의 적응최에서 파라메터  $\theta_f, \theta_u$ 를 유한(bound)하게 하도록 parameter projection을 사용하면 적응최는 아래의 식과 같이 재구성된다(2).

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_f &= -\alpha e^T b P \xi_f(x) \\ &\quad \text{if } (|\theta_f| \leq M_f) \text{ or } (|\theta_f| = M_f \text{ & } \alpha e^T P b \xi_f(x) \geq 0) \\ \dot{\theta}_f &= \text{Pr}(-\alpha e^T P b \xi_f(x)) \\ &\quad \text{if } (|\theta_f| = M_f \text{ & } \alpha e^T P b \xi_f(x) < 0) \\ \text{여기서} \\ \text{Pr}(-\alpha e^T P b \xi_f(x)) &= -\alpha e^T P b \xi_f(x) + \alpha e^T P b \frac{\theta_f \theta_f^T \xi_f(x)}{|\theta_f|^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_u &= -(1-\alpha) e^T P b \xi_u(x) \\ &\quad \text{if } (|\theta_u| \leq M_u) \text{ or } (|\theta_u| = M_u \text{ & } (1-\alpha) e^T P b \xi_u(x) \geq 0) \\ \dot{\theta}_u &= \text{Pr}(-(1-\alpha) e^T P b \xi_u(x)) \\ &\quad \text{if } (|\theta_u| = M_u \text{ & } (1-\alpha) e^T P b \xi_u(x) < 0) \\ \text{여기서} \\ \text{Pr}(-(1-\alpha) e^T P b \xi_u(x)) &= -(1-\alpha) e^T P b \xi_u(x) + (1-\alpha) e^T P b \frac{\theta_u \theta_u^T \xi_u(x)}{|\theta_u|^2}\end{aligned}\quad (16)$$

여기서  $M_f, M_u$ 는 각각  $M_f \geq \sup_{t \geq 0} |\theta_f|, M_u \geq \sup_{t \geq 0} |\theta_u|$ 를 만족하는 상수(constant)이고.  $\text{Pr}(*)$ 은 projection operator를 나타낸다.

오차방정식과 적응최를 이용하여 전체 시스템의 안정도를 증명하기 위해서 다음과 같은 Lyapunov 함수를 가정한다.

$$V(e, \dot{\theta}_f, \dot{\theta}_u) = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} (\dot{\theta}_f^T \dot{\theta}_f) + \frac{1}{2} (\dot{\theta}_u^T \dot{\theta}_u) \quad (17)$$

식(14)와 식(15)를 이용하여 식 (17)에서 제시한 Lyapunov 함수의 도함수를 구하면

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -e^T Q e + e^T P b a \theta_f \xi_f(x) + e^T P b g (1-\alpha) \theta_u \xi_u(x) \\ &\quad + e^T P b \omega + (\dot{\theta}_f^T \dot{\theta}_f) + g(\dot{\theta}_u^T \dot{\theta}_u) \\ &= -e^T Q e + e^T P b \omega\end{aligned}\quad (18)$$

여기서  $P$ 는 식 (19)의 Lyapunov방정식을 만족하는 양의 한정행렬이고.  $Q$ 는 임의의  $n \times n$  행렬을 나타낸다.

$$A^T P + P A = -Q \quad (19)$$

만약  $\sup_{t \geq 0} |V(t)|$  유한(bound)하고,  $\int_0^\infty |\omega(t)|^2 dt < \infty$

일 경우  $e \in L^2 \cap L^\infty, \dot{e} \in L^\infty$ 을 만족하게 된다[6]. 따라서 제시된 조건을 Barbalat's Lemma[7]에 적용하면  $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$ 이 되어 원하는 제어목적을 달성할 수 있게 됨을 알 수 있다.

### 3. 컴퓨터 시뮬레이션

앞에서 제안한 혼합신경망 적응제어기의 성능을 확인하기 위해서 비선형 시스템인 one-link rigid robotic manipulator에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 시행하였다. 시뮬레이션에 사용된 모델의 동태방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{q}_p \\ \ddot{q}_p \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_p \\ \dot{q}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -(mL^2)^{-1} d \dot{q}_p - dg^{-1} \cos(q_p) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ (mL^2)^{-1} \end{bmatrix} u \\ y_p &= [1 \ 0] \begin{bmatrix} q_p \\ \dot{q}_p \end{bmatrix}\end{aligned}$$

여기서  $L$ 은 link의 길이,  $m$ 은 질량, 그리고  $q$ 는 위치를 나타낸다. 시스템의 초기치는  $q_p(0) = [0.5 \ 0]^T$ 와 같이 설정하였다. 또한 manipulator가 추종해야 할 기준모델을 아래의 식과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{q}_m \\ \ddot{q}_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \\ y_m &= [1 \ 0] \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix}\end{aligned}$$

기준모델의 초기치는  $q_m(0) = [0 \ 0]^T$ 와 같이 설정하였으며,  $r$ (기준입력)은  $r = 10 \sin(0.5t)$ 로 하였다.

본 논문에서 제안한 제어기와 독립적인 직접, 간접방식의 신경망 적응제어기를 동일한 시스템 및 기준모델에 적용하여 시뮬레이션을 행하고 그 결과값을 비교하여 성능을 평가하였다. 외란에 대한 강인성을 확인하기 위해  $t = 20$ [sec]부터 전체 출력의 30%에 해당하는 외란을 지속적으로 인가하여 응답특성을 비교하여 그림 3, 4, 5에서 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 초기치 오차와 임의의 외란에 대해 퍼지규칙을 통한 결합가중치 상수의 결정으로 인해 본 논문에서 제안한 혼합 신경망 적응제어기를 적용한 시스템의 과도상태 응답특성이 크게 향상되었음을 알 수 있었다.

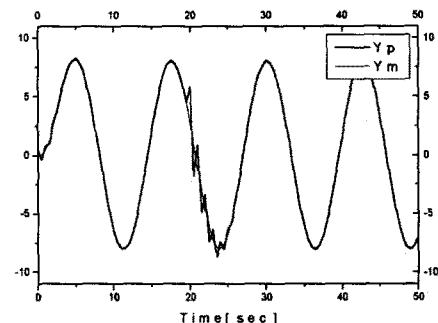


Fig. 3. The output and its desired value with indirect adaptive RBF scheme.

### (참 고 문 헌)

- [1] S. S. Sastry and A. Isidori, "Adaptive Control of Linearizable Systems," IEEE Trans. Automatic Control, vol. 34, no. 11, 1989, pp. 1123-1131.
- [2] Peter Kokotovic *et al*, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley and Sons, Inc, 1995.
- [3] H. J. Zimmermann, *Fuzzy set theory and its applications*, Kluwer-Nijhoff Publishing, 1985.
- [4] L.X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall, 1997.
- [5] J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991.
- [6] K.S. Narendra and A.M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice-Hall, 1989.
- [7] S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*, Prentice-Hall, 1989.

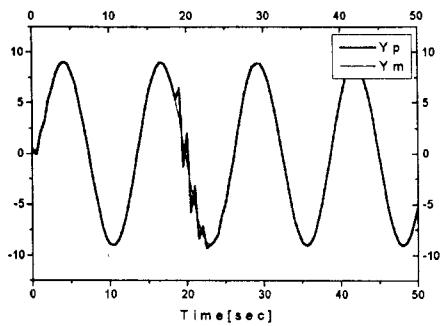


Fig. 4. The output and its desired value with direct adaptive RBF scheme.

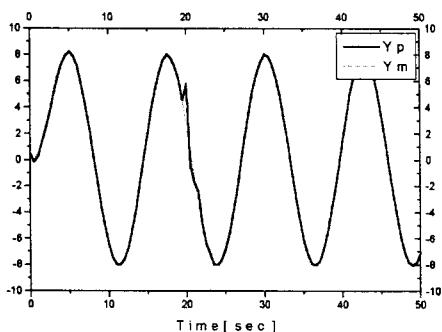


Fig. 5. The output and its desired value with proposed adaptive RBF scheme.

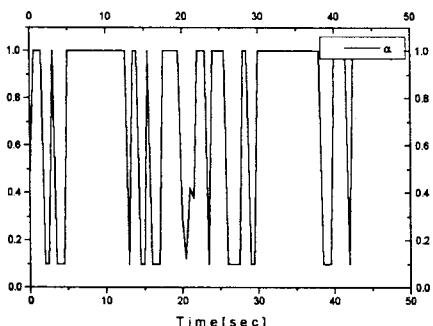


Fig. 6. The combined weighing factor( $\alpha$ ) in proposed adaptive RBF scheme.

### 4. 결 론

본 논문에서는 간접법과 직접법의 신경망 적용제어기를 결합한 혼합 신경망 적용제어기를 제안하였다. 두 방식의 결합을 위해 결합 가중치 상수를 on-line으로 fuzzy rule에 의하여 결정함으로써 간접법의 장점인 과도상태 개선과 직접법의 장점인 응답시간의 개선을 꾀할 수 있었다. 제안한 혼합 신경망 적용제어기를 one-link rigid robotics manipulator에 적용하여 시뮬레이션 한 결과 직·간접 두 방식의 장점을 지닌 제어기가 구성되었음을 확인할 수 있었다.