

서보모터 제어를 위한  $H_{\infty}$  2-자유도 제어기 개발에 관한 연구

박 성 천\* (yann@kmail.com), 박 세 화\*\* (shpark@mail.kitech.re.kr), 김 희 준\*, 최 병 옥\*\*  
 \*한양대학교 전기공학과, \*\*한국생산기술연구원

A study on the development of  $H_{\infty}$  2-DOF controller for servo motors

Sung-Chun Park\*, Se-Hwa Park\*\*, Hee-Jun Kim\*, B. W. Choi\*\*

\*Dept.of Hanyang Univ. Electrical Eng., \*\*Korea Institute of Industrial Technology

**Abstract** - In this paper,  $H_{\infty}$  two-degree-of freedom(2-DOF) model following control method is applied for the control of a brushless servo motor to achieve high robust performance. The proposed robust control algorithm designed to meet the robust stability and performances present that the robust control method is superior to conventional control methods in controlling the speed and position of a servo motor. The designed controller is implemented as an outer loop controller to a factory designed motor-servopack system. It is illustrated by simulations that the proposed method is effective to control servo systems.

1. 서 론

효율과 속응성이 높으며 가변속이 가능한 AC서보모터 (Brushless servo motor)는 기존의 직류 서보모터에 비하여 속도에 대한 토크 응답 특성이 우수하고, 관성이 작으며 유도 모터에 비해서 관성에 대한 토크비와 출력 밀도가 높아서 고속·고정밀의 속도 및 위치제어를 필요로 하는 공장자동화기기 분야, 공작기계 분야, 산업용 로봇 분야 등에 널리 사용되고 있다. 이러한 산업분야 등에 있어서 모터의 매개변수의 변동이나 외란의 둔감성이 중요한 요소가 되고 있기 때문에 이들 요구를 실현하기 위하여 위치, 속도, 가속도의 선형결합계수(Sliding Curve)에 의한 제어 스위칭(High Gain)을 결정하는 슬라이딩모드제어기법[1], 부하 토오크 Observer를 사용한 FF보상형제어기법[2], 건실성을 높이기 위해서 사용한 가변구조제어기법[3], 그리고 최적제어기법[4] 등이 발표되고 있다. 또한 CNC 공작기계용 서보모터의 강인한 제어기 설계를 위해  $H_{\infty}$  2-자유도 제어를 적용하여 고속·고정밀 서보시스템의 모델 추종 성능을 보여주고 있다[5]. [5]는 다변수 시스템을 다룰 수 있고 비 선형에 기인하는 불확실성을 건실하게 수용하며 부하 변동에 의한 외란에 둔감한  $H_{\infty}$  2-자유도 제어 기법이 서보모터의 제어에 효과가 있음을 보이고 있다.

본 논문에서는  $H_{\infty}$  2-자유도 모델 추종 제어기법 [6]을 이용해 고속·고정밀의 서보시스템의 위치 제어를 설계한다. 그리고, 정밀한 위치를 필요로 하는 정밀가스 혼합장치인 SAMICK INDUSTRIAL社의 불나사 장치를 사용한 시뮬레이션을 통해 동 제어기의 유용성을 보인다. [5]의 모의 실험이 이송테이블의 관성질량을 부하로 설정한 CNC를 통한 실험이라면 본 모의 실험은 매우 정밀한 위치를 필요로 하고 불나사의 가스 압력을 부하로 한 위치 모의 실험을 통해 동 제어기의 빠른 모델 추종능력과 그 안정성을 보인다. 동 제어기의 특징은 2-자유도 제어기에서 시스템의 안정도를 높여주는 되먹임제어기와 시스템의 성능향상에 기여하는 앞먹

입제어기를 동시에 설계를 하고 시스템의 추종 성능을 향상을 위해  $H_{\infty}$  루우프형상 제어기법[7]에 모델추종 기능을 가미한다. 또한 보다 간단한 연산을 위해 정규화 소인수 분해기법[8]을 도입한다. 이같이 설계된 강인제어기[9]를 이용한 서보시스템이 통상적인 비례적분제어기를 사용하는 경우보다 상대적으로 우수함을 보임으로써 높은 정밀도의 요구에 강인제어기법의 사용가능성을 제시한다.

2. 본 론

2.1. 서보시스템의 선형화 모델

본 논문에 이용된 서보모터는 Glentek사의 교류 서보모터로써 연구자석을 사용하고 정격출력 600W, 정격 토크에서의 속도는 4000rpm, 연속정격 토크는 1.47 Nm의 성능을 가지며 동사(同社)의 서보팩 SMA8215을 이용하여 구동 시킨다. 따라서, 본 논문에서는 모터와 서보팩을 하나의 시스템으로 보고 모델링을 하여 그림 1.과 같은 형태의 모델을 얻었다. 이러한 속도 및 위치를 제어할 목적으로 한 서보시스템은 서보모터와 구동 시스템, 속도루우프 제어부, 위치루우프 제어부 등으로 구성되며, 그림 1에서는 위치제어기를 부착하지 않고 모델링한 그림이며, 그림 2는 약 3KHz의 전류제어기와 서보팩 내부에서 모터의 인코더(encoder)출력으로부터 모터의 속도를 되먹임시킬 때 거치게 되는 약 400KHz의 f/v변환기의 이득을 1로 근사화한 간략화된 서보시스템의 모델이다.

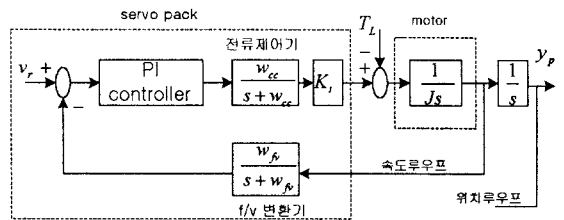


그림 1. AC 서보 모터의 서보팩의 선형화 모델  
 Fig. 1. Model of AC servo motor and servopack

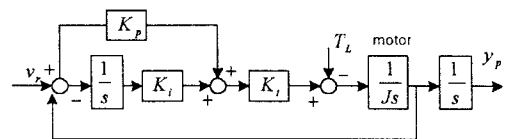


그림 2. 제어기 설계를 위해 간략화 된 모델  
 Fig. 2. Simplified model for controller design

그림 2에서 입력(입력지령  $v_r$ ; 부하외란  $T_L$ )과 출력( $y_p$ )사이의 관계는 다음 식에 나타낼 수 있다.

여기서  $H_\infty$  2-자유도 모델추종 제어기 적용 시 서보팩을 비례제어 모드로 동작시킴으로  $K_\omega$ 는 0으로 놓는다.

$$y_p = \frac{K_p K_t}{Js + K_p K_t} v_r + \frac{1}{Js + K_p K_t} T_L \quad (1)$$

위의 식(1)과 같은 전달함수를 갖는 2차 서보시스템을 이용하여 모의 실험을 하게 된다.

### 2.2 $H_\infty$ 2-자유도 모델 추종 제어기 설계

다음 그림 3은 서보시스템에 대한  $H_\infty$  2-자유도 모델추종 제어기 설계 도면이고 각 변수에 대한 설명은 다음과 같다.

- $r$ : 기준 입력  $u$ : 제어 신호  $y$ : 측정 출력
- $z$ : 제어출력  $M_o$ : 기준 모델
- $\rho$ : 스케일링 인자  $\beta$ : 스케일링된 기준 입력
- $\phi$ : 소인수 분해된 불확실성 신호
- $W$ : 루프형상 가중함수  $S$ : 스케일링 행렬
- $G_o$ : 공칭 선형 서보시스템
- $G_d$ : 섭동 선형 서보시스템
- $K_1$ : 앞먹임 제어기  $K_2$ : 뒤먹임 제어기
- $\Delta_M, \Delta_N$ : 정규 좌변 소인수 불확실성 인자.
- $M, N$ : 공칭 서보시스템의 정규좌변 소인수 인자

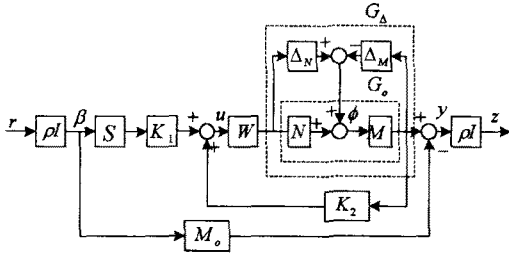


그림 3. 서보시스템에 대한  $H_\infty$  2-자유도 모델추종 설계도.  
Fig. 3.  $H_\infty$  2-DOF model following design for servo system.

서보시스템 모델  $G(s)$ 는 다음 식과 같이 소인수화 되고

$$G_o = \hat{M}^{-1} \hat{N} \quad (2)$$

만일,  $\hat{M} \hat{M}^* + \hat{N} \hat{N}^* = I$ 을 만족하면 정규화 LCF (Left Coprime Factorization)가 된다. 이 정규화된 LCF의 상태공간구조는 다음 식(3)에 나타난다.

$$[\hat{N} \hat{M}] = \begin{bmatrix} A+HC & B+HD & H \\ R^{-1/2}C & R^{-1/2}D & R^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서,  $H = -(BD + ZC)R^{-1}$ 이고  $Z \geq 0$ 는 ARE (Algebraic Riccati Equation)에 대한 안정화 해이다.

$$\begin{aligned} (A - BS^{-1}D'C)Z + Z(A - BS^{-1}D'C)' \\ - ZC R^{-1}CZ + BS^{-1}B' = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

서보시스템 모델에 섭동하는 불확실성을 도입하여

$G_o = M^{-1}N$ 을 다음 식 (5)과 같이 나타내었다.

$$G_d = (M + \Delta_M)^{-1}(N + \Delta_N) \quad (5)$$

여기서,  $\Delta_M, \Delta_N$ 은 불확실성을 나타내는 미지의 안정한 전달함수이다.

#### 1) $H_\infty$ 루우프 형성

선형 서보시스템 모델  $G_o$ 에 가중함수  $W$ 를 직렬로 도입하여  $G_o W$ 의 이득이 저주파수 영역에서는 크고 고주파수 영역에서는 작게 되도록 가중함수를 선정하고 가중함수는 2)항에서 설명하는 강인안정도 최대화 조건을 만족해야 한다.

#### 2) 강인안정도 구현

그림 3에서 서보시스템에 제어기를 연결한 폐루우프 시스템의 강인안정도를 최대로 하기 위해서는 선형 서보시스템을 안정화 시키고 다음 식 (6)과 같은  $\infty$ -노음을 최소화 시키는 제어기를 찾아야 한다.

$$\gamma := \left\| \begin{bmatrix} K_2 \\ I \end{bmatrix} (I - GK_2)^{-1} \hat{M}^{-1} \right\|_\infty \quad (6)$$

여기서  $G = G_o W$ 이고  $\gamma$ 는 소인수 불확실성 인자 ( $\Delta_M, \Delta_N$ )로부터 측정된 출력 신호  $y$ 까지의 폐루우프 전달함수의  $\infty$ -노음이다. 섭동된 폐루우프에 시스템은 식 (7)의 범주 내에 들어가는  $\Delta_M, \Delta_N$ 에 대해서는 안정을 유지한다.

$$\|\Delta_M \Delta_N\|_\infty < \gamma^{-1} \quad (7)$$

식 (6)의 최소값을 구하는 공식은 이미 도출된 최적제어기 및 준최적제어기의 상태공간식의 ARE의 안정화해를 통해 다음 식 (8)과 같이 얻어진다.

$$\gamma_o = (1 + \lambda_{\max}(XZ))^{1/2} \quad (8)$$

#### 3) 2-자유도 및 모델추종

그림 3의 2-자유도 제어기를  $K = [K_1 \ K_2]$ 로 정의하면 제어신호  $u$ 는 식 (9)과 같이 나타내어진다.

$$u = [K_1 \ K_2] \begin{bmatrix} \beta \\ y \end{bmatrix} \quad (9)$$

뒤먹임제어기  $K_1$ 은 강인 안정화와 외란제거에 사용되고 앞먹임제어기  $K_2$ 은 식 (10)을 만족시키기 위해 포함된다.

$$\|T_{y\rho} - M_o\|_\infty \leq \gamma \rho^{-2} \quad (10)$$

여기서  $T_{y\rho} = (I - GK_2)^{-1} GK_1$ 는  $\beta$ 에서  $y$ 에 이르는 폐루우프 전달함수이고  $M_o$ 는 전체 시스템이 이상적인 시간응답을 갖도록 선정하는 기준모델이다. 그리고  $\gamma$ 는 설계자가 선정하는 양의 상수이다. 식 (10)의 오차함수의  $\infty$ -노음을 최소화함으로써  $H_\infty$ 제어기  $K = [K_1 \ K_2]$ 는 서보시스템이 기준모델을 모델추종하는 방법으로 구해진다.

그림 3에서 다음 식 (11)이 계산되어진다.

$$\begin{bmatrix} u \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(I - K_2 G)^{-1} K_1 & K_2(I - GK_2)^{-1} M^{-1} \\ \rho(I - GK_2)^{-1} GK_1 & (I - GK_2)^{-1} M^{-1} \\ \rho^2 ((I - GK_2)^{-1} GK_1 - M_o) & \rho(I - GK_2)^{-1} M^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \phi \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 (11)의 (1,2)부분은 강인 안정 최적화와 관계가 있고 (2,1)부분은 모델  $M_o$ 에 대한 페루우프 응답과 관계가 있음을 보이고 있다. 스케일링 인자  $\rho > 1$ 은 (2,1)부분을 강조하기 위해 도입된 부분이다. 위의 문제를 일반화된 정규화 구조로 나타내면 다음 식 (12)와 같이 정의 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u \\ y \\ z \\ \beta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \\ 0 & M^{-1} & G \\ -\rho^2 M_o & \rho M^{-1} & \rho G \\ \rho I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M^{-1} \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \varphi \\ u \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (12)에 기준모델

$$M_o = \left[ \begin{array}{c|c} A_o & B_o \\ \hline C_o & D_o \end{array} \right] \quad \text{그리고} \quad G = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] \quad \text{을}$$

대입하면 일반화 플랜트 P를 식(13)같이 얻을 수 있다.

$$\left[ \begin{array}{c|c} P_{11} & P_{12} \\ \hline P_{21} & P_{22} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & (BD+ZC)R^{-1/2} & B \\ 0 & A_o & -B_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho C & \rho^2 C_o & -\rho^2 D_o & \rho R^{-1/2} & \rho D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & R^{-1/2} & D \end{bmatrix} \quad (13)$$

#### 4) 리스케일링 (rescaling)

이 과정은 페루우프 전달함수의 DC-이득  $T_{y\beta}(0)$  이 기준모델의 DC-이득  $M_o(0)$ 에 일치하도록 하여 정상상태에서 두 전달함수 사이에 발생할 수 있는 오차를 없애야 한다. 이를 위하여 다음 식 (14)과 같이 계산되는 스케일링 행렬 S 설정하여 제어기  $K = [K_1 \ K_2]$ 안에 배치한다. 최종적인 제어기는 KS가 된다.

$$S = T_{y\beta}(0)^{-1} M_o(0) \quad (14)$$

### 2.3 시뮬레이션의 결과 및 고찰

모의 부하실험을 위하여 정밀가스 혼합장치인 Samick Industrial사의 불나사 장치를 부하로 설정했다. 가스분배장치인 불나사 장치는 가스를 담고 있는 실린더가 서보모터와 볼스크류에 연결되어 있다. 부하토크로 외부하중, 불나사 예압, 가·감속에 필요한 토크를 합한 0.992Nm를 최대 부하토크로 보았고 모의 실험에 사용된 매개변수들은 아래와 같다.

$K_p$  (속도루우프 비례이득) : 1.3

$K_i$  (토크상수) : 0.923 Nm/A

$J$  (서보모터 및 볼스크류와 실린더의 관성질량) : 0.0196 Kg m<sup>2</sup>

여기에 무부하 상태를 가정하여  $T_L$ 을 0으로 두고 매개변수를 사용하여 식(1)을 정리하면 아래 식(15)와 같은 전달함수를 갖는 2차 서보시스템 모델을 얻게 된다.

$$G(s) = \frac{1.2108}{0.0196 s^2 + 1.2108s} \quad (15)$$

가능한 빠른 응답을 추구하고 제어신호의 한계를 고려하여 선정된 기준 모델을 식 (16)과 같다.

$$M_o = \frac{400}{s+400} \quad (16)$$

그리고 여기서 선정 한 가중함수는

$$W = \frac{400}{0.005s + 0.0001} \quad (17)$$

이고, 이는 시간영역에서의 빠른 응답과 부하토크 변동에 의한 외란 등의 영향을 최소화하는 목표를 위해 여러 번의 시도를 거친 후에 얻어진 값이다.

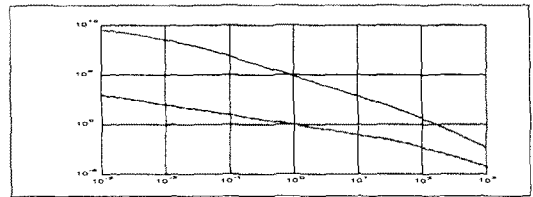


Fig 4 Singular Value --- Shaped & Unshaped Plant

그림 4에서 위의 곡선이 가중함수가 첨가된 플랜트를 보여주고 있는데  $G_o W$ 의 이득이 저주파수 영역에서는 크고 고주파 영역에서는 작게 되도록 가중함수를 선정해야 하지만 강인안정도 역시 고려해야 한다. 제어기가 강인안정도를 갖기 위해서는 Singular Value이  $\gamma$ 보다 작거나 같아야 하고 가장 작은  $\gamma$ 을 찾아야 한다. 그래서  $1.2\gamma \leq \gamma_o \leq 3\gamma$ 의 조건에서 최적의  $\gamma_o$ 을 찾는 것이 가장 좋은 보상이 된다.

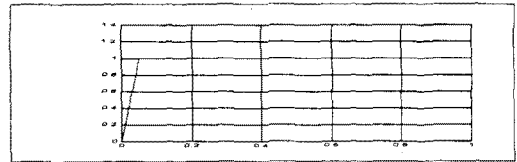


그림 5.  $H_\infty$  2-DOF 제어기의 스텝응답 : 부하토크  
Fig 5.  $H_\infty$  2-DOF : Step Response : Load

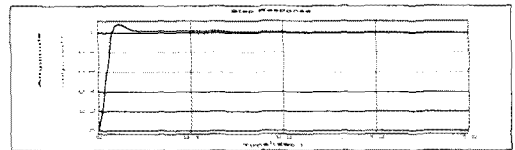


그림 6. 비례적분제어기의 스텝응답 : 부하토크  
Fig 6. PI Control Step Response : Load

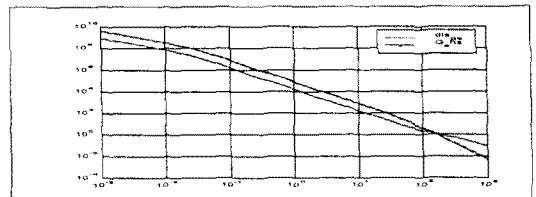


Fig 7. Frequency Response ---  $G_o W$  & Closed Looped Plant

그림 5와 그림 6은 부하 토오크에 의한 외란을 입력하여  $H_{\infty}$  2-자유도 제어기와 비례적분제어기의 단위계단 응답특성을 비교한 것으로 비례적분 제어기가 오버슈트 등의 성능저하가 나타난 것에 비해 동 제어기가 오버슈트 없이 외란에 견실한 모습을 보여주고 있다. 그림 7은 가중함수가 첨가된 전달함수의 주파수 응답과  $H_{\infty}$  2-자유도 제어기에 의한 폐루프 전달함수의 주파수 응답을 보여주고 있다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 AC 모터의 속도를 제어하기 위해서, 먼저 모터와 서보패를 하나의 플랜트로 보고 이를 모델링 했다. AC서보모터시스템에 대한  $H_{\infty}$  2-자유도 위치제어기를 설계하여 시뮬레이션을 통해 기존의 비례적분제어기와 비교를 하였다. 시스템이 기준모델에 잘 추종할 수 있도록 고안된  $H_{\infty}$  2-자유도 제어기는 서보모터시스템이 요구하는 안정도, 추종성능, 외란에 대한 둔감성을 만족하는 제어기로 기존의 비례적분제어기를 사용한 속도성능 실험보다 더 좋은 성능을 보일 수 있음을 보였다. 복잡한 제어알고리즘을 설계 순서에 의해 동 제어기법을 밝혔고 CNC공작기계(5)뿐만 아니라 정밀가스 혼합장치 같은 정밀한 다른 서보시스템의 조건에서도 동 제어기법이 상당한 성능을 보일 수 있음을 알 수 있었다. 시뮬레이션을 통한  $H_{\infty}$  2-자유도 제어기의 우수한 강인 안정성과 속도·위치 추종성능을 동 제어기법의 이산시간 설계를 통한 디지털제어를 실제 서보시스템 실험을 통해 검증받은 추후 연구과제로 남긴다.

#### [참 고 문 헌]

[1] 이재희, 허육열, "슬라이딩 제어기법을 이용한 교류 서보시스템의 속도제어", 제어·자동화·시스템공학회지, 제 2권, 제2호, pp.115-120, 1996

[2] 최연욱, 이금원, "A Servo System Design by using Feedforward" 한국자동제어학회의논문집, pp.83-86.1995..

[3] 김정호, 은용순, 조동일 "가변구조제어를 이용한 AC 서보모터의 고성능 제어", Journal of Control, Automation and Systems, Vol. 2, No. 4, pp.351-361, 1996.

[4] K. T. Chang, T. S. Low, and T. H. Lee, "An optimal speed controller for permanent magnet synchronous motor drives", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 41, No. 5, pp.503-510, 1994.

[5] 최 병욱, "고속·고정밀 CNC 공작기계용 서보모터의 강인제어기 설계", Journal Of Industrial Technology, Vol. 3, No. 1, pp.20-32, 1998.

[6] D. J. N. Limebeer, E. M. Kasenally and J. D. Perkins, "On the Design of Robust Two Degree of Freedom Controllers", Automatica, Vol. 29, No. 1, pp. 157-168, 1993.

[7] D. McFarlane and K. Glover, "A Loop Shaping Design Procedure Using synthesis", IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 37, No. 6, pp.759-769, 1992

[8] K. Glover and D. McFarlane, "Robust Stabilization of Normalized Coprime Factor Plant

Descriptions with Bounded Uncertainty", IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 34, No.8, pp.821-830, 1989.

[9] D. J. Holye, R. A. Hyde and D. J. N. Limebeer, "An  $H_{\infty}$  Approach To Two Degree Of Freedom Design", IEEE, Vol. 27, pp.1581-1585, 1991.