

순응성 관절을 갖는 2축 도립 진자의 자세 제어

전 세 중\*, 이 건 영  
광운 대학교 전기 공학과

Attitude Control of The Double Inverted Pendulum with Compliant Joint

Se Joong Jeon, Keon Young Yi  
Dept. Electrical Engineering, Kwangwoon University

**Abstract** - This paper presents the attitude control of the double inverted pendulum with compliant joint. The biped robot with compliant ankle joint instead of a motor have a good contact between it's sole and ground in the uneven ground.

The compliant ankle joint proposed here is composed of springs and mechanical constraint. The lower link is hinged on the plate to free for rotation in the vertical plate. The upper link is connected to the lower link through a DC motor. The DC motor is used to control the posture of the pendulum by adjusting the position of the upper link.

The algorithm for controlling a proposed inverted pendulum is nonlinear feedback controller. Simulation with mathematical model are conducted to show the validity of the proposed controller.

1. 서 론

최근에 산업 현장에서는 점차 로봇이 사람을 대신하여 다양한 작업을 수행 할 뿐만 아니라 사람과 같은 환경 내에서 협조하여 작업을 수행하게 된다. 대부분의 환경이 인간 위주로 설계 되어왔기 때문에 적용할 수 있는 로봇 또한 제한적이라 할 수 있다. 즉, 주행 로봇의 경로를 고려하지 않은 계단, 협소한 지형에서의 작업, 거친 바닥 면에서의 이동은 두발 보행이 필수적이라 할 수 있다.

두발 보행 로봇의 개발 및 보행 자세 제어의 일환으로 제시된 2축 도립 진자는 보행중인 두발 보행 로봇이 한 발로 몸을 지탱하고 있는 자세를 모사 한 것이다. 지금까지 도립 진자 시스템을 이용한 보행 로봇의 자세 제어에 관한 많은 연구가 있었으나[1,2], 본 논문에서 제시하는 두발 보행 로봇은 순응성 발목 관절을 가지고 있는 형태로써 인간의 발목 관절을 모사 한 것이다.

사람의 발목 관절에 대한 연구에서 알 수 있듯이 사람이 곧바로 서있는 자세는 순응성 하부 관절을 갖는 2축, 또는 3축 도립 진자로 모델링 하여 해석 할 수 있다.

즉, 제어 대상은 발목 관절에 구동력이 없이 기구적인 제약과 스프링을 이용한 순응성을 부여하여 나타낼 수 있다. 본 시스템은 2자유도를 갖으나 단일의 구동기를 갖는 underactuated system으로서 비선형 시스템이며 이와 유사한 형태의 Acrobot, Pendubot이 많이 연구되고 있다[3,4,5,6]. 이러한 연구는 우주나 바다 속에서 일부 구동기가 고장이 난 경우에 응용될 수 있다.

논문의 전반부에서는 제시된 2축 도립 진자 시스템의 수학적 모델링을 다루며, 이어서 상부 관절의 DC 모터를 구동하기 위한 비선형 피드백 제어를 제시한다. 마지막으로, 제시된 제어기의 타당성을 검증하기 위해서 수학적 모델링에 대한 시뮬레이션을 실행한다.

2. 본 론

2.1 도립 진자 시스템의 수학적 모델링

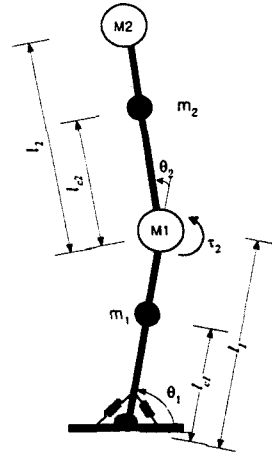


그림 1. 도립 진자 시스템의 구성도  
Fig. 1. Schematic diagram of the double inverted pendulum system

순응성 관절을 가지는 도립 진자 시스템은 그림 1과 같다. 하단 링크는 고정판 위에서 x-z평면에 대해서 회전이 자유롭게 부착되어 있으며, 수직 축을 중심으로  $\pm 10^\circ$ 의 제약 범위를 갖고 있다. 이는 발목 관절이 일정 구간에서만 자유롭게 이 범위를 벗어나지 못하도록 제약을 가하는 발목 관절의 성질을 적용한 것이다. 하단 링크와 동일한 재질로 이루어진 상단 링크는 두발 보행 로봇이 한 발로 지탱하고 있는 자세를 모델링한 것으로 몸통과 스윙하고 있는 다른 쪽 다리를 나타내며 상대적으로 질량이 크다. 하단 링크와 상단 링크는 DC 모터를 통해 연결되어 있으며, 이 DC 모터는 실제적으로 도립 진자를 움직이는 구동력을 제공한다.

표 2. 시스템 파라미터  
Table 2. Parameter of the system

	링크1	링크2
길이(m)	0.668	0.898
무게(kg)	0.896	1.948
COG거리(m)	0.32	0.42
관성계수(kg·m <sup>2</sup> )	0.0056	0.0056

표 2는 도립 진자 시스템의 매개 변수와 상수 값을 나타내며 현재 제작 중인 8축 9링크 로봇의 규격을 근거로 산출하였다. 하단 링크의 기준 각도는 고정판을 기준으로 반 시계방향으로 설정하였으며, 상단 링크의 기준 각

도는 하단 링크의 연장선을 기준으로 반 시계 방향으로 설정하였다. 링크1의 무게는 링크 자체의 무게에 관절에 부착된 모터의 무게를 합한 것이며 COG의 거리는 각 관절에서 무게 중심까지의 거리를 나타낸다. 각 링크의 관성 계수는 모터를 고체 원통으로 간주하여  $\frac{1}{2} M_i R_i^2$ 로 구해줄 수 있으며 여기서  $R_i$ 는 모터의 반경을 나타낸다. 그리고, 링크는 균일한 매질의 막대로 간주하고 산출( $\frac{1}{3} m_i l_i^2$ )하였으며, 모터의 회전자의 관성은 계산된 값에 비하여 상당히 작아 무시하였다.

### 2.1.1 제어 대상의 모델링

제어 대상을 모델링하기 위해 라그랑지 방정식을 이용하였다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau_i, \quad i=1,2,3 \quad (1)$$

$$L = T - V \quad (2)$$

여기서  $T$  및  $V$ 는 각각 도립 진자의 운동 에너지 및 위치 에너지를 나타내며,  $L$ 은 라그랑지안이다.

식 (1), (2)로부터 다음과 같은 동적 방정식을 얻는다.

$$D(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + g(\theta) = \tau \quad (3)$$

여기서,  $\theta$ 는 관절각 벡터,  $D(\theta)$  및  $C(\theta, \dot{\theta})$ 는 관성 행렬 및 구심력과 코리올리력의 항이고,  $g(\theta)$ 는 중력항이다. 식 (3)으로부터 2축 도립 진자의 동적 방정식을 구하면 식 (4), (5)와 같다.

$$d_{11} \ddot{\theta}_1 + d_{12} \ddot{\theta}_2 + 2h \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + h \dot{\theta}_2^2 + f_1 \dot{\theta}_1 + g_1 + k\theta_1 = 0 \quad (4)$$

$$d_{21} \ddot{\theta}_1 + d_{22} \ddot{\theta}_2 - h \dot{\theta}_1^2 + f_2 \dot{\theta}_2 + g_2 = \tau_2 \quad (5)$$

하부 관절에 구동기가 없는 본 시스템은 식 (4)에서 입력 토오크가 "0"임을 알 수 있다. 그리고,  $f\dot{\theta}$ 항을 두어 각 관절의 마찰력을 고려하였으며 관절에 스프링을 부착하여 순용성을 부여하였기 때문에 식 (4)에서  $k\theta_1$ 항을 두어 이를 고려하였다. 동적 방정식에 관련된 각 파라미터는 아래와 같다.

$$d_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_1 + I_2$$

$$d_{12} = d_{21} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2$$

$$d_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$h = -m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2$$

$$g_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos \theta_1 + m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$g_2 = m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

### 2.2 제어기 설계

제시된 2축 도립 진자가 갖는 비 선형성에 무관하게 초기 위치에서 최종 위치로 이동하기 위해서 비 선형 피드백 제어기를 제시한다.

순용성을 가진 본 시스템은 구동력이 없이 스프링과 기구적인 제약만을 가지기 때문에 관절 2에 있는 DC모터의 입력만으로 두 관절의 위치를 제어해야 한다.

시스템에 관한 동적 방정식 (4), (5)에서  $\ddot{\theta}_2$ 에 대해서 정리하면 아래 식(6)과 같이 쓸 수 있으며  $\theta_2$ 만으로 구성된 다음의 동적 방정식에서  $\theta_2$ 을 제어하여 간접적으로  $\theta_1$ 을 제어할 수 있다.

$$\left( d_{22} - \frac{d_{12}^2}{d_{11}} \right) \ddot{\theta}_2 - N_2(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2) = \tau_2 \quad (6)$$

$$N_2(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2) = 2h \frac{d_{12}}{d_{11}} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + h \dot{\theta}_1^2 + h \frac{d_{12}}{d_{11}} \dot{\theta}_2^2 + \frac{d_{12}}{d_{11}} f_1 \dot{\theta}_1 - f_2 \dot{\theta}_2 + \frac{d_{12}}{d_{11}} g_1 - g_2 \quad (7)$$

여기서  $N_2$ 는 비 선형 항을 나타내며 이를 피드백하여  $\theta_2$ 의 원하는 궤적으로 구성된 제어 입력을 만들게 된다. 이 때  $\theta_2$ 의 최종 위치는 수직 축을 기준으로  $-10^\circ$ 로 설정하며 동시에  $\theta_1$ 의 최종 위치는 수직 축을 기준으로  $10^\circ$ 로 설정한다. 두 관절각의 최종 위치를 추종함과 동시에 하단 링크가 반대쪽 제약에 접근 할 때의 속도를 "0"으로 하기 위해서 먼저  $\theta_1$ 의 각도를 최종 위치에 접근 시키는 상태가 필요하다. 이를 위해서 먼저  $\theta_{1d}$ 의 궤적을 필요로 하며 이 궤적은 그림 3과 같이 구해지게 되며 근사화한 식은 cos커브를 형성하게 된다.

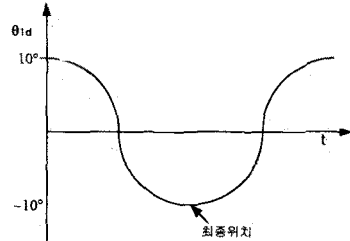


그림 2. 하단 링크의 기준 궤적  
Fig. 2. Reference trajectory of lower link

실제로 하부 관절에 인가되는 토오크는 식 (8)과 같이 구해지게 된다.

$$T_1 = -m_1 g l_1 \sin \theta_1 + m_2 g (l_2 \sin \theta_2 - l_1 \sin \theta_1) \quad (8)$$

관절각이 원하는 위치와 일치 되었을 때 인가되는 토오크는 "0"이 되어야 하기 때문에 식 (8)으로부터 하부 관절을 제어하기 위해서 필요한 상부 관절의 각도가 식 (9)와 같이 산출되게 된다.

$$\theta_{2d} = \sin^{-1}(K_m \sin \theta_{1d}) \quad (9)$$

$$K_m = \frac{(m_1 + m_2) l_1}{m_2 l_2} \quad (10)$$

식(7)에 나타나는 비 선형 항을 피드백 입력으로 하여  $\theta_2$ 의 원하는 궤적( $\theta_{2d}$ )으로 구성된 제어 입력을  $U$ 로 설정하여 다음과 같은 제어기를 구성한다.

$$U = \ddot{\theta}_{2d} + 2\zeta\omega_n \dot{\theta}_2 + \omega_n^2 \theta_2 \quad (11)$$

$$\tau_2 = \left( d_{22} - \frac{d_{12}^2}{d_{11}} \right) U - N_2(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2) \quad (12)$$

여기서  $\ddot{\theta}_2$ 는 관절 2의 위치 오차로서, 기준 각도와 측정 각도의 오차, 즉,  $\theta_{2d} - \theta_2$ 이다.

$$\ddot{\theta}_2 + 2\zeta\omega_n \dot{\theta}_2 + \omega_n^2 \theta_2 = 0 \quad (13)$$

이 제어 입력으로부터 상단링크의 위치를 조정함으로써 하단 링크의 최종 위치에 안정하게 접근함을 알 수 있다. 여기서,  $\zeta$ 와  $\omega_n$ 은 설계자가 임의로 설정할 수

있는 제동비와 고유 주파수이다.

하단 링크 위치를 안정하게 목표위치로 제어한 후에  $\theta_2$ 의 최종 위치를 추종하기 위해서 DC 모터에 토크를 인가하게 된다. 이 때 하단 링크는 반대 쪽 제약에 접촉하고 있기 때문에 하단 링크에 독립적으로 상단링크를 제어할 수 있게 된다.

### 2.3 시뮬레이션 및 결과

순응성 관절을 가진 2축 도립 진자의 자세를 제어하기 위해 제시된 제어기의 타당성을 보이기 위해서 제어 대상의 수학적 모델에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 제어 대상 및 제어 프로그램은 C언어로 작성되었으며, 모델링에 사용된 상수값은 현재 제작중인 로봇의 규격을 근거로 작성하였다.

링크의 초기 위치는 수직 축을 기준으로  $\theta_1 = -10^0$ ,  $\theta_2 = 10^0$ 로 설정하였으며 초기 및 최종 위치에서의 속도를 "0"으로 설정하여 진동이 발생하지 않도록 설정하였다. 보상기 제어 입력을 위해  $\zeta = 1, \omega_n = 25$ 로 설정하여 제어하였다.

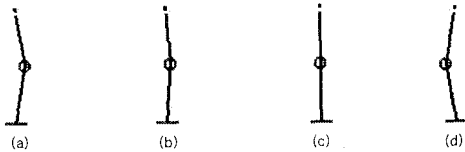


그림 3. 비 선형 피드백 제어기를 이용한 제어  
Fig. 3. Control with nonlinear feedback controller

(a)는 초기 상태로 하단 링크가 한 쪽 제약에 접촉하고 있는 상태를 나타내며 (b)는 상단 링크가 도립 상태로 진입하고 있는 상태를 나타낸다. (c)는 도립한 상태를 나타내며 이 때 하단 링크는 일정한 가속도를 가지고 반대쪽 제약으로 향하게 되므로 DC모터에 역 토크를 인가하여 상단 링크를 역회전시킨다. (d)는  $\theta_1, \theta_2$ 의 목표 값  $10^0, -10^0$ 에 접근한 상태를 나타내고 있으며 초기 속도와 최종 속도를 각각 "0"으로 설정하였기 때문에 하단 링크가 반대쪽 제약에 부드럽게 접근함을 나타내고 있다.

### 3. 결 론

본 논문에서 제시하고 있는 순응성 발목 관절을 갖는 두발 보행 로봇은 발목 관절에 구동기가 없음에도 불구하고, 상단 링크의 위치를 조정함으로써 하단 링크를 제어할 수 있다. 초기 위치를  $\theta_1 = -10^0, \theta_2 = 10^0$ 로 설정하고 DC 모터에 입력 토크를 계산하여 넣어줌으로써 순응성 관절이 반대쪽 제약에 부드럽게 접근하는 제어가 가능함을 보이고 있다.

본 시스템은 2자유도를 가지지만 하나의 구동기만을 가진 시스템으로서 이러한 underactuated system은 우주나 수중에서 작업을 수행하는 로봇의 일부 구동장치가 고장난 경우에 응용될 수 있으며, 로봇을 제어하기 위해 다수의 모터를 사용하지 않아도 될 뿐 아니라 연산량도 현저하게 감소하는 장점을 가진다.

앞으로 기구적인 제약 조건 및 스프링의 탄성 계수를 변화시켜서 시스템의 안정도 마진을 높이고자한다.

- [1] K.Y. Yi, "Walking of Biped robot with compliant ankle joints", Proc. 1997 IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.245-250,1997
- [2] K.Y. Yi, "The Attitude Control of The Double Inverted Pendulum with Periodic DIsturbance", 광운대학교 신기술 연구소 논문집, 제27집, pp.139-148, 1998년 7월
- [3] M.W. Spong, "The Swing Up Control Problem for the Acrobot", IEEE Control Systems, Vol.15, No.1, pp.49-55, 1995
- [4] Hirohiko Arai, Kazuo Tanie, "Feedback Control of a 3-DOF Planar Underactuated Manipulator", Proc. 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.703-709, 1997
- [5] Keum-Shik Hong, Sung-Chull Sohn, Kyung-Jin Yang, "Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems via Feedback Linearization and Energy Based Lyapunov Function", Proc. of the 11th KACC, pp.77-80, 1996
- [6] 유기호, "Dynamics and Motion Control of an Underactuated Manipulator", 제어 자동화 시스템공학 논문지, 제3권, 제5호, pp.476-480, 1997
- [7] J.K. Mills, "Stability of Robotic Manipulators During Transition to and from Compliant Motion", Automatica, Vol.26, No.5, pp.861-874, 1990
- [8] J. Yamaguchi, A. Takanishi "Development of a Biped Walking Robot Having Antagonistic Driven Joints Using Nonlinear Spring Mechanism", Proc. 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.185-191, 1997