

선로정수에 대한 선택적인 고유치감도 기법의 개발

심관식\* 남해곤\*\* 김용구\*\* 송성근\*\* 문재주\*\*\*  
 \* 서남대학교 \*\* 전남대학교 \*\*\* 목포대학교

Development of Selective Eigen-Sensitivity Techniques for Line Parameter

Kwan-Shik Shim\* Hae-Kon Nam\*\* Yong-Ku Kim\*\* Sung-Geun Song\*\* Chae-Ju Moon\*\*\*  
 \* Seonam University \*\* Chonnam National University \*\*\* Mokpo National University

**Abstract** - This paper describes a initial screening methods for weak line selection using sensitivity matrix. The elements of sensitivity matrix for line suceptance have 1 or -1, 0. From this property of sensitivity matrix, the eigen-sensitivity for line suceptance can be computed very simply and selected weak line for small signal stability or transient stability.

The proposed algorithm is applied to small signal stability of New England 39-bus system and also applied to voltage stability of New England 30-bus system too.

1. 서 론

고유치감도 해석은 전력계통의 안정도 해석에 매우 유용하게 이용할 수 있는 다양한 정보를 제공한다. 저자는 최근 확대행렬을 이용한 고유치감도 계산법을 제안하였는데[1-4], 이 기법은 대규모 실제계에 적용할 수 있는 실질적인 기법으로 미소신호안정도와 전압안정도의 해석 적용하여 매우 좋은 결과를 얻은 바 있다. 또한 선로리액턴스에 대한 고유치감도를 이용하여 미소신호안정도와 전압안정도에 가장 취약한 선로를 선택하였으며 SVC, TCSC등의 FACTS기기 위치선정에 성공적으로 적용한 바 있다. 고유치감도 계산에 확대행렬을 사용하므로써 계통상태행렬의 스파스한 특성을 유지할 수 있기 때문에 고유치감도 계산을 대규모 전력계통에 적용할 수 있다.

이 논문은 좌우고유벡터 크기와 좌우고유벡터의 간단한 연산만 가지고 미소신호안정도와 전압안정도, 과도안정도에 취약한 선로들을 초기에 선택하는 기법을 제안하고 있다. 대규모 전력계통은 많은 선로들로 구성되어 있고 모든 선로에 대해서 고유치감도를 계산할 필요 없이 지배적으로 취약한 선로에 대해서만 고유치감도를 계산하는 것이 필요하다.

선로리액턴스에 대한 감도행렬(sensitivity matrix)의 요소들은 서로 다른 값을 가지고 있지만, 선로의 서셉턴스에 대한 감도행렬의 요소는 1, -1, 0을 가지고 있다. 이들의 특성을 적절하게 고려하면 확대행렬의 1차 고유치감도가 단순한 고유벡터의 연산으로 귀착됨을 알 수 있다.

전압안정도 해석을 위한 Jacobian행렬은 서셉턴스에 대한 감도행렬 요소가 각각 다른값을 가지고 있다. 그러므로 또 다른 초기취약선로 선택방법을 요구한다. 이때는 좌우고유벡터 요소의 크기가 큰 값들만 선택하고, 선택된 고유벡터의 요소와 관련된 선로들을 초기취약선로로 선정한다.

이 논문에서 제안한 초기 취약선로 선택법을 New England 39모선 계통과 30모선 계통에 적용하여 실제로 고유치감도를 계산한 과정과 비교하였으며, 제안한 방법이 정확도와 매우 빠른 초기 선택을 수행함을 알 수 있었다.

2. 고유치감도와 감도행렬

2.1. 확대행렬의 고유치감도

확대행렬의 1, 2차 고유치감도와 고유벡터감도는 문헌 [1]과 [2]에서 상세하게 기술되어 있는데, 행렬 A의 좌우고유벡터가 각각  $w_i$ 와  $v_i$ 이고, 확대행렬  $\tilde{A}$ 의 좌우고유벡터를 각각  $\tilde{w}_i$ 와  $\tilde{v}_i$ 라 하면, 1차 고유치감도는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K} = \tilde{w}_i^T \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} \tilde{v}_i \quad (1)$$

그리고 1차 고유벡터감도는 우고유벡터감도와 좌고유벡터의 내적이 0이라는 조건과 좌고유벡터감도와 우고유벡터의 내적이 0이라는 조건을 이용하여 계산할 수 있다. 즉, 고유벡터 감도는 식(2)와 (3)을 각각 연립하여 풀면 유일하게 결정할 수 있다.

$$(\tilde{A} - \lambda_i \tilde{B}) \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial K} = -\tilde{M} \tilde{v}_i, \quad (2)$$

$$\tilde{w}_i^T \tilde{B} \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial K} = 0 \quad (3)$$

여기서

$$\tilde{M} = \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial K} \tilde{B} \quad (4)$$

그리고 2차 고유치감도는 1차고유치감도와 고유벡터감도를 이용하여 다음식으로부터 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial K^2} = \tilde{w}_i^T \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial K^2} \tilde{v}_i + 2 \tilde{w}_i^T \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial K} \quad (5)$$

위 방법은 관심 있는 모드의 고유벡터와 그 감도만으로 2차 고유치 감도계산을 수행할 수 있다. 그리고 확대행렬을 사용하므로 연산과정에서 스파스한 특성을 그대로 유지할 수 있고, 단 한번의 연립방정식 계산으로 고유벡터의 감도를 계산할 수 있어 대규모 계통의 고유치감도 해석을 가능하게 하는 중요한 의미를 가진다.

2.2. 감도행렬(sensitivity matrix)

고유치감도를 계산하기 위해서는 감도행렬의 계산이 선행되어야 한다. 전력계통의 선로정수들은 동일한 베이스에서 주어지므로 이에 대한 감도행렬도 동일한 베이스를 갖는다. 특히 임의의 선로의 서셉턴스에 대한 감도행렬의 요소는 1, -1, 0을 가지고 있다. 즉, 모선 어드미턴스 행렬의 요소는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (6)$$

$$= \sum (g_{ij} + jb_{ij}) \quad (7)$$

그러므로 모션어드미턴스 행렬의 요소는 선로어드미턴스의 합으로 표현됨을 알 수 있다. 모션어드미턴스 행렬의 요소와 선로어드미턴스의 관계에 의하여, 선로어드미턴스에 대한 모션어드미턴스 행렬 요소의 감도는 1과 -1 그리고 0의 값을 가진다. 즉,

$$\frac{\partial G_{ij}}{\partial g_{ij}} = \frac{\partial G_{ji}}{\partial g_{ij}} = \frac{\partial B_{ij}}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial B_{ji}}{\partial b_{ij}} = 1 \quad (8)$$

$$\frac{\partial G_{ij}}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial G_{ji}}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial B_{ij}}{\partial g_{ij}} = \frac{\partial B_{ji}}{\partial g_{ij}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial G_{ij}}{\partial g_{ij}} = \frac{\partial G_{ji}}{\partial g_{ij}} = \frac{\partial B_{ij}}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial B_{ji}}{\partial b_{ij}} = -1 \quad (10)$$

$$\frac{\partial G_{ij}}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial G_{ji}}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial B_{ij}}{\partial g_{ij}} = \frac{\partial B_{ji}}{\partial g_{ij}} = 0 \quad (11)$$

선로어드미턴스에 대한 고유치감도에서 서셉턴스에 대한 변화가 지배적이므로 컨덕턴스에 대한 요소를 무시할 수 있다. 따라서 선로  $i$ 와  $j$ 사이의 어드미턴스행렬의 서셉턴스에 대한 감도행렬은 식 (12)와 같이 단순하게 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial Y_{ij}}{\partial b_{ij}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

### 3. 초기 취약선로 선택법

#### 3.1. 미소신호안정도의 초기 취약선로 선택

선로어드미턴스의 감도행렬을 이용한 1차 고유치감도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial b_{12}} = w_i^T \frac{\partial Y_{12}}{\partial b_{12}} v_i \quad (13)$$

편의상 모션 1번과 2번 사이의 선로라 가정하여 첨자에 1과 2로 표기하였다. 즉, 식 (13)은 선로 1-2의 서셉턴스가 변화할 때, 고유치감도를 나타낸다.

식 (13)에 대응하는 좌고유벡터와 우고유벡터를 각각 다음과 같이 표기하자.

$$v_i^T = [v_{\alpha 1} \ v_{\alpha 2} \ v_{\alpha 3} \ v_{\alpha 4}] \quad (14)$$

$$w_i^T = [w_{\beta 1} \ w_{\beta 2} \ w_{\beta 3} \ w_{\beta 4}] \quad (15)$$

여기에서  $v_i$ 와  $w_i$ 는 각각 모션전압에 대응하는 확대행렬의 좌우고유벡터이다. 그리고 전압의 실수부와 허수부에 대응하는 값으로 첨자에  $r$ 과  $i$ 를 나타내었다.

식 (12)의 감도행렬을 이용하여 식 (13)을 계산하면 다음과 같이 간단하게 좌고유벡터와 우고유벡터의 곱으로 표현된다.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial b_{12}} = \Delta w_i \Delta v_r - \Delta w_r \Delta v_i \quad (16)$$

여기에서

$$\Delta w_i = w_{\alpha 1} - w_{\alpha 2} \quad (17)$$

$$\Delta w_r = w_{\beta 1} - w_{\beta 2} \quad (18)$$

$$\Delta v_i = v_{\alpha 1} - v_{\alpha 2} \quad (19)$$

$$\Delta v_r = v_{\beta 1} - v_{\beta 2} \quad (20)$$

이 식으로부터 서셉턴스에 대한 고유치감도는 단순히 좌고유벡터와 우고유벡터의 차와 곱의 연산으로 수행된다. 실제계의 많은 선로들에 대해서 행렬연산을 수행하는 것 보다 이와 같은 단순한 산술연산을 수행하는 것이 훨씬 빠르게 계산과정을 수행할 수 있다.

식 (16)으로부터 미소신호안정도나 다양한 모드에 대해서 고유치감도를 필요로 하는 과도안정도 상정사고 해석에 초기 취약선로를 선택할 수 있다. 선택된 초기 취약선로를 가지고 1차 고유벡터감도와 2차고유치감도를 계산하면 같은 정확도에 훨씬 빠르게 1, 2차 고유치감도를 수행할 수 있다.

#### 3.2. 전압안정도의 초기 취약선로 선택

전압안정도 해석을 위한 모드해석 모델에서는 Jacobian 행렬에 대한 감도행렬을 이용하여 고유치감도를 계산한다. 전압안정도 모드해석에서 전압불안정 현상은 무효전력 수급불균형이 가장 중요하고 유효전력이 전압안정도에 미치는 영향은 미소하므로 유효전력의 수급균형이 이루어진 상태에서 전압불안정 현상을 해석한다면 유효전력의 변화량은 0이라 가정할 수 있고(5) 이때 전압과 무효전력의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta Q \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{QV} & J_{Q\theta} \\ J_{PV} & J_{P\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (21)$$

확대행렬  $\gamma$ 는 2절에서 기술한 어드미턴스에 대한 감도행렬과는 달리 행렬요소에 선로어드미턴스  $g_{ij}$ 와  $b_{ij}$ , 그리고 모션전압의 크기와 모션전압의 위상각의 함수로 구성되어 있다. 따라서 서셉턴스에 대한 감도행렬이 식 (12)와 같이 단순한 형태로 계산되지 않고 각 요소들이 각각 다른 값을 가진다. 그러므로 전압안정도의 해석을 위한 초기 취약선로 선택은 식 (16)과 같이 단순하게 계산할 수 없다.

정상상태의 기저부하에서는 확대행렬  $\gamma$ 의 좌우고유벡터는 식 (21)의 전압변화  $\Delta V$ 에 대응하는 요소들이 매우 큰 값을 가진다. 계통이 중부하로 변화하면서  $\Delta \theta$ 에 대응하는 고유벡터의 요소들이 점진적으로 큰 값으로 변화한다. 그러므로 기저부하에서는 고유벡터의 큰 값들만 선택하고 여기에 관련된 선로들을 선택하면 이들이 초기 취약선로가 된다.

좌고유벡터와 우고유벡터의 최대값으로부터 특정한 값을 다음과 같이 표기하자.

$$v_{\alpha} = \alpha \max v_i \quad (22)$$

$$w_{\beta} = \beta \max w_i \quad (23)$$

여기에서  $v_i$ 와  $w_i$ 는 식 (21)에 대응하는 확대행렬의 좌우고유벡터이다.

좌고유벡터 요소 중에서  $w_{\beta}$ , 그리고 우고유벡터 요소 중에서  $v_{\alpha}$  이상인 요소들을 선택하고 여기에 관련된 선로들을 선택한다.

## 4. 결 과

### 4.1. 미소신호안정도의 초기 취약선로 선택

미소신호안정도의 초기 취약선로를 선택하는 알고리즘을 10기 39모선인 New England 계통에 적용하였다. 가장 계동특성이 나쁜 모드인  $0.00146 + j6.98323$ 에 대해서 식 (16)을 적용하여 가장 큰 영향을 끼치는 선로를 선택하였는데, 그 결과는 표 1에 나타나 있다. 표 1에서 NFOES는 서셉턴스에 대한 고유치감도를 의미하는 식 (16)을 사용하여 계산하고 이를 정규화 한 값이다.

10기 39모선인 New England 계통에는 모두 47개의 선로가 있는데, 그 중에서 가장 크기가 큰 선로 10개만을 선택하였다. 이 값은 선로의 1차 고유치감도와 같은 정확도를 가지고 있으므로 이들을 이용하여 고유벡터감도와 2차 고유치감도를 계산하면, 매우 빠르게 정확한 초기 취약선로를 선택할 수 있다.

표 1. 미소신호안정도에 취약한 초기선택 선로

Rank	Selected Line		NFOES for $b_{ij}$	
	From	To	Real	Imaginary
1	2	30	0.04073	-0.64865
2	2	3	-0.00106	-0.16989
3	25	26	-0.00869	-0.13545
4	1	2	-0.01803	-0.08709
5	3	4	-0.01841	-0.07714
6	29	38	-0.00754	-0.07261
7	26	29	-0.00935	-0.05839
8	25	37	-0.03082	-0.04749
9	6	31	-0.03206	-0.04427
10	26	28	-0.00730	-0.04399

### 4.2. 전압안정도의 취약선로선택

전압안정도의 초기 취약선로를 선택하는 알고리즘을 10기 30모선인 New England 계통(6)에 적용하였다. 이 계통에서 가장 작은 고유값은 28.374에 대해서 제안한 초기선택법을 적용하여 가장 큰 영향을 끼치는 선로를 선택하였는데, 그 결과는 표 2에 나타나 있다.

10기 30모선인 New England 계통에는 37개의 선가 존재하는데 그 중에서 12개의 선로가 선택되었고 이들은 실제 고유치감도를 계산한 결과의 순위와 정확하게 일치하였다.

표 2. 전압안정도에 취약한 초기선택 선로

Rank	Selected Line	
	From	To
1	16	19
2	2	3
3	25	26
4	21	22
5	23	24
6	3	18
7	26	29
8	16	17
9	26	27
10	14	15
11	4	5
12	13	14

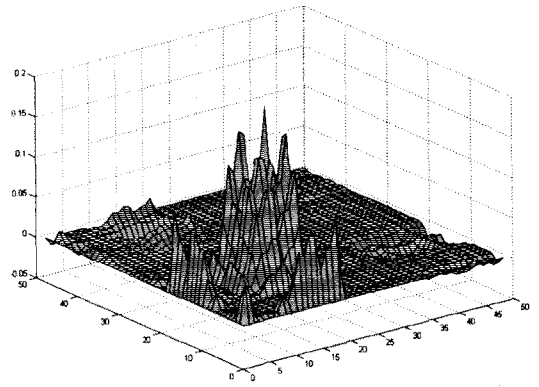


그림 1. 좌우고유벡터의 감도행렬

그림 1은 좌고유벡터와 우고유벡터의 곱으로 이루어진 감도행렬을 의미한다. 크기가 큰 위치에 대응하는 선로가 지배적인 취약선로가 되는데, 그림에서 큰 위치가 선로 16-19, 2-3, 25-26등 순위가 큰 선로들에 대응한다. 그러므로 고유벡터의 크기만 가지고 연산과정 없이 초기취약선로의 선택이 가능함을 알 수 있다. 이와같은 과정은 전압불안정이 일어나는 임계점에서는 고유벡터의 감도행렬요소들이 모두 큰 값을 가지고 있어 적용하기 어렵다.

## 5. 결 론

이 논문에서는 좌우고유벡터의 크기와 고유벡터의 간단한 연산만 가지고 미소신호안정도나 전압안정도나 그리고 과도안정도에 취약한 선로들을 초기에 선택하는 방법을 제안하였다. 대규모 전력계통에 매우 많은 선로에 대해서 고유치감도의 모든 계산과정을 적용할 필요 없이 단순한 연산과정에서 초기취약선로를 선택한다. 그리고 선택된 선로들에 대해서만 정확한 값을 계산하는 것이 대규모 전력계통의 안정도 해석에 더욱 효과적이다. 이 논문에서 제안한 초기선택법은 취약선로의 선정에 보다 정확하고 빠른 결과를 보장한다.

이 논문에서 제안한 초기 취약선로 선택법을 New England 계통에 적용하여 그 결과를 실제로 고유치감도를 계산한 과정과 비교하였으며, 제안한 방법이 정확도와 매우 빠른 초기 선택을 수행함을 알 수 있었다.

### (참 고 문 헌)

- [1] H.K.Nam, Y.G.Kim, K.S.Shim, K.Y.Lee, A New Eigenvalue Sensitivity Theory of Augmented Matrix and Its Applications to Power System Stability Analysis, IEEE Trans., PE-464-PWRS-0-02-1999, 게재승인
- [2] 남 해근, 심 판식, 김 용구, 확대행렬의 고유치감도 이론과 전력계통 안정도해석에의 응용 PART I : 확대행렬의 고유치감도 이론, 대한전기학회 논문지, 1998, 12
- [3] 남 해근, 심 판식, 김 용구, 확대행렬의 고유치감도 이론과 전력계통 안정도해석에의 응용 PART II : 미소신호안정도 해석에 응용, 대한전기학회 논문지, 1998, 12
- [4] 남 해근, 심 판식, 김 용구, 확대행렬의 고유치감도 이론과 전력계통 안정도해석에의 응용 PART III : 전압안정도 해석에 응용, 대한전기학회 논문지, 1998, 12
- [5] P. Kundur, Power System Stability and Control, McGraw-Hill Book Company, New York, 1994.
- [6] EPRI, Voltage Stability/Security Assessment and On-Line Control, Vol.1-Vol.3, Final Report, TR-101931, 1993.