

최적화된 퍼지 파라메타생성기를 이용한 안정한 궤적제어기

\* 장홍민\* 김용백\* 김대준\* 최영규\* 김성신\*  
부산대학교 전기공학과\*

The Stable Path Tracking Controller  
with the Optimized Fuzzy Parameters Generator

\* Hong-Min Jang\* Young-Bak Kim\* Dae-Jun Kim\* Young-Kiu Choi\* Sungshin Kim\*  
Dept. of Electrical Pusan National Univ.\*

**Abstract** - We design the stable controller with variable gains and reference velocity in order to apply to this controller the proper gains and reference velocity generated with fuzzy logic in on-line. The proposed controller is applied to solve two problems including the reference velocity tracking problem and speedy tracking problem. The result of the simulation show a robust performance under the different conditions

같은 목적함수를 최소화하는 최적화된 고정 게인을 가진 제어기를 test 궤적위에 시뮬레이션을 통해 두 결과를 비교하여 본 연구에서 제안한 제어기의 우수함을 증명해 보이하고자 한다

1. 서 론

차륜구동 이동로봇은 높은 이동도를 갖는 전 방향 특수 구조의 이동로봇에 비해 2자유도의 낮은 이동도이지만 구조의 단순함과 신뢰성의 장점으로 많은 연구가 되어 왔다.

이동 로봇시스템의 궤적제어기는 일반적으로 운동학을 이용한 posture tracking controller와 동역학을 이용한 velocity tracking controller로 구성되어 있다. 기존의 연구방향들은 Kanayama et al [4]이 제안한 형태에 공칭 안정성이 보장된 posture tracking controller의 속도 출력값을 torque제어를 이용하여 빠른 시간내에 추종하는 velocity tracking controller에 관심을 많이 보여 왔다. [3] 하지만 아무리 이상적인 torque 제어를 한다 하더라도 구동 모터의 특성으로 인해 가속도와 속도의 제한을 받게 된다. 이런 제약조건에도 불구하고 posture tracking controller의 최적화문제에 대한 관심도 [2]가 상대적으로 낮은 실정이다.

본 논문은 이런 속도와 가속도의 제한적인 가정하에 posture tracking controller를 기준속도와 게인을 포함하지 않는 Lyapunov 에너지함수를 사용하여 게인과 기준속도를 가변하여도 공칭안정도를 보장 받도록 설계한다. 공칭 안정도가 보장된 제어기 위의 기준속도와 게인을 로봇의 궤적 오차와 궤적의 곡률 변화에 적절한 값을 가지도록 퍼지 제어기를 이용하여 생성하고자 한다.

그리고 tracking 문제를 기준 경로의 기하학적인 궤적과 함께 기준 속도를 가능한 적은 속도 오차 내로 추적하는 문제와 기준 경로의 기하학적인 궤적을 가능한 빠른 시간 내에 추적하는 두 가지 문제로 나누고 전자의 경우를 기준속도 궤적 추적이(Velocity regulation tracking controller)로 정의하고 두 개의 곡률을 가진 training 궤적위에서 위치오차와 속도오차를 포함하는 목적함수를 최소화 하도록 유전알고리즘에 기초한 오프라인으로 최적화된 규칙을 가진 퍼지제어기를 이용해 각 상황에 적절한 게인을 생성하도록 설계한다. 후자의 경우는 속도형 궤적추적기(Speedy tracking controller)로 정의하고 위치오차와 단위거리당 걸린 시간을 포함하는 목적함수를 최소화 하도록 역시 같은 방법의 최적화된 제어기를 이용해 각 상황에 적절한 게인과 기준속도를 생성하도록 설계한다.

이렇게 설계된 제어기와 같은 training 궤적위에서

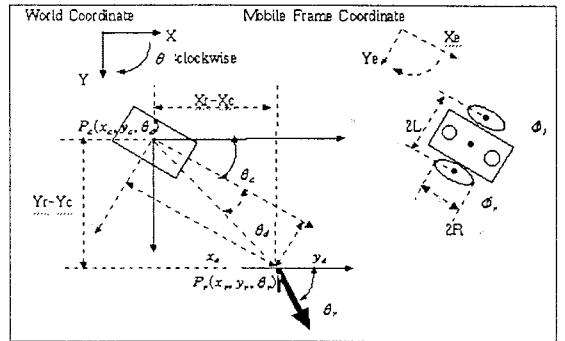


그림 1 모빌로봇 모델링  
Fig. 1 Modeling of mobile robot

2. 본 론

2.1 차륜구동 모빌로봇의 운동학과 가정

1. Pure rolling conditions:

$$\dot{p}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = J(\theta_c) u_c = \begin{bmatrix} \cos \theta_c & 0 \\ \sin \theta_c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_c & 0 \\ \sin \theta_c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R}{2} & \frac{R}{2} \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_l \\ \phi_r \end{bmatrix}$$

: 로봇이 직렬 미끄러짐을 가지지 않는 조건

2. Nonslipping conditions:  $\dot{y}_c \cos \theta_c - \dot{x}_c \sin \theta_c = 0$

: 로봇이 병렬 미끄러짐을 가지지 않는 조건

3. Posture Error.

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c & 0 \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \theta_r - \theta_c \end{bmatrix}$$

: 로봇의 센서가 외부에 위치할 경우는 절대좌표계를 사용할 수 있지만 일반적인 자율이동로봇은 자신에게 외부 정보를 알 수 있는 센서를 가지므로 로봇자신의 이동 좌표계를 갖는 경우가 더 현실적이다. 그래서 World Coordinate가 아니라 Frame Coordinate를 사용해 제어기를 설계한다. 그리고 센서범위는 로봇의 위치로 부특정거리로 제한한다.

4. Reference trajectory

$$p_r = [x_r, y_r, \theta_r]^T, u_r = [V_r, \dot{\theta}_r]^T, \dot{p}_r = J(\theta_r) u_r$$

### 2.1.1 velocity tracking controller 가정

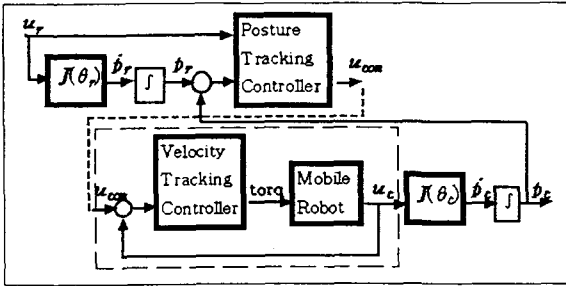


그림 2 두 개의 제어기를 가진 이동로봇의 제어구조  
Fig. 2 Control Structure of mobile robot with two controllers.

velocity controller는 동력학식에 의해 마찰이나 다른 미지의 방해성분에 대해 충분히 강인하도록 설계되어진다면 이동로봇의 궤적 추적문제는 속도와 가속도의 제한적인 Disturbances만을 가지는 posture tracking 문제로 바뀌게 된다.

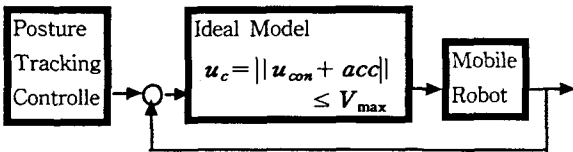


그림 3 이상적인 속도추적 제어기를 가진 이동로봇의 제어구조  
Fig. 3 Control Structure of mobile robot with ideal velocity tracking controller

1. 최대, 최소 속도제한
2. 최대, 최소 가속도 제한
3. 로봇 두 바퀴사이의 거리로 인한 최대, 최소 각속도 최대 최소 각가속도 제한

### 2.2 Posture tracking controller 설계

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= V_r \cos \theta_e - V_c + \dot{\theta}_e x_e \\ \dot{y}_e &= V_r \sin \theta_e - \dot{\theta}_e y_e \\ \dot{\theta}_e &= \dot{\theta}_r - \dot{\theta}_c \end{aligned}$$

$$\dot{p}_e = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta}_c & \frac{V_r(\cos \theta_e - 1)}{\theta_e} \\ \dot{\theta}_c & 0 & \frac{V_r(\sin \theta_e - 1)}{\theta_e} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} p_e + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u_e$$

where  $V_r = \dot{x}_r \cos \theta_r + \dot{y}_r \sin \theta_r$

$$u_e = u_r - u_c = \begin{bmatrix} V_r - V_{con} \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta}_{con} \end{bmatrix}$$

$V_{con}$ 은  $V_r$ 과  $x_e$ 에 비례하고  $\theta_e$ 와  $\dot{\theta}_{con}$ 에 반비례하고

$\dot{\theta}_{con}$ 은  $\dot{\theta}_r$  and  $\sin \frac{\theta_e}{2}$ 에 비례함을 기초로 아래와 같이 제어기를 제안한다.

$$u_{con} = \begin{bmatrix} V_{con} \\ \dot{\theta}_{con} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_r \cos \theta_e + K_x x_e + g(x_e, y_e, \theta_e) \\ \dot{\theta}_r + K_\theta \sin \frac{\theta_e}{2} + f(x_e, y_e, \theta_e) \end{bmatrix}$$

Lyapunov 에너지 함수는 제인과  $V_r$ 을 포함하지 않도록 아래와 같이 제안한 다음,  $\dot{V}(p_e) \leq 0$  되도록  $g(x_e, y_e, \theta_e)$ 와  $f(x_e, y_e, \theta_e)$ 를 찾으면

$$V(p_e) = \frac{1}{2}(x_e^2 + y_e^2) + 4 \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \geq 0$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(p_e) &= x_e \dot{x}_e + y_e \dot{y}_e + \sin \left( \frac{\theta_e}{2} \right) \dot{\theta}_e \\ &= x_e (y_e \dot{\theta}_c - V_c + V_r \cos \theta_e) \\ &\quad + y_e (-x_e \dot{\theta}_c + V_r \sin \theta_e) + \sin \left( \frac{\theta_e}{2} \right) (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x_e y_e \dot{\theta}_c - K_x x_e^2 - x_e g(x_e, y_e, \theta_e) \\ &\quad - x_e y_e \dot{\theta}_c + V_r y_e \sin \theta_e \\ &\quad + \sin \left( \frac{\theta_e}{2} \right) \left\{ -K_\theta \sin \frac{\theta_e}{2} - f(x_e, y_e, \theta_e) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -K_x x_e^2 - K_\theta \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \\ &\quad - x_e g(x_e, y_e, \theta_e) \\ &\quad + V_r y_e \sin \theta_e - \sin \left( \frac{\theta_e}{2} \right) f(x_e, y_e, \theta_e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x_e, y_e, \theta_e) &= V_r y_e \sin \theta_e - \sin \left( \frac{\theta_e}{2} \right) f(x_e, y_e, \theta_e) - x_e g(x_e, y_e, \theta_e) \\ &= V_r y_e 2 \sin \frac{\theta_e}{2} \cos \frac{\theta_e}{2} - \sin \left( \frac{\theta_e}{2} \right) f(x_e, y_e, \theta_e) + x_e g(x_e, y_e, \theta_e) \\ &= \sin \frac{\theta_e}{2} \left\{ 2 V_r y_e \cos \frac{\theta_e}{2} - f(x_e, y_e, \theta_e) \right\} + x_e g(x_e, y_e, \theta_e) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x_e, y_e, \theta_e) = 2 V_r y_e \cos \frac{\theta_e}{2} - x_e g(x_e, y_e, \theta_e) = 0$$

$$= -K_x x_e^2 - K_\theta \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \leq 0, \quad (K_x, K_\theta > 0)$$

위로부터

$$u_c = \begin{bmatrix} V_r \cos \theta_e + K_x x_e \\ \dot{\theta}_r + K_\theta \sin \left( \frac{\theta_e}{2} \right) + 2 V_r y_e \cos \frac{\theta_e}{2} \end{bmatrix}$$

이 제어기의 전역적인 안정성을 조사하면 the cases  $\dot{V} = 0$ .

Case a :  $x_e = y_e = \theta_e = 0$

zero tracking errors를 의미한다.

Case b :  $x_e = 0, \theta_e = 0, y_e \neq 0$ .

$y_e$ 가 0이 아닌 평행점이 존재할 수 있다.

로봇이 경로와 나란하게 움직이는 상황이지만 기준 속도가 0이 아니면  $x_e$ 와  $\theta_e$  역시 변화하게 되므로 물리적으로 이런 국부적 평행점을 유지할 수 없다.

: Lasalle theorem

Case c :  $x_e = 0, y_e \neq 0, \theta_e = \pi$ .

$y_e$ 와  $\theta_e$ 가 0이 아닌 평행점이 존재할 수 있다.

로봇이 뒷방향으로 경로와 나란하게 이동하는 상황이지만 기준속도가 ( $V_r \neq 0$ ) 0이 아니고 경로가 계속 변한다면 물리적으로 이런 상황을 유지할 수 없다.

: Lasalle theorem

따라서 경로의 기준속도가 0이 아니면 양의 제인과 0이 아닌 기준속도의 변화에도 전역적으로 안정한 제어기가 된다.

### 2.3 두 가지 tracking 문제 제시

일반적으로 경로를 추적하는 문제는 경로의 기하학적인 궤적을 허용범위의 오차로 추적하는 문제이지만, 실제 적용에 있어서 보면 이런 일반적인 문제위에 시간 최적화 문제와 정속도 유지 문제가 함께 고려되어 질 수 있을 것이다. 그래서 본 논문에선 시간 최적화 문제를 고려한 것을 속도 궤적 추적문제로, 정속도 유지 문제를 고려한 것을 기준속도 궤적 추적문제로 나누어 설계한다.

#### 2.3.1. 기준속도 궤적 추적 파라메타 생성기 설계

특정속도를 유지하는 문제는 운반대상의 물체에

힘을 가하지 않고 이동을 원하는 문제등에 적용할 수 있는 상황으로서 최적화시킬 목적함수를 아래와 같이 설계한다.

$$J_V = K_{Jx} \sum x_e^2 + K_{Jy} \sum y_e^2 + K_{J\theta} \sum \theta_e^2 + K_{Jv} \sum V_e^2$$

where  $V_e = V_r - V_c$

제한한 Posture tracking controller의  $K_x, K_\theta$ 는 로봇의 상황에 따라 적절한 값을 가질 수 있도록 퍼지 로직을 이용한다. 퍼지 로직의 규칙은 위의 목적함수를 최소화하는 방향을 갖도록 GA를 이용해 찾는다.

$$K_x = \text{fuzzy}_x(x_e, \theta_e), \quad K_\theta = \text{fuzzy}_\theta(y_e, \theta_e)$$

### 2.3.2. 속도형 궤적 추적 파라메타 생성기 설계

가능한 빠른 시간내에 기준 경로를 통해 목적지에 이르는 문제로 목적함수는 다음과 같다.

$$J_T = K_{Jx} \sum x_e^2 + K_{Jy} \sum y_e^2 + K_{J\theta} \sum \theta_e^2 + K_J \sum T_{ave}^2$$

where  $T_{ave} = \frac{t_{total}}{d_{total}}$

위와 같은 방법으로  $K_x, K_\theta$ 의 생성기를 설계하고,  $V_r$  역시 퍼지 로직을 이용하여 매순간 적절한 값을 갖는 생성기를 설계한다. 퍼지 제어기의 규칙은 GA를 통해 적절한 값을 찾는다

$$K_x = \text{fuzzy}_x(x_e, \theta_e), \quad K_\theta = \text{fuzzy}_\theta(x_e, \theta_e)$$

$$V_r = \text{fuzzy}_v(x_e, \psi) \text{ where } \psi \text{ 곡률변화율}$$

### 2.4 각 제어기의 모의실험

GA로 찾은  $K_x = 6.6322$   $K_\theta = 16.0064$ ,  $V_r = 70 \text{ cm/s}$ 을

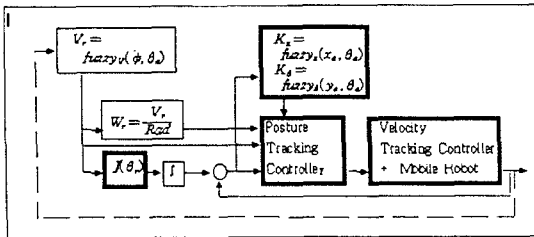


그림 4 생성기를 포함한 궤적제어기의 전체 블록도  
Fig. 4 Block diagram of tracking controller with proposed generator

가지고 모의실험한 결과와 계인생성기와 기준속도 생성기를 이용하여 모의실험한 결과를 비교해 보면 그림5에

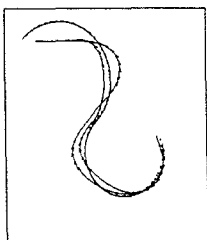


그림 5 속도형 궤적 추적기 실험1  
Fig 5 Simulation results1 using Speedy tracking

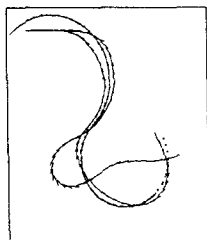


그림 6 속도형 궤적 추적기 실험 2  
Fig.6 Simulation results1 using Speedy tracking

나타나듯이 생성기로 제어한 결과가 더 좋음을 알 수 있

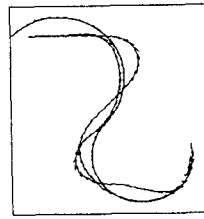


그림 7 기준속도 궤적 추적 실험 1  
Fig.7 Simulation results1 using Ref.Vel tracking

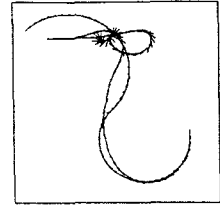


그림 8 기준속도 궤적 추적 실험 2  
Fig. 8 Simulation results2 using Ref.Vel tracking

다. 로봇의 초기치를 달리한 실험2의 경우 기준속도를 일정하게 한 제어기는 실험1에서 찾은 계인들을 그대로 두고 실험한 결과 발산하지만 제한한 제어기는 잘 추적을 할 수 있다.

그림 7, 8는 기준속도 궤적 추적을 모의실험한 결과인데 역시 GA로 찾은 고정 계인 제어기는 같은 초기치에서는 생성기를 가진 제어기와 비슷한 결과를 보이지만 다른 초기치에서는 추적성능이 현저하게 나빠짐을 알 수 있다

### 3. 결 론

본 논문에서는 궤적추적기의 계인과 기준속도값을 퍼지 로직을 이용해 온라인으로 생성한 적절한 값을 제어기에 적용하기 위해 계인과 기준속도의 가변에도 안정한 제어기를 설계하고 이 제어기를 기반으로 생성한 계인과 기준속도를 적용한 제어기를 두 가지 실제 적용문제인 기준속도 궤적제어와 속도형 궤적제어로 나누어 각각 고정된 최적 계인 제어기보다 우수함을 실험해 보였다. 퍼지 제어기를 구성함에 있어서 퍼지규칙은 GA로 최적화를 시켰지만 입력출력변수의 최적화문제 역시 앞으로 더 보강되어야 할 문제로 남아 있다. 또, 신뢰성있는 training궤적과 test궤적의 연구가 더 진행되어야 할 과제라 생각된다.

### [참 고 문 헌]

- [1] 장홍민, 김용백, 이성훈, 최영규, "Development of Soccer Robot Using Neural Networks, Fuzzy logic," *Proc of the 13th KACC*, pp 248, 1998
- [2] Jong-Hwan Kim and Hyun-Sik Shim, "Evolutionary Programming-Based Optimal Robust Locomotion Control of Autonomous Mobile Robots," *in Proc. of the Fourth Annual Conf. on Evolutionary Programming*, 1995
- [3] R. Fierro, F.L. Lewis, "Control of a Nonholonomic Mobile Robot Backstepping kinematics into dynamics," *in Proc. IEEE Conf. Decision Contr. New Orleans, LA*, pp. 3805-3810, 1995
- [4] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, and T. Noguchi, "A stable tracking control method for and autonomous mobile robot," *in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, pp 384-389, 1990
- [5] Y.L. Zhang, S.A. Velinsky, X. Feng, "On the Tracking Control of Differentially Steered Wheeled Mobile Robots," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.119, 1997