

로봇 매니퓰레이터를 이용한 도립진자의 시간 지연 제어

지중환, 한상완, 홍석교
아주대 전자공학부

Time Delay Control of an Inverted Pendulum using Robot Manipulator

Jong-hwan Chi, Sang-Wan Han, Suk-Kyo Hong
Dept. of Electronics Eng. Ajou Univ.

Abstract - The inverted pendulum is an unstable, nonlinear system exposed to disturbances and its system parameters change. This paper presents the Time Delay Control design of the inverted pendulum using robot manipulator. The results obtained from a simulations indicated a reference tracking of the system.

This paper will implement the time delay control of the inverted pendulum using a robot manipulator. It will be that the time delay can control the inverted pendulum using a manipulator.

1. 서 론

로봇 매니퓰레이터의 운동은 2차 비선형 미분방정식으로 표현된다. 따라서 로봇의 운동을 정확히 제어하기 위해서는 비선형제어기가 필요하다. 일반적인 로봇 제어기의 설계에 있어서 모델 파라미터의 불확실성과 부하 변화에 둔감하고 제어 알고리즘의 온라인 계산 시간이 짧은 것이 요구된다.

이러한 사항을 만족시키기 위해 여러 가지 제어 기법들이 개발되었다. 로봇 매니퓰레이터의 제어를 위해 개발된 기법 중 널리 알려져 있는 기법으로 모델에 기준된 계산된 토크 제어(Computed Torque Control)기법이 있다[1]. 이 기법은 로봇동역학에 근거하여 주어진 운동에 대응하는 토크를 계산하고 제어 입력을 가함으로써 동역학상 서로 간섭된 항들을 상쇄하여 로봇 매니퓰레이터의 각 축이 서로 독립적으로 제어되도록 하는 기법이다. 그러나 실제로 이 기법을 사용할 때 동역학을 완전히 알 수 없는 경우, 미지의 동역학 및 외란에 의해 시스템의 성능이 저하된다. 또한 이 기법은 구현하기가 복잡하고 동역학 계산에 많은 시간이 필요하다.

모델의 불확실성에 의한 성능 저하 문제를 해결하기 위해 여러 가지 기법들이 제안되었다. 그 중 한 방법으로 적응제어(Adaptive Control)기법이 있는데, 이 기법은 시스템의 응답에 근거하여 제어기의 이득을 조정함으로써 로봇 매니퓰레이터의 운동을 주어진 모델의 운동에 근접하도록 한다[2]. 또한 이 기법은 로봇 시스템처럼 비선형이면서 불확실성이 많은 시스템에 적합한 특성을 가지고 있기 때문에 지속적으로 연구가 진행되었다. 그러나 복잡한 알고리즘에 의해 시스템이 불안정할 수 있고 계산량의 과다로 인해 실시간 구현에 어려움이 따른다.

불확실성에 대처하는 또 다른 제어 기법으로 가변 구조(Variable Structure) 제어기법과 같은 고이득의 강인 제어기법이 있다[3]. 이러한 기법은 정확한 모델이 요구되지 않고 다만 스위칭 평면을 적절히 정의하기만 하면 된다. 그러나 이 기법은 로봇의 동역학을 고려하지 않아 동역학을 고려한 제어기보다 더 우수한 성능을 보장할 수 없고, 스위칭에 의한 채터링 현상으로 고주파 대역의

진동을 유발할 수 있다.

시간 지연 제어 기법은 간단하면서도 효과적인 로봇 제어 기법으로, 이미 인가된 제어 입력 토크를 다시 궤환시켜 시스템의 동역학 계산없이 제어 입력을 생성하는데 이를 이용한다. 즉, 다소 매니퓰레이터의 동특성이 제어 토크에 대한 식으로 나타나므로 이를 궤환 시켜 동역학을 계산한 효과를 얻는다는 것이다. 토크 궤환에 의해 직접 동역학정보를 얻기 때문에 불확실성 및 외란에 강한 성질이 있고, 로봇 매니퓰레이터의 각 축을 독립적으로 제어할 수 있으며, 알고리즘 계산 시간이 짧기 때문에 고속 동작에 적합한 제어 기법이다.

본 논문에서는 시연지연 제어를 매니퓰레이터의 도립진자제어에 적용해 본다.

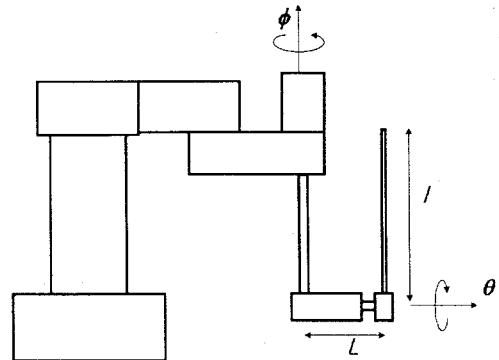


그림 1. 전체 시스템

그림 1과 같이 링크의 모터에 의한 회전력으로 전체 시스템을 구동한다. 도립진자의 회전 위치정보는 포텐셜 미터에 의해 검출된다.

2. 본 론

2.1 시스템의 수학적 모델링

본 논문에서 사용되는 변수의 의미는 다음과 같다.

- ϕ : Link의 회전각,
- θ : Pendulum의 회전각,
- l : Pendulum의 길이,
- L : Link의 길이,
- m : Pendulum의 질량,
- M : Link의 질량,
- g : 중력가속도,
- b : 마찰계수,
- P : Link와 Pendulum사이의 수직력,
- N : Link와 Pendulum사이의 수평력,
- T : Link에 가해지는 Torque.

그림 2와 같이 링크의 토크(Torque: T)는 링크와 진자를 구동한다. 링크의 대한 모멘트(Moment: J)는 식(1)과 같이 주어진다.

$$T - Nr = J\ddot{\phi} \quad (1)$$

여기서 $J = ML^2/12$: 링크의 관성 모멘트

진자의 x방향의 힘(수평력 N)과 y방향의 힘(수직력 P)에 대하여 각각 다음식이 성립한다.

$$N = m(l\ddot{\theta}\cos\theta - l\dot{\theta}^2\sin\theta + r\ddot{\theta} - lb\ddot{\theta}\cos\theta) \quad (2)$$

$$P = m(l\ddot{\theta}\sin\theta + l\dot{\theta}^2\cos\theta + g - b\dot{\theta}\sin\theta) \quad (3)$$

여기서 진자의 질량중심(G)에 대한 모멘트는 다음과 같다.

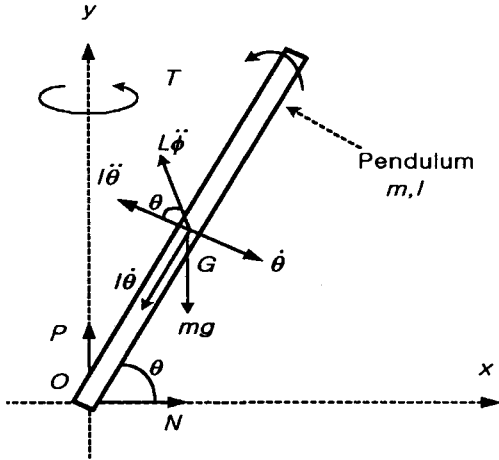


그림 2. 독립진자 시스템의 모델링

$$-Pl\sin\theta - Nl\cos\theta = I\ddot{\theta} \quad (4)$$

여기서, $I = 4/3ml^2$ 따라서 식(2)과 식(3)을 식(4)에, 식(2)을 식(1)에 식(5), (6)을 얻을 수 있다. 매니플레테에서의 독립진자 시스템은 식(5), (6)과 같은 비선형 동역학 방정식의 형태를 갖는다.

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta + mlb(\sin^2\theta + l\cos^2\theta)\dot{\theta} = -mlL\cos\theta\ddot{\phi} \quad (5)$$

$$(J + mL^2)\ddot{\phi} - mLlb\cos\theta\ddot{\theta} + mLl\cos\theta\dot{\theta} - mLl\sin\theta\dot{\theta}^2 = T \quad (6)$$

실제 비선형 시스템의 제어를 제어기법을 사용하기 위해 비선형 시스템을 동작점 근처에 대해 선형화하여 제어를 적용한다. 진자의 위치가 수직 뒷방향일 때 ($\cos\theta \approx 1$, $\sin\theta \approx \theta$, $\dot{\theta}^2 \approx 0$, $\phi = 0$, $\dot{\phi} = 0$)에 대해 선형화하면, 다음과 같이 선형화된다.

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl\theta + mlb\dot{\theta} = -mlL\ddot{\phi} \quad (7)$$

$$(J + mL^2)\ddot{\phi} - mLlb\dot{\theta} + mLl\dot{\theta} = T \quad (8)$$

상태 방정식에서

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \dot{y} = Cx + Du \quad (9)$$

$x = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta}]^T$, $x = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta}]^T$ 이다

u 은 시스템에 인가되는 토크입력이다.

행렬의 계산값은 다음과 같다.

$$a_0 = I(J + mL^2) - ml^2(J + 2ML^2)$$

$$a_1 = m^2l^2gL, \quad a_2 = -ImLlb$$

$$a_3 = (J + mL^2)mgl, \quad a_4 = -(J + 2ML^2)ml^2b$$

$$b_1 = (I - ml^2), \quad b_2 = mL$$

$$A = \frac{1}{a_0} \begin{bmatrix} 0 & a_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_0 \\ 0 & 0 & a_3 & a_4 \end{bmatrix}, \quad B = \frac{1}{a_0} \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ 0 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$C = [0010], \quad D = [0]$$

2.2 시간 지연 제어 기법

시간지연 제어기(TDC, Time delay control)에 대해 살펴보면 동작중의 시스템의 관성 및 외력등의 변화로 각각의 변수들을 예측하거나 비선형 제어 또는 반복 동작에 의존하지 않고 시간지연을 이용해 직접 예측하는 제어론이다. 동역학 식을 갖는 비선형 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}} = \hat{f}(\hat{x}, t) + B(\hat{x}, t)\hat{u} + d(t) \quad (10)$$

$$\hat{y} = Cx$$

여기서, $\hat{f}(\hat{x}, t)$: 비선형 벡터, $B(\hat{x}, t)$: 제어영향 행렬, \hat{u} : 제어 입력, $d(t)$: 외란을 나타낸다.

식(10)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = \hat{f}(\hat{x}, t) + \hat{B}(\hat{x}, t)\hat{u} \quad (11)$$

$$\hat{y} = Cx$$

여기서, $\hat{f}(\hat{x}, t) = f(\hat{x}, t) + (B(\hat{x}, t) - \hat{B})\hat{u} + d(t)$

이 시스템이 추종하고자 하는 선형의 기준 모델(reference model)을 다음과 같이 설정할 때

$$\dot{\hat{x}}_m = A_m \hat{x}_m + B_m \hat{r} \quad (12)$$

$\hat{e} = \hat{x}_m - \hat{x}$ 라고 하면, 다음과 같은 오차 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\hat{e}} = A_m \hat{e} + (-\hat{f}(\hat{x}, t) + A_m \hat{x} + B_m \hat{r} - B \hat{u}) \quad (13)$$

선형의 오차 방정식을 얻기 위해서

$$-\hat{f}(\hat{x}, t) + A_m \hat{x} + B_m \hat{r} - B \hat{u} = 0 \quad (14)$$

가 되는 제어 입력 \hat{u} 를 설정하면 다음과 같이 된다.

$$\hat{u} = \hat{B}^{-1}(-\hat{f}(\hat{x}, t) + A_m \hat{x} + B_m \hat{r}) \quad (15)$$

이

$$\hat{f}(\hat{x}, t) = \hat{x} - \hat{B}(\hat{x}, t)\hat{u} \approx \hat{x}(t-L) - \hat{B}\hat{u}(t-L) \quad (16)$$

L 이 충분히 작을 때 이 관계가 성립한다.

본 논문에서는 다음과 같이 제어기를 구성하였다. 다음 그림 3과 같다.

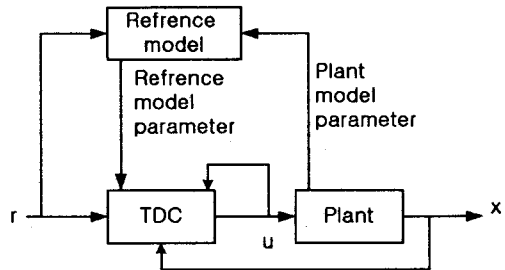


그림 3. 기준 모델을 사용하는 TDC

2.3 모의실험

각 파라미터의 값은 다음과 같다.

$$L: 0.5m, \quad l: 1m, \quad m: 0.03kg,$$

$$M: 12kg, \quad g: 9.8067 \text{ m/s}^2$$

이에 대한 각 행렬의 값은

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -35.3041 & 0.4800 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -23.5361 & 0.4200 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -80 \\ 1 \\ -120 \end{bmatrix}$$

$$C = [0010], \quad D = [0]$$

기준모델을 다음 같이 삼으면

$$Am = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5657 & 2261 & -8880 & -1585 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 8485 & 3391 & -13290 & -2378 \end{bmatrix}, Bm = \begin{bmatrix} 0 \\ -80 \\ 0 \\ -120 \end{bmatrix}$$

초기치를 0.2(rad)을 주고 모의 시험을 수행하였다. 그림 4는 트래킹하는 동안 플랜트 에 가해지는 입력을 나타낸 것이다. 그리고 그림 5에서 도립진자의 회전각의 변화를 나타내고 있다. θ 가 도입된 상태 0에 수렴하고 있다.

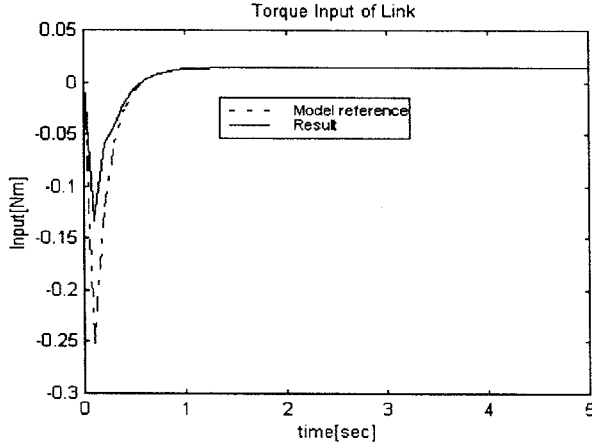


그림 4. 링크의 토크 입력

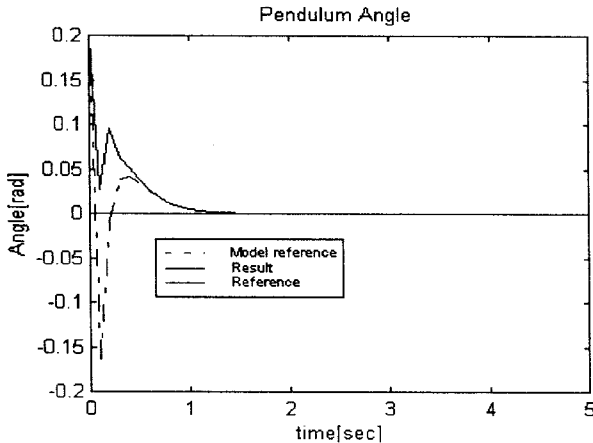


그림 5. 도입진자의 각

3. 결 론

본 논문에서는 매니플레이터를 이용한 도입진자제어를 시간 지연 제어를 사용하여 구현하였다. 모의 실험을 통해 시간지연 제어가 매니플레이터의 도입진자를 제어 할 수 있다는 것을 보여주었고 기준모델에 따라 제어기 성능이 있음을 보여 주었다.

[참 고 문 헌]

- [1] O. Egeland, "On the Robustness of the Comuted Torque Technique in Manipulator Control," Proc. IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation, pp.1203-1288, 1986
- [2] T.C. Hsia, "Adaptive Control of Robot Manipulators - A Review," Proc. IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation, pp.183-189, 1986
- [3] V.I. Utkin, "Variable Structure Systems with Siding Modes," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-22, No.2, pp.212-222, 1977
- [4] Tasuku Hoshino and Katsuhisa Furuta, "Stabilization of 2-D inverted pendulum via partial exact linearization", Proceedings of the 2nd Asian Control Conference, pp. II-495-498, 1997
- [5] 최현철, 한상완, 홍석교, "로봇 매니플레이터를 위한 가속도 제한이 없는 수정된 시간 지연 제어 기법에 관한 연구", 아주대학교 공학석사 학위 논문, 1997
- [6] 송재복, 이승만, "시간 지연 제어를 이용한 엔진 토크 및 엔지/자동변속기 속도 제어 시스템", Journal of Control, Automation and Systems Engineering, Vol. 2, No. 2., pp. 81-86, June, 1996