

PMU 설치에 따른 가관측성 해석

강 석주*, 조 기선*, 김 회철*, 신 종린*
*건국대학교 전기공학과

Observability Analysis for Phasor Measurement Unit Placement

Suk-Joo Kang*, Ki-Seon Cho*, Hoi-Cheol Kim*, Joong-Rin Shin*
*Konkuk University

Abstract - It is important to measuring and monitoring about state vectors of power system for precise operation control. All state vectors cannot be measured because it is economically disadvantageous, so that some state vectors are determined using state estimator.

Determination of observability is a important precondition of power system state estimation because state estimation can be performed when given power system is observable.

Recently as time-synchronization technique progress, using the PMU(Phasor Measurement Unit), state vector can be measured directly so that voltage phasor and current phasor measurements can be used for power system estimation.

In this paper, observability algorithm is proposed to determinate the observability with real/reactive injection power measurements and real/reactive lineflow power measurements of existing measurement system and with phasor measurements of PMU. The jacobian matrix is newly composed for state estimation with measurements of added PMU, and state estimation is performed with least square estimator. Comparison between state estimation result of existing measurement system and that of measurement system added PMU is presented.

1. 서 론

기존 측정시스템의 측정치인 모션전압의 크기, 유·무효 선로 전력조류, 유·무효 모션유입전력으로 이루어진 측정치 집합으로부터 전력계통의 상태벡터인 모든 모션의 전압크기와 위상각을 결정하는 과정이 상태추정이다. 전력계통의 주어진 측정치 집합으로 과연 계통의 모든 상태벡터의 값을 구하는 것이 가능한지의 여부는 상태추정 수행의 중요한 전제조건이 된다. 주어진 측정치로 계통의 모든 상태벡터값을 구해낼 수 있다면, 계통은 관측가능하다(observable)고 말한다. 따라서, 상태추정을 실시하기 전에 주어진 측정시스템이 가관측성이 보장되는지를 반드시 조사할 필요가 있다.[1]

최근의 시각 동기 기술의 발전으로 PMU(Phasor Measurement Unit)의 활용도가 증대되면서 실시간으로 모션의 상태벡터를 측정할 수 있게 되었다. 기존의 측정시스템(유입 전력측정기와 전력조류측정기)과 PMU를 함께 운용함으로써 보다 양호한 성능의 측정시스템 구성이 가능하다.

전력계통의 가관측성 여부를 조사하는 기존의 접근방법은 크게 두가지 형태를 취하고 있다. 첫 번째는 부동소수점 연산을 수반하는 측정 자코비안 행렬의 rank를 이용하는 방법이고, 두 번째는 네트워크의 토폴로지를 이용한 접근방법이다. 측정 자코비안 행렬의 rank를 통한 접근방법은 부동소수점 연산이 요구되기 때문에 연산 시간에서 불리할 뿐더러, 연산 후에 관측이 불가능한 지역에 대한 어떠한 정보도 제공하지 못하는 단점이 있다. 따라서 대부분의 가관측성 판정 알고리즘은 두 번째 접근방법을 취하고 있다[1-4].

Krumpholz 등은 계통의 위상학적 관점에서 가관측성 기본이론과 전력조류측정치를 이용하여 전력계통을 하위 그래프로 구성하고 하위 그래프 말단의 경계유입전력노드(boundary injection node)에서부터 확장트리(spanning tree)를 구성해 가는 방식의 알고리즘을 제안하였다[1]. 이러한 접근법은 그래프의 말단노드의 검색과 함께 반드시 말단노드에 유입전력이 존

재할 경우에만 확장이 가능하다는 단점이 있다. 이에 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해서 계통의 토폴로지와 측정치의 형태에 따른 적절한 기호를 사용하여, 순차적인 방법으로 가관측성 여부를 간편하게 판정하는 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 노드-노드 행렬을 가정하고 각 측정치에 해당하는 행렬의 원소에 적당한 기호를 부여하였다. 순차적 기호 할당 절차가 끝나면 행렬의 형태를 분석함으로써 바로 가관측성 여부를 판정할 수 있게 된다.

본 논문에서는 기존의 측정시스템에 PMU가 추가 시설될 경우에 가관측성을 판정하고 이들 측정치를 바탕으로 한 상태추정을 실시하기 위한 알고리즘을 개발하였다.

제안한 알고리즘은 기존의 측정시스템과 PMU의 추가설치의 가관측성 여부를 판정뿐만 아니라 계통이 관측불가능하다면, 관측가능한 지역에 대한 정보를 제공한다.

가관측성 판정 후에 기존의 측정시스템과 PMU 추가설치의 측정치 집합을 가지고 최소화법에 의한 상태추정을 수행하였다. PMU 추가시의 상태추정을 위해 새로운 자코비안 행렬을 수정하였으며, IEEE 14, 30모선에 대한 사례연구를 수행하여 그 결과를 기존의 조류계산과 비교하였다.

2. 동기 페이저 측정장치 (Phasor Measurement System)

대규모 전력시스템은 지리적으로 넓게 분포된 특성을 갖기 때문에 여러 지점에서의 상태벡터의 측정은 반드시 동시성을 기반으로 하고 있어야 측정치로서의 의미를 가질 수 있다. 기존의 동시성을 제공하는 시각원의 오차한계는 제어의 목적에 부합하지 못했고, 부합할 경우 경제적이지 못한 상황이었지만, 최근 GPS(Global Positioning System)의 전력계통 적용 방안이 모색되면서 10μs 이내의 동시성을 제공할 수 있게 되었다. 따라서 본 논문에서는 GPS에 의해 동기화가 전해된 PMU에 대해서만 다루어진다.

GPS가 내장된 PMU는 높은 동기화 정밀도로 모션의 전압페이저와 모든 지로의 전류페이저를 측정하는 장치이다. 따라서 PMU 1기를 장치함으로써 상태벡터 결정에 많은 정보를 제공하게 된다.

그림 1은 PMU가 시설된 모션의 지로중 하나만 표시한 것이다.

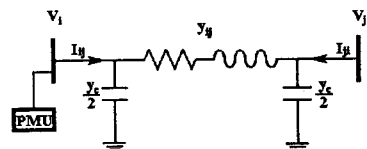


그림 1. PMU가 설치된 2모션 계통
Fig 1. PMU 2-bus system

모션 i에서 모션 j로 유출되는 전류는 식 (1)과 같다.

$$I_{ij} = y_{ij}(V_i - V_j) + j \frac{Y_c}{2} V_i \quad (1)$$

PMU에서 측정된 전류의 관계식을 유도하기 위해서 식 (1)을 복소전류형태로 표현하면 식 (2)와 같다.

$$I_{ij} = I_{ij,Real} + jI_{ij,Imag} \quad (2)$$

$$= \sqrt{I_{ij,Real}^2 + I_{ij,Imag}^2} \angle \tan^{-1} \frac{I_{ij,Imag}}{I_{ij,Real}}$$

여기서

$$I_{ij,Real} = -V_i \frac{y_c}{2} \sin \theta_i + V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \cos(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}})$$

$$- V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \cos(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}})$$

$$I_{ij,Imag} = V_i \frac{y_c}{2} \cos \theta_i + V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \sin(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}})$$

$$- V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \sin(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}})$$

1기 PMU 시설로 얻을 수 있는 측정치는 모선전압페이저와 연결된 모든 지로의 전류페이저이므로 PMU는 지로가 많은 모선에 시설할 경우 그 효과가 크다.

PMU를 설치한 모선의 전압 페이저, 인접모선으로 흐르는 전류페이저로부터 인접모선의 전압페이저는 다음 식 (3)으로부터 직접 계산할 수 있다.

$$V_j = \left[\frac{y_{ij} + j \frac{y_c}{2}}{y_{ij}} \right] V_i - \frac{I_{ij}}{y_{ij}} \quad (3)$$

식 (3)은 PMU로 측정된 모선의 전압페이저 형태로 표현하면 식 (4)와 같다.

$$V_j = V_{j,Real} + jV_{j,Imag} \quad (4)$$

$$= \sqrt{V_{j,Real}^2 + V_{j,Imag}^2} \angle \tan^{-1} \frac{V_{j,Imag}}{V_{j,Real}}$$

여기서

$$V_{j,Real} = K_1 \cos \lambda_1 - K_2 \cos \lambda_2$$

$$V_{j,Imag} = K_1 \sin \lambda_1 - K_2 \sin \lambda_2$$

$$K_1 = \frac{V_i \sqrt{g_{ij}^2 + (b_{ij} + \frac{y_c}{2})^2}}{\sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}}$$

$$K_2 = \frac{I_{ij}}{\sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}}$$

$$\lambda_1 = \theta_i + \tan^{-1} \left(\frac{b_{ij} + \frac{y_c}{2}}{g_{ij}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{b_{ij}}{g_{ij}} \right)$$

$$\lambda_2 = \delta_{ij} - \tan^{-1} \left(\frac{b_{ij}}{g_{ij}} \right)$$

결국 PMU를 설치함으로써 인해 인접모선의 상태벡터도 계산에 의해 직접 구할 수 있다.

식 (3)으로부터 PMU 인접모선전압페이저를 구함으로써 양단 모선사이의 선로조류를 전력방정식에 의해 구할 수 있다. 양단 모선의 전압페이저가 계산된 경우, 선로조류는 전력방정식에 의해 계산된다. 영유입전력(zero injection)의 경우에 하나의 선로를 제외한 나머지 선로의 반대쪽에 PMU가 설치되어 있거나, PMU의 인접모선인 경우라면, KCL에 의해 흐르는 복소전류를 구할 수 있으므로 그 선로에 연결된 반대편 모선의 전압페이저를 계산할 수 있으며, 선로조류도 계산할 수 있다. 이는 PMU와 기존의 측정시스템을 함께 사용하는 경우 기존의 가관측성 이론과 연결시켜주는 중요한 요소로써 활용된다.

3. PMU 추가시의 상태추정

기존 측정시스템에 의한 상태추정에 비해, PMU가 추가된 측정시스템에 의한 상태추정은 상태벡터를 직접 측정하고, 계산할 수 있다는 점에서 기존의 측정시스템에 비해 매우 정확한 추정을 할 수 있다. 기존의 측정시스템과 함께 설치함으로써 보다 좋은 상태추정을 위해 전류의 측정치를 여유분으로 사용할 수 있다는 점과 기존의 측정시스템의 고장시 PMU로 대체하여 사용할 수 있다는 장점이 있다. 그리고 PMU만 가지고 기존의 측정시스템을 완전히 대체함으로써 측정기의 수를 줄일 수 있다.

일반적인 비선형 측정시스템 모델은 다음과 같다.

$$z = h(x) + v \quad (5)$$

여기서

z : $m \times 1$ 의 측정벡터

$h(x)$: 상태벡터와 측정벡터사이의 비선형 벡터함수

v : 측정오차벡터

x : n 개의 모선전압크기와 $n-1$ 개의 모선전압 위상각으로 구성된 상태벡터

이 측정시스템은 다음의 목적함수를 최소화함으로써 상태추정 벡터 \hat{x}_{Final} 를 구할 수 있다.

$$\min_x J(x) = (z - h(x))^T (z - h(x)) \quad (6)$$

$$\hat{x}_{Final} = \hat{x}_{Final-1} + (H^T H)^{-1} H^T \Delta z_{Final-1} \quad (7)$$

여기서 $H = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$

기존의 측정벡터에는 유효/무효전력측정치가 들어있었지만, PMU가 설치되는 경우 여기에 PMU가 설치된 모선의 전압페이저와 및 인접모선으로 흐르는 모든 전류페이저가 추가되므로 기존 상태추정식의 수정이 요구된다.

본 논문에서 식 (7)의 선형모델의 자코비안 행렬 H 를 다음과 같이 수정하였다.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial V}{\partial V_i} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \theta_i} & 0 \\ \frac{\partial P_{in}}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_{in}}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_{in}}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_{in}}{\partial V_i} \\ \frac{\partial P_{flow}}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial V_i} \\ \frac{\partial I_{Real}}{\partial \theta_i} & \frac{\partial I_{Real}}{\partial V_i} \\ \frac{\partial I_{Imag}}{\partial \theta_i} & \frac{\partial I_{Imag}}{\partial V_i} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서

V : 기준모선의 전압의 크기 측정치와 PMU 설치모선의 전압의 크기 측정치 벡터

θ : PMU 설치모선의 전압의 위상각 측정치 벡터

P_{in} , Q_{in} : 각각 유효, 무효유입전력 측정치 벡터

P_{flow} , Q_{flow} : 각각 유효, 무효선로조류 측정치 벡터

I_{Real} , I_{Imag} : 각각 전류페이저의 실수부, 허수부 벡터

전류측정치는 전류페이저에서 편미분식의 복잡성을 감안하여 실수부와 허수부로 나누어 편미분하였다. 수정된 편미분식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial I_{ij,Real}}{\partial \theta_i} = -V_i \frac{y_c}{2} \cos \theta_i - V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \sin(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i=j)$$

$$\frac{\partial I_{ij,Real}}{\partial \theta_j} = V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \sin(\theta_j + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i \neq j)$$

$$\frac{\partial I_{ij,Real}}{\partial V_i} = -\frac{y_c}{2} \sin \theta_i + \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \cos(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i=j)$$

$$\frac{\partial I_{ij,Real}}{\partial V_j} = -\sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \cos(\theta_j + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i \neq j)$$

$$\frac{\partial I_{ij,Imag}}{\partial \theta_i} = -V_i \frac{y_c}{2} \sin \theta_i + V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \cos(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i=j)$$

$$\frac{\partial I_{ij,Imag}}{\partial \theta_j} = -V_i \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \cos(\theta_j + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i \neq j)$$

$$\frac{\partial I_{ij,Imag}}{\partial V_i} = \frac{y_c}{2} \cos \theta_i + \sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \sin(\theta_i + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i=j)$$

$$\frac{\partial I_{ij,Imag}}{\partial V_j} = -\sqrt{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \sin(\theta_j + \tan^{-1} \frac{b_{ij}}{g_{ij}}) \quad (i \neq j)$$

4. PMU 추가시의 가관측성

PMU는 설치된 모선과 그 인접모선의 전압페이를 알 수가 있으므로, 선로조류식을 사용하여 양단에 흐르는 조류를 계산할 수 있다. 이것은 PMU를 설치함으로써 인접모선사이의 모든 선로조류를 측정했다고 볼 수 있으므로 위상학적 가관측성 이론이 적용될 수 있음을 의미한다. 또한, PMU 1기를 설치함에 의해 많은 수의 선로조류를 계산할 수 있으므로, 다수의 지로에 측정값을 할당할 수 있다는 것을 의미한다. 본 논문에서는 PMU 1기 설치시의 가관측성을 판정하였다.

제한한 가관측성 알고리즘은 full rank의 확장트리를 찾기 위해 Optimal Ordering을 전제로 순차적으로 진행하게 된다. 모선의 위상학적 연결상태에 따라 각 측정치를 알맞게 할당하고 측정치가 할당된 노드와 브랜치의 종류에 따라 노드-노드 행렬에 적절한 기호를 부여하였다.

측정치가 할당된 노드와 지로는 표 1과 같이 총 9가지로 분류할 수 있다.

표 1. 노드-노드 행렬에 부여한 기호

Table 1. Assignment symbol in node-node matrix

기호	설명
1	선로조류가 측정된 지로
2	1의 지로에 연결된 노드
3	유입전력이 측정된 지로
-3	3의 측정치가 할당된 지로
4	-3의 노드와 연결된 노드
5	PMU가 설치된 노드
-5	5의 노드와 연결된 모든 지로
6	-5나 -6의 지로와 연결된 모든 노드
-6	6의 노드들에 의해 KCL로 구할 수 있는 모든 지로

본 논문에서 제안된 알고리즘은 Optimal Ordering을 전제로 다음과 같이 4개 절차로 구성하였다.

먼저 PMU가 배치되어 있는 경우 수행되는 부분과 노드-노드 행렬을 구성하여 가관측성 여부 판정과 사용된 측정치 집합을 구성하는 부분, 관측불능시 관측가능지역을 식별하는 부분, 그리고 관측가능한 경우에 관측가능 측정치 집합으로 상태추정을 수행한다.

• 절차 1 - PMU설치 노드

단계 1 : 기호 5 부여, 연결지로에 기호 -5 부여, 인접노드에 기호6 부여

단계 2 : 인접노드에 영유입노드(zero-injection) & 하나를 제외한 모든 지로가 -5인 경우, 남은 지로에 기호 -6 부여, 지로의 다른쪽 노드에 기호 6부여

• 절차 2 - 순차적 수행 (PMU설치노드 제외)

단계 1 : 연결지로 중 측정지료가 존재 - 측정지료에 기호 1 부여, 이 지로에 연결된 노드에 기호 2 부여(단, 루프제외)

노드가 미측정이면 다음 노드로 진행
측정지료로 연결되지 않은 미측정노드가 없으면 단계 3로 진행

단계 2 : 측정노드 & 인접노드 중에 미측정노드가 있는 경우, 지로에 기호 -3 부여, 노드에 기호 3의 부여, 기호 -3이 부여된 지로와 연결된 인접 미측정노드에 기호 4 부여

단, 미측정노드가 다수인 경우: 노드번호가 가장 작은 노드에 대해 수행

단계 3 : 측정노드 & 인접노드에 미측정노드가 없는 경우
노드번호가 현재 노드보다 크면 : 가장 가까운 인접노드와 연결된 지로에 기호 -3 부여, 인접노드에 기호 4 부여, 현재 노드에는 기호 3 부여
현재노드보다 큰 노드번호를 가진 인접노드가 없다면 : 노드번호가 가장 작은 노드와 연결된 지로에 기호 -3의 부여, 이 지로에 연결된 인접노드에 기호 4 부여(루프가 구성되는 경우는 제외)

절차 2 동안에 노드의 유입이 어떠한 지로에도 할당되지 않으면 여유분으로 판정

• 절차 3 : 가관측성 판정

노드-노드 행렬의 상부 삼각행렬에서 대각항을 제외

한 나머지의 항 중 기호가 삽입된 항의 개수는 지로의 수를 의미
대각항이 0이면 노드가 확장트리에서 홀로 떨어져 있는 것을 의미

단계 1 : 기호부여가 $n-1$ 이면 full rank의 확장트리가 존재 - 관측가능

기호부여가 $n-1$ 보다 작으면 - 관측불능

0인 대각항이 있으면 - 관측불능

단계 2 : 관측가능지역 식별 - 부분행렬의 수 - 알고리즘 종료

• 절차 4 : 상태추정

관측가능한 측정치 집합을 통해 최소자승추정 실시

5. 사례연구

본 논문에서 제안한 알고리즘을 검증하기 위해서 모델계통으로 IEEE 14모선과 IEEE 30모선을 선정하였다. 기존 측정시스템에 PMU를 추가한 경우 가관측성 판정 결과와 노드-노드 행렬을 제시하였으며, 이들 측정치를 통한 상태추정결과를 제시하였다.

5.1 모델계통 1 : IEEE 14모선 계통

IEEE 14모선 계통의 기존 측정치에 PMU 1기를 추가하였을 경우의 가관측성 판정결과와 이들 측정치를 이용한 상태추정결과를 제시하였다.

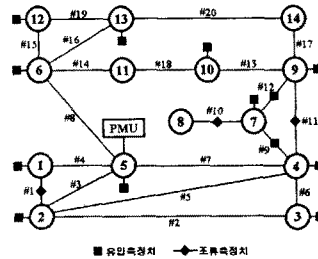


그림 2. PMU 1기를 추가한 IEEE 14모선 계통도

Fig. 2. IEEE 14-bus system added 1 PMU

- 측정치 집합

PMU(5)

유입(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13)

조류(1, 9, 10, 11, 12)

- 가관측성 여부 : 관측가능

- 사용된 측정치

PMU(5)

유입(2, 6, 9, 10, 12, 13)

조류(9, 10, 11)

- 여유분 측정치

유입(1, 3, 4, 5, 7)

조류(1, 12)

- 노드-노드 행렬

표 2. IEEE 14모선 노드-노드 행렬

Table 2. Node-node matrix for IEEE 14-bus system

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1		6				-5								
2			3	-3		-5								
3				-3	4									
4					2	-5	1	1						
5		-5	-5		-5	5	-5							
6						-5	3					-3		
7					1		2	1						
8							1	2						
9				1					3					-3
10										3	-3			
11							-3			-3	4			
12												3	-3	
13													-3	3
14														-3

6. 결 론

본 논문에서는 위상학적 가관측성 이론을 바탕으로 PMU가 추가시설된 경우까지 고려할 수 있는 새로운 가관측성 알고리즘을 제시하였다. 기존 측정시스템과 PMU 1기 추가하는 경우에 대한 각각의 상태추정을 하였으며, IEEE 14, 30모선에 적용하여, 그 결과를 검증하였다. 본 논문에서 제안한 알고리즘의 수행결과를 요약하면 다음과 같다.

1. PMU와 기존의 측정시스템이 함께 시설된 경우에도 가관측성 여부를 판정할 수 있었다.
2. 부동소수점계산이 없기 때문에 연산속도가 빠르다.
3. 순차적으로 진행하기 때문에 말단노드의 탐색이나 말단노드의 유입측정치가 필요치 않다.
4. 노드-노드 행렬의 각 요소배치에 의해 가관측성 여부 및 관측불능시 관측가능지역의 식별이 가능하다.
5. 관측가능한 측정치 집합과 PMU 1기를 설치하여 실행한 상태추정결과는 기존의 측정시스템의 상태추정결과에 비해 더 양호한 성능을 보였다.

[참 고 문 헌]

- [1] G. R. Krumpholz, K. A. Clements, P. W. Davis, "Power System Observability : A Practical Algorithm Using Network Topology", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No. 4, pp1534-1542, Jul/Aug. 1980
- [2] E. E. Fetzer, P. M. Anderson, "Observability in the state estimation of power system", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-94, No. 6, pp1981-1988, Nov/Dec
- [3] V. H. Quintana, A. Simoes-Costa, A. Mandal, "Power system topological observability using a direct graph-theoretic approach", V. H. Quintana, A. Simoes-Costa, A. Mandal, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No. 3, pp617-626, March, 1982.
- [4] R. L. Chen, "A fast integer algorithm for observability analysis using network topology", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, No 3, AUG, 1990.
- [5] F. C. Schweppe, D. B. Rom, "Power System Static-State Estimation, Part II: Approximate Model", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-89, No. 1, pp125-130, Jan. 1970