

퍼지-랜덤 변수를 이용한 실시간 이산 시스템의 성능 평가

민 병 조, 김 학 배
연세대학교 전기·컴퓨터공학과

Performance Evaluation of a Real-Time System Using a DES Model with Fuzzy-Random Variables

Byungjo Min and Hagbae Kim

Dep. of Electrical & Computer Engineering, Yonsei University

Abstract - 엄격한 시간 제약성에 의해 특성화되는 실시간 시스템의 성능을 평가하기 위해서 퍼지-랜덤 변수가 포함된 이산 사건 모델을 제시한다. 실시간 시스템의 정확성은 출력의 논리적 결과 뿐 아니라 반응시간에도 의존하므로, 본 논문에서는 실시간 시스템의 성능을 유연하게 평가하기 위해서 퍼지-랜덤 변수에 의해 적절하게 변형된 상태 오토마타를 제시하고 그 오토마타를 적용한 수치 예제를 제시한다.

1. 서 론

유동적인(dynamic) 시스템의 특성을 표현하는 형태는 크게 세가지로 분류된다. 시연속 시스템을 표현하는데 있어서는 미분 및 차분 방정식이 오랜 기간의 발전을 이루어 왔다. 하지만 컴퓨터의 출현으로 이산 사건 모델링은 급속한 속도로 발전하는 컴퓨터의 성능과 더불어 복잡한 생산시스템, 통신 및 컴퓨터 시스템의 설계 등의 다양한 분야에서 응용범위를 넓혀왔다.

미분 및 차분 방정식은 그 특성상 수치적이지만 좀 더 복잡한 유동시스템을 표현하는데는 한계가 있으며, 이러한 복잡한 시스템의 표현하는데 있어서 이산 사건 모델링이 고성능 컴퓨터의 잠재적 능력을 활용한다는 측면에서 더 유연하며 효과적일 수 있다.

대부분의 상용시스템에서 상태 방정식 분석에 기인한 여러가지 성능측정법 및 성능지수들이 제시되었고 사용되어왔다. 그러나 실시간 시스템은 요소(component)에러/고장의 결과가 전체 시스템의 재난으로 직접적으로 이어질 수 있기 때문에 이러한 고장에 영향을 미치는 동작 환경과 작업부하에 대한 정보가 일반적인 시스템에 비해 더욱 중요하게 부각된다. 그러므로, 시스템의 성능은 다른 보통의 시스템과는 달리 시제약성과 계산 시간 지연(Computational Time Delay, CTD)을 동시에 고려해야되는 차별성을 지닌다[1].

시연속 유동 시스템에서 시계수 제한성을 유도하기 위해 상태 방정식을 이용한 연구가 제안되었다[2]. 하지만 이산 사건 시스템에서 시간정보나 시계수 제한성에 연관되어 성능을 측정할 연구는 거의 이루어지지 않았다. 실시간 시스템에서 시제약성 또는 계산 시간 지연은 기본적으로 시스템의 상태를 운영하는 시스템 유동성에 의존하게 된다. 그러나 실시간 시스템에서 랜덤하게(stochastically) 변화하는 상태들을 표현하거나 기존의 모델들로 분석하기엔 어려운 면이 있다. 그러므로 본 논문에서는 실시간 시스템의 시제약성에 의해 심각하게 영향받는 시스템 상태를 표현하기 위해서 새로운 방법을 제안한다.

또한, 시제약성을 시스템 상태 또는 시지연으로 인해 초래된 시스템 비용으로 정확하게 대응시키는 것도 쉽지 않기 때문에, 본 논문에서는 두 값들을 대응시키는 방법으로 퍼지 reasoning을 사용하였다. 그러므로 시스템 상태들의 출현은 확률적으로 모델링하면서 각 시스템 상태들은 비용이나 시지연 자체에 관련된 퍼지 로직을 사용하여 표현된다. 결과적으로, 퍼지-랜덤 변수로 정의된

변수를 실시간 시스템의 시정보에 연관된 사건(event)들의 퍼지성과 랜덤성을 분석하는데 사용되었다. 실제로 이전에 이와 연관된 논문으로 [3]에서는 퍼지-랜덤 변수의 개념을 $F: \Omega \rightarrow F(R)$ 과 같이 소개하였고, [4]에서는 퍼지-랜덤 변수의 표기를 $F: \Omega \rightarrow F(R)$ 과 같이 정의하기도 하였다. 이 때, (Ω, A, P) 는 확률 공간이며, $F(R)$ 은 함수, $\{x \in R^n; u(x) \geq \alpha \text{ for each } \alpha \in (0, 1)\}$ 의 조건을 만족시키는 $u: R^n \rightarrow [0, 1]$ 여야 한다. 그러나, 이전 연구들에서는 퍼지-랜덤 확률 함수를 정의하고 실시간 시스템에 적용 가능한 퍼지-랜덤 변수들의 기본적인 원리에 관련된 성과는 전무하다고 판단된다. 따라서, 본 논문에서는 퍼지-랜덤 변수들의 새로운 정의를 제시하고, 퍼지-랜덤 사건의 확률을 구하기 위해 기본적인 원리를 유도하며, 퍼지-랜덤 변수가 내장된 상태 오토마타의 표현을 통해 각각의 사건에 적절한 보상값(reward)을 줌으로써 실시간 시스템의 성능을 보다 정확하게 측정할 것이다.

2. 본 론

2.1 퍼지-랜덤 변수가 포함된 상태 오토마타

본 절에서는 퍼지-랜덤 변수들의 정의와 기본적인 원리를 설명하고, 주로 실시간 시스템을 표현하기 위한 이산 사건 모델을 설명한다. 2.2절에서는 제시된 형식들을 통해서 실시간 시스템의 성능을 평가하고, 2.3절에서는 간단한 시스템에 대한 수치예제를 제시한 후에 결론을 내린다.

우선적으로, 퍼지-랜덤 변수의 정의를 소개하고 어떻게 그 변수들이 유동 시스템들의 사건을 표현하는데 사용되는지 알아본다. 다음으로, 퍼지-랜덤 변수들을 상태 오토마타에 적용하여 실시간 시스템의 상태 모델을 구축할 것이다.

퍼지 stochastic 현상[5]과 랜덤 변수들의 일반화를 수학적으로 표현하기 위해서 본 논문에서는 퍼지성과 랜덤성이 같이 통합된 불확실한 정보를 퍼지-랜덤 변수를 사용하여 표현하였다. 그러면, 퍼지-랜덤 변수들을 사용함으로써 실시간 시스템의 포괄적이고 유동적인 상태를 표현할 수 있고, 사건들의 퍼지성과 랜덤성을 통합하여 표현함으로써, 복잡한 시스템특성을 간략화할 수 있다. 퍼지-랜덤 변수는 다음과 같다.

정의: (Ω, A, P) 를 확률 공간이라 하자. $\tilde{X}: \Omega \rightarrow F_0(R)$ 의 대응을 확률 공간에서의 퍼지 랜덤 변수라고 한다. 임의의 어떤 $\alpha \in (0, 1)$ 와 $\omega \in \Omega$ 에 대해서,

$$\tilde{X}_\alpha(\omega) = \{x | x \in R, \tilde{X}(\omega)(x) \geq \alpha\} = [X_\alpha^-, X_\alpha^+]. \quad (1)$$

여기서 \tilde{X}_α 는 랜덤 구간이며, X_α^- 와 X_α^+ 는 두 개의 랜덤 변수이다. 본 논문에서는 우선적으로 시스템 상태에 의해 주어지는 특정한 이산 시간 영역 함수나 이산 비용 함수를 다루기 때문에 α -레벨의 개념을 적용하지 않았고, X 의 영역을 단순히 비용 영역으로 간주하였다. 퍼지-랜덤 변수는 ω 가 대응되는 실수가 구간으로 존재한다는 측면에서 랜덤 변수와 특징적으로 다르기 때문에 퍼지-랜덤 변수와 ω 의 관계가 일대일로 대응되는 것이

아니고, 여러 가지의 ω 값들이 같은 실수 구간을 공유하게 되고, 그들의 관계는 소속도로써 특징지워질 수 있게 된다. 이제, 퍼지-랜덤 변수들의 확률을 (i) w 가 이산이고 X 가 이산일 경우와 (ii) w 가 이산이고 X 가 연속인 경우에 대해서 정의한다. 그리고, ω 와 X 가 이산적인 값을 갖는 경우, 표기는 ω_i 와 X_i 로 하며, 이들은 ω 의 i 번째 요소와 실수축 위에 X 의 i 번째 요소를 각각 의미한다. 이러한 관계는 그림 1에 나타나 있다.

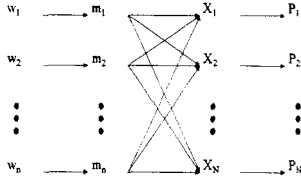


그림 1. 이산 퍼지-랜덤 변수들과 각각의 요소들, 소속도 및 확률의 관계도

각각의 ω_i 는 역시 이산적인 값을 가지는 표준화된(normalized) 소속도 함수 m_i 를 가진다. 그림 2는 x 축으로 X_1, \dots, X_N 의 값들을 가지며, y 축으로 표준화된 소속값 $\beta_1^i, \dots, \beta_N^i$ 를 가지는 소속도 함수 m_i 를 표현한 것이다.

대부분의 상용 컴퓨터 제어 시스템들의 경우, 시스템의 대부분 동작들은 이산 샘플링 시간을 기반으로하는 디지털 컴퓨터의 성능에 의존한다. 그러므로, 실시간 시스템을 모델링하면서, X 의 영역을 이산 시간 영역 i 로 간주할 수 있으며, 이 때, X_i 는 시스템의 i 번째 샘플링 시간을 의미하고, 또한 실제 시스템의 경우, 유한한 시간 구간만을 다루게 된다. 유사한 이유로, X 의 영역을 시스템의 사건에 포함되는 비용값이라고 간주할 수 있다. 그러므로 매우 큰 수 N 까지 X 의 영역을 제한한다는 적절한 가정을 세울 수 있으며, X_i 는 $i=1, \dots, N$ 에서 존재한다고 할 수 있다. 이제 위의 경우들에 대하여 퍼지-랜덤 변수들의 확률 함수 $P(X_i)$ 를 다음과 같은 식(2)로 정의한다.

$$P(X_i) = \sum_j P_j \beta_j^i \text{ for } j=1, \dots, N \quad (2)$$

여기서 $P(X_i)$ 는 퍼지-랜덤 변수 \bar{X} 가 실수값 X_i 에 속할 확률이고, P_j 는 ω_j 가 ω_i 에 속할 확률이다. 또한 모든 i 에 대하여 $\sum_j \beta_j^i = 1$ 과 $\sum_j P_j = 1$ 이 성립한다. 식(2)를 행렬형태로 표현하기 위해, 퍼지-랜덤 변수 벡터, 표본요소 벡터를 각각 $P_x = [P(X_1), \dots, P(X_N)]$ 와 $P_w = [P_1, \dots, P_N]$ 로 정의한다. 그러면 식(2)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_x = P_w M \quad (3)$$

여기서 $P_x \in R^{1 \times N}$, $P_w \in R^{1 \times n}$ 이고 M 는 다음과 같은 소속도값 행렬로 구성되어 있다.

$$\begin{bmatrix} \beta_1^1 & \beta_2^1 & \dots & \beta_N^1 \\ \beta_1^2 & \beta_2^2 & \dots & \beta_N^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_1^n & \beta_2^n & \dots & \beta_N^n \end{bmatrix}$$

그러므로, $\bar{X} \leq X_i$ 를 의미하는 확률은 다음과 같이 표현된다.

$$P(\bar{X} \leq X_i) = P(X_1) + P(X_2) + \dots + P(X_i) \quad (4)$$

$$= \sum_{j=1}^i \sum_k P_k \beta_k^j$$

이제 X 가 연속적인 값을 가지는 경우도 위와 유사하게 확률 분포함수를 구할 수 있다. $\bar{X} = x$ 인 확률은 다음과 같다.

$$P(\bar{X} = x) = \sum_i P_i m_i(x) \text{ for } x \in [0, \infty), \quad (5)$$

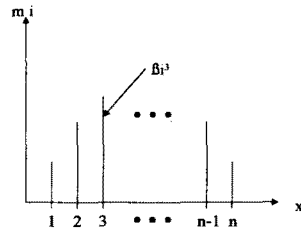


그림 2. 소속도 함수 m_i

여기서 $m_i(x)$ 는 x 가 i 번째 표본요소 X_i 에 소속되는 소속도의 값을 의미하며, $\sum_i P_i = 1$, $\int_0^\infty m_i(x) dx = 1$ 을 만족한다.

만일 $G_i(x) = \int_0^x m_i(t) dt$ 라 정의한다면, 다음과 같은 식의 결과를 얻게 된다.

$$P(\bar{X} \leq x) = \int_0^x P(\bar{X} = t) dt = \int_0^x \sum_i P_i G_i(t) dt \quad (6)$$

$$= \sum_i P_i G_i(x).$$

퍼지-랜덤 변수들에 의해 적절히 변형된 시상태 오토마타 형태를 이용하여 실시간 시스템을 이산 사건을 중심으로(DES) 모델링한다. 우선 상태 오토마타는 다음과 같은 7가지 요소로 구성된다.

$$(E, S, \Gamma, f, s_0, m_i).$$

여기서 $E, S, \Gamma(s), f, s_0$ 와 m_i 는 각각 가산 사건 집합, 상태 공간, $s \in S$ 를 만족하는 s 에 대해 feasible한 사건 집합, 상태전이 함수, 초기 상태 및 i 번째 사건 요소 ω 에 대한 소속도 함수를 의미한다. 식(4)를 사용하여 다음과 같은 고장과 데드라인 정보를 통합하는 사건들을 함축한 유동적인 시스템을 표현하는 DES 모델을 구축할 수 있다.

상태들은 정상 상태 S_0 , 제어기 고장상태 S_1 , 시스템 고장상태 S_2 로 구성되며, 사건 집합 E 는 고장 발생사건 ω_0 와 고장 회복 ω_1 , 데드라인 초과 ω_2 와 각각 사건 $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ 에 대한 소속도 함수들은 $m_0(x), m_1(x), m_2(x)$ 로 정의된다고 한다. 또한 각각의 feasible 사건 집합과 상태 전이 함수는 다음과 같이 표현된다고 가정한다.

$$\Gamma(S_0) = \{\omega_0\}, f(S_0, \omega_0) = S_1,$$

$$\Gamma(S_1) = \{\omega_1, \omega_2\}, f(S_1, \omega_1) = S_0,$$

$$f(S_1, \omega_2) = S_2, \Gamma(S_2) = \emptyset.$$

이러한 시스템의 상태전이는 그림3과 같이 주어진다. 식(4)와 소속도값 행렬 M 을 결합함으로써 비용변수인 X_i 의 확률을 용이하게 계산할 수 있다.

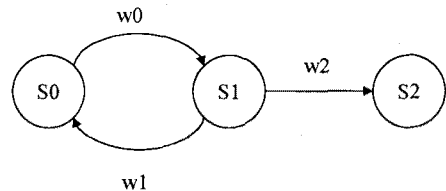


그림 3. 고장과 데드라인을 표현한 실시간 시스템의 상태 전이도

2.2 실시간 시스템의 성능 분석

대다수 시스템의 정량적 성능은 정성적인 특성에 대부분 의존하는 것이 상식적인 사실이다. 다른 상용 시스템들과 달리 실시간 시스템의 특성은 엄격한 시간제한성과

고장 발생시의 현저한 성능 저하 등을 고려할 수 있다 (6). 대부분의 연구에서 고장과 회복을 무시한 순수한 성능 모델들은 단지 논리적인 정확성 차원에서 작업을 완수하는 능력만을 고려해왔다. 그러나, 본 논문에서는 앞 절에서 언급한 고장 발생과 시간 지연 효과를 반영하는 DES기법을 활용하여 시스템의 유용성을 모델링하였다. 그러므로 성능 지수는 고장의 발생이나 데드라인 초과 등의 사건의 특성을 반드시 포함해야만 하며, 사건의 모호함을 나타내고, 비용 효과를 전체 시스템의 성능에 적절하고 효과적으로 반영하기 위해서 퍼지-랜덤 변수를 사용하였다.

또한, 시스템의 성능을 유연하게 측정하기 위하여, 비용 변수 확률을 보상값(reward) 구조로 간주하는 시스템의 보상값을 모델에 도입하였다. 보상값 구조 뿐만 아니라, 사건(event)의 구조를 변형할 수 있는 자유도를 고려하면, 보상값 모델을 통해 목표 시스템의 광역적인 시뮬레이션 상황을 표현할 수 있다. 결과적으로 보상값이 시스템 상태변화를 여러 가지 다른 보상비로 특성화하여 시스템 특성을 더 정확하게 표현할 수 있게 된다. 결과적으로 제시된 모델에서 시스템 구조의 유용성과 주변 환경의 영향을 반영하는 성능 지수는 비용 변수의 확률과 보상값의 곱을 더한 값으로 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$P_{sys} = \sum_{i=1}^N r_i P(X_i), \quad (7)$$

여기서 P_{sys} , r_i , $P(X_i)$ 는 각각 시스템의 성능지수, X_i 라는 비용 변수에 관련된 보상비(reward rate)와 X_i 비용 변수의 확률을 의미한다. 만일 \mathbf{R} 을 보상비 벡터로 정의하면, 식(2)와 (3)에서 정의된 \mathbf{P}_x , \mathbf{P}_w 와 \mathbf{M} 으로 다음과 같은 행렬로 표현된다.

$$\mathbf{P}_{sys} = \mathbf{P}_x \mathbf{R} = \mathbf{P}_w \mathbf{M} \mathbf{R}, \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{P}_x \in R^{1 \times N}$, $\mathbf{P}_w \in R^{1 \times n}$ 이고 $\mathbf{R} = [r_1, \dots, r_n]^T$ 이다.

각각의 비용 변수 X_i 는 시스템 특성에 의해 결정되며, [0,1] 사이의 값을 갖는다. 또한 비용 변수 확률 $P(X_i)$ 는 식(4)에 의해 유도할 수도 있다. 또한 어떤 응용에 요구되는 시스템의 최소 성능 P_{min} 에 대한 정보가 주어진다면, CTD 사건의 소속도값을 조정함으로써 전체 시스템의 성능이 P_{min} 보다 작아지는 경우의 CTD 사건의 소속함수를 구할 수 있다. 결국 CTD 사건의 정보를 연성 시계수 제한성으로 간주할 수 있으므로, 주어진 시스템의 연성 시계수제한성을 유도할 수 있다.

2.3 수치 예제

제안된 성능 측정법의 활용가능성을 설명하기 위하여, 다음의 수치 예제를 살펴보기로 한다. 반도체 생산 시스템에서, 고속 열처리 공정기(Rapid Thermal Process, RTP)는 기기 자체의 유연성과 신속성 때문에 여러 목적의 다양한 공정에서 널리 활용되고 있다. RTP는 웨이퍼를 처리하기 위해서 필요한 공정들, 즉 담금질(annealing), 클리닝(cleaning), 산화(oxidation), 화학적 증기 증착(chemical vapor deposition, CVD) 등의 다양한 공정을 수행할 수 있는 웨이퍼 가공기로 수행중의 공정들에서, 웨이퍼라인의 오염, 갑작스런 램프 오동작, 웨이퍼 손상 등의 여러 고장들이 발생할 수 있다. 또한, 여러 공정 과정 중에서 고장이 발생하면 고장진단 및 회복기법을 통하여 고장을 감지, 제거할 수 있다. 그러나, 일정한 시간(경성시제한성이라 정의하는)내에 프로세서가 회복되지 못하면 전체 시스템은 다운되거나 적어도 전체 생산 시스템의 성능에 심각한 피해를 입히게 된다.

RTP와 관련된 간단한 상태 전이는 그림3에 잘 나타나 있다. 사건요소 벡터 \mathbf{P}_w 과 보상값 벡터 \mathbf{R} 과 소속값 행렬 \mathbf{M} 은 미리 주어지거나 실험적으로 구할 수 있다고 가정한다. 소속도 행렬을 계산하기 위해서 가장 대표적

으로 사용되는 소속도함수를 적용하였으며, 보상값도 선형적으로 증가하는 경우(보상레벨1)와 감소하는 경우(보상레벨2)와 지수적으로 감소하는 경우(보상레벨3)에 대하여 시스템의 성능을 계산하였고, 그 결과는 표1에 나타나 있다.

- Case 1: Uniform 소속함수인 경우,
- Case 2: Gaussian 소속함수인 경우,
- Case 3: Triangular 소속함수인 경우,
- Case 4: 비대칭 polynomial 소속함수인 경우.

표 1. 여러 가지 소속도 함수에 대한 시스템 성능

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
P_{sys} (보상 레벨1)	0.5001	0.6283	0.6667	0.2845
P_{sys} (보상 레벨2)	0.5001	0.3718	0.3334	0.7156
P_{sys} (보상 레벨3)	0.6321	0.5457	0.5162	0.7637

위와 같은 간단한 위의 예제를 통해 계산된 성능크기의 순위가 보상레벨의 변화에 따라 다르다는 것을 쉽게 알 수 있다. 다시 말해, 전체 시스템의 성능이 비용 변수의 분포뿐만 아니라 그것의 보상값에도 의존한다는 것으로 결론지을 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 퍼지-랜덤 변수를 사용하여 DES 모델을 구축하였으며, 이를 통해, 실시간 시스템의 성능을 평가하는 기법을 제안하였다. 구체적으로 퍼지-랜덤 변수를 사용하여 시스템 사건의 퍼지성과 랜덤성을 통합할 수 있으며, 시스템 상태와 시간정보 사이의 모호성도 모델에 반영할 수 있다는 면을 보였다. 또한 지연 효과들을 분석함으로써, 성능 정보 분석을 통해 연성 시계수제한성을 유도하는 방법에 대해 논의하였고, 이러한 결과는 간단한 예제를 통해 유용하게 활용될 수 있음을 검증하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] K. G. Shin and C. Krishna, "New performance measures for design and evaluation of real-time multiprocessors", *Int'l J. Computer Science & Engineering*, vol. 1, no.4, 179-192, 1986.
- [2] K. G. Shin and H. Kim, "Derivation and Application of Hard Deadlines for Real-Time Control Systems", *IEEE Trans. on Systems, Man, & Cybernetics*, vol. 22, no. 6, pp. 1403-1413, 1992.
- [3] M. Puri, D. Ralescu, "Fuzzy random variables", *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 114, pp. 409-422, 1986.
- [4] H. Kwakernaak, "Fuzzy random variables", *Inform. Sci.*, vol. 15, pp. 1-29, 1978.
- [5] W. Guanguyan, Z. Yue, "The theory of fuzzy stochastic processes", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 51, pp. 161-178, 1992.
- [6] K. G. Shin, C. M. Krishna, Y.-H. Lee, "A unified method for evaluating real-time computer controllers and its application", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol 30, no.4, pp. 357-366, 1985.