

간편간접추론방법을 이용한 비선형 퍼지 I+PD 제어기의 설계

채창현, 채석, 박재완*, 윤명기
 금오공과대학교 대학원 전자제어공학과

Design of Nonlinear Fuzzy I+PD Controller
 Using Simplified Indirect Inference Method

Chang-Hyun Chai, Seok Chae, Jae-Wan Park, Myong-Kee Yoon
 Dept. of Control Eng. KNU

Abstract : This paper describes the design of nonlinear fuzzy I+PD controller using simplified indirect inference method. First, the fuzzy I+PD controller is derived from the conventional continuous time linear I+PD controller. Then the fuzzification, control-rule base, and defuzzification using SIIM in the design of the fuzzy controller are discussed in detail. The resulting controller is a discrete time fuzzy version of the conventional I+PD controller, which has the same linear structure, but are nonlinear functions of the input signals. The proposed controller enhances the self-tuning control capability, particularly when the process to be controlled is nonlinear. When the SIIM is applied, the fuzzy inference results can be calculated with splitting fuzzy variables into each action component and are determined as the functional form of corresponding variables. So the proposed method has the capability of the high speed inference and adapting with increasing the number of the fuzzy input variables easily. Computer simulation results have demonstrated the superior to the control performance of the one proposed by D. Misir et al.

단축되는 장점 등이 있다. 그러나, 제어입력이 퍼지 입력의 조합에 의한 20개의 영역으로 분할되고, 퍼지 입력변수의 수가 증가하면 적용하기 어려워 퍼지 PI+D 또는 퍼지 PD+I 형의 제어기로 구현되도록 제한된다. 1995년 H. X. Li 등[10]은 가속도 오차를 사용하지 않은 Hybrid 속도형 퍼지PI/위치형 퍼지PD 제어기를 제안하였으나, 하나의 규칙 테이블에 의해 퍼지 PI와 퍼지 PD 논리를 조정해야 하므로 성능 향상에 한계가 있다. 1996년 Santos 등[11]은 3개의 입력변수(오차, 속도오차 및 가속도 오차)와 8개의 퍼지규칙을 사용하는 퍼지 PID 제어기를 제안하였으나, 입력변수 공간이 48개의 영역으로 분할되어 적용하기 어려운 단점이 있다. 또한 Otsubo 등[12]은 3개의 입력변수와 6개의 퍼지규칙을 사용하는 퍼지 PID 제어기를 간편 간접추론방법을 사용하는 Hybrid 퍼지 PID 제어기를 제안하였으나, 정상상태에서 동작하는 기존 PID 제어기의 최적 동조해야 하는 문제점이 있다. C. Liu 등[13]은 제어입력 공간분할에 의한 퍼지 PID 제어기를 설계하였으나, 퍼지 제어입력을 구하기 위하여 적분을 수행하여야 하는 단점이 있다.

본 논문에서는 간편 간접추론방법(Simplified Indirect Inference Method : SIIM)을 사용하는 비선형 퍼지 I+PD 제어기를 설계하였다. 제안된 제어기는 선형 디지털 I+PD 제어기의 구조를 사용하였고, 퍼지 I 제어 알고리즘과 퍼지 PD 제어 알고리즘에 대해 각각 4개의 간단한 퍼지 If-Then 규칙으로 구성된다. 제어기의 퍼지화부는 2개의 단조증가 선형함수를 사용하였고, 단조증가 비선형 비퍼지화를 적용한 후 가중치 결합으로 제어입력을 생성한다.

제안된 제어기의 성능을 고찰하기 위하여 D. Misir 등 [9]이 사용한 예제를 모의 실험하여 효용성을 입증하였다.

1. 서론

퍼지이론이 Zadeh[1]에 의해 제안되고 Mamdani[2]에 의해 제어시스템에 응용된 이래, 퍼지제어의 설계에 관한 연구는 일반적으로 의미상의 퍼지 PI/PD 제어기 시스템에 대한 연구가 주로 진행되었다. 그러나, 퍼지 PI 제어기는 과도상태 성능 향상에 대한 한계가 지적되었고 [3], 퍼지 PD 제어기는 정상상태 오차를 줄일 수 없다는 한계가 지적되고 있다[12].

1993년 Z. Y. Zhao 등[6]이 퍼지논리에 의한 퍼지 PID 이득 조정기를 제안한 이래 퍼지 PID 제어기에 대한 연구가 급속히 진행되어, 1990년 H. Ying 등[5,6]은 2개의 퍼지 입력변수와 4개의 퍼지규칙, 비선형 비퍼지화를 적용하여 20개의 제어입력 영역으로 분할되는 비선형 퍼지 PI 제어기를 제안하였는데, 1994년 Malki 등 [7,8,9]은 디지털 PID 제어기의 선형 모델을 기초로 Ying 등의 퍼지 PID 제어기를 재설계하였다. Malki 등의 퍼지 PID 제어기는 선형 디지털 PID 구조를 기초로 선형 구조의 비선형 시변 매개변수 이득이 되도록 설계하여, 선형뿐만 아니라 비선형 플랜트에 대해 좋은 제어 성능을 가진다는 것을 입증하였다. 또한 퍼지화부, 퍼지규칙 및 비퍼지화의 전 과정이 최종 퍼지 제어입력의 생성에 관한 식으로 표현되어 수행시간(processing time)이

2. 본론

2.1 디지털 PI+D 제어기와 퍼지 입출력 변수의 결정 (14)

아날로그 PI+D 제어기의 구조는 그림 1로 주어진다.

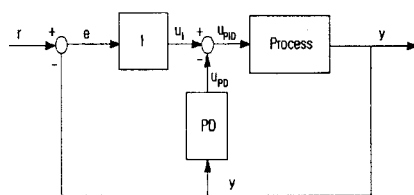


그림 1. 아날로그 I+PD 제어시스템
 Fig. 1 Analog I+PI Control System

2.1.1 퍼지 I 제어 알고리즘

그림 1에서 아날로그 I 제어기의 출력은 식(1)로 주어진다.

$$u_f(s) = \frac{K_i^c}{s} E(s) \quad (1)$$

여기서, K_i^c 는 아날로그 I 제어기의 적분이득이며, $E(s)$ 는 오차신호이다.

식(1)의 방정식을 쌍일차 변환하고 역 z 변환한 후, T로 나누어 식(2~4)와 같이 정의하면 식(5)와 같고, 식(2)를 다시 쓰면 식(6)과 같다.

$$\Delta u_f(n) = \frac{u_f(n) - u_f(n-1)}{T} \quad (2)$$

$$r_e(n) = \frac{e(n) - e(n-1)}{T} \quad (3)$$

$$K = \frac{K_i}{2} \quad (4)$$

$$\frac{u_f(n) - u_f(n-1)}{T} = \frac{K_i}{2} \frac{e(n) - e(n-1)}{T} + K_i e(n-1) \quad (5)$$

$$\Delta u_f(n) = K r_e(n) + K_i e(n-1) \quad (5)$$

$$u_f(n) = u_f(n-1) + T \Delta u_f(n) \quad (6)$$

$$= u_f(n-1) + K_{u'} \Delta u_f(n)$$

식(5)와 식(6)으로 유도된 디지털 I 제어 알고리즘을 사용하여 퍼지 I 제어 알고리즘을 구성한다. 식(5)에서 우변항의 두 항은 퍼지 I 제어 알고리즘의 입력 변수로 사용되고, 식(6)에서 $K_{u'}$ 는 플랜트에 따라 결정되는 퍼지 I 제어 알고리즘의 출력 조절계수이다.

2.1.2 퍼지 PD 제어 알고리즘

그림 1에서 PD 제어 알고리즘은 식(7)로 주어진다.

$$u_{PD}(s) = (K_p^c + sK_d^c) Y(s) \quad (7)$$

여기서, K_p^c 와 K_d^c 는 각각 아날로그 PD 제어 알고리즘의 비례, 미분 이득이다.

쌍일차 변환법을 적용하여 역 z 변환한 후 T로 나누어주면, 식(8)과 같이 된다.

$$\frac{u_{PD}(n) + u_{PD}(n-1)}{T} = \frac{K_p \left[\frac{y(n) + y(n-1)}{T} \right] + K_d \left[\frac{y(n) - y(n-1)}{T} \right]}{T} \quad (8)$$

식(8)에서 식(9~11)로 정의하면 식(12)와 같고, 식(9)를 다시 쓰면 식(13)과 같다.

$$\Delta u_{PD} = \frac{u_{PD}(n) + u_{PD}(n-1)}{T} \quad (9)$$

$$d(n) = \frac{y(n) + y(n-1)}{T} \quad (10)$$

$$r(n) = \frac{y(n) - y(n-1)}{T} \quad (11)$$

$$\Delta u_{PD}(n) = K_p d(n) + K_d r(n) \quad (12)$$

$$u_{PD}(n) = -u_{PD}(n-1) + T \Delta u_{PD}(n) \quad (13)$$

$$= -u_{PD}(n-1) + K_{uPD} \Delta u_{PD}(n)$$

식(12)와 식(13)으로 유도된 디지털 PD 제어 알고리즘을 사용하여 퍼지 PD 제어 알고리즘을 구성한다. 식(12)에서 우변항의 두 항은 퍼지 PD 제어 알고리즘의 입력 변수로 사용되고, 식(13)에서 K_{uPD} 를 퍼지 PD 제어 알고리즘의 출력 조절계수로 사용한다.

2.1.3 퍼지 I+PD 제어 알고리즘의 결합

전체적인 퍼지 I+PD 제어 알고리즘은 식(14)와 같이 된다.

$$u_{PD}(n) = u_f(n) - u_{PD}(n) \quad (14)$$

$$= u_f(n-1) + K_{u'} \Delta u_f(n) + u_{PD}(n-1) - K_{uPD} \cdot u_{PD}(n)$$

구성된 퍼지 디지털 I+PD 제어 시스템은 그림 2와 같다.

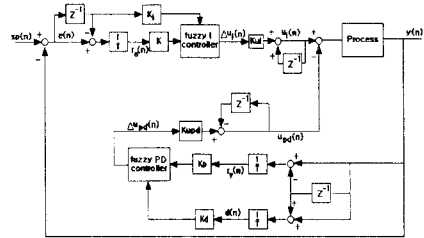


그림 2. 퍼지 디지털 I+PD 제어시스템
Fig. 2 Fuzzy Digital I+PD Control System

2.2 간편 간접추론방식에 의한 퍼지 I+PD 제어

본 논문에서는 A. Otsubo 등[12]이 사용한 SIIM 방법을 적용한다.

2.2.1 퍼지화(Fuzzification)

입력변수에 대한 소속함수는 그림 3과 같이 두 개의 단조증가 선형함수의 식(15)로 정의되며, 입력변수의 소속 정도 ω_i 는 식(16)과 같이 결정된다. 소속정도는 0과 1 사이의 값으로 함수 PA에서 L보다 크면 1로, -L보다 작으면 0이고, 함수 NA에서 L보다 크면 0으로, -L보다 작으면 1로 한다. 그림 3과 식(15)에서 L은 설계변수로 2.3절에서 고찰한다.

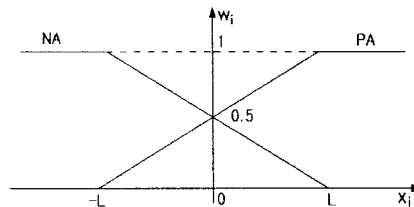


그림 3. 입력 소속함수

Fig. 3 Input Membership Function

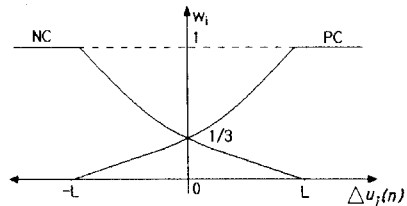


그림 4. 출력 소속함수

Fig. 4 Output Membership Function

$$PA(x_i) = \frac{x_i + L}{2L}, \quad NA(x_i) = \frac{-x_i + L}{2L} \quad (15)$$

$$\omega_{i1} = PA(x_i), \quad \text{또는} \quad \omega_{i2} = NA(x_i) \quad (16)$$

여기서, $x_i (i=1,2,3,4)$ 는 입력변수로 퍼지 I 알고리즘에서는 $K_i e(n-1)$ 과 $K_r e(n)$ 이고, 퍼지 PD 알고리즘에서는 $K_p d(n)$ 와 $K_d r_y(n)$ 이다.

2.2.2 퍼지제어규칙(Fuzzy Control Rules)

퍼지 제어 알고리즘에 대한 제어 규칙은 다음과 같다.

- (R1) IF $K_r e(n)$ is PA, Then Δu_{11} is PC^{-1} .
- (R2) IF $K_r e(n)$ is NA, Then Δu_{12} is NC^{-1} .
- (R3) IF $K_i e(n-1)$ is PA, Then Δu_{21} is PC^{-1} .
- (R4) IF $K_i e(n-1)$ is NA, Then Δu_{22} is NC^{-1} .
- (R5) IF $K_p d(n)$ is PA, THEN Δu_{31} is PC^{-1} .
- (R6) IF $K_p d(n)$ is NA, THEN Δu_{32} is NC^{-1} .
- (R7) IF $K_d r_y(n)$ is PA, THEN Δu_{41} is PC^{-1} .
- (R8) IF $K_d r_y(n)$ is NA, THEN Δu_{42} is NC^{-1} .

출력변수에 관한 소속함수는 그림 4와 같은 2개의 단조증가 비선형 함수로 역함수는 식(17)과 같다.

$$\begin{aligned} PC^{-1} &= L \times [-2 + \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2}] \\ NC^{-1} &= L \times [2 - \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2}] \end{aligned} \quad (17)$$

간편 간접추론방법(SIIM)을 적용할 때, 각 입력변수 x_i 에 관한 입력의 증분 Δu_i 은 2개로, 2개의 소속정도 ω_{i1} 과 ω_{i2} 는 함수 식(18)에서 결정된다.

$$\Delta u_{i1} = PC^{-1}(\omega_{i1}), \quad \Delta u_{i2} = NC^{-1}(\omega_{i2}) \quad (18)$$

2.2.3 비퍼지화(Defuzzification)

식(18)의 퍼지 제어 입력의 크기를 가중치 결합(weighted combination)의 식(19)을 사용하여 각 퍼지 입력 x_i 의 증분 Δu_i 를 결정한다.

$$\Delta u_i = \frac{w_{i1} \Delta u_{i1} + w_{i2} \Delta u_{i2}}{w_{i1} + w_{i2}} \quad (19)$$

퍼지 I 제어 입력의 증분 Δu_I 는 식(20)과 같으며, PD 제어 입력의 증분 Δu_{PD} 는 식(21)과 같다.

$$\Delta u_I = 1/2(\Delta u_1 + \Delta u_2) \quad (20)$$

$$\Delta u_{PD} = 1/2(\Delta u_3 - \Delta u_4) \quad (21)$$

위 식에서 각 퍼지 알고리즘에 의한 증분들은 2개의 입력변수로 결정되어지므로 2로 나눈다[12].

구해진 퍼지 I 제어 알고리즘과 퍼지 PD 제어 알고리즘을 사용한 전체 퍼지 I+PD 제어 알고리즘은 식(22)로 정의된다.

$$\Delta u_{PID} = \Delta u_I - \Delta u_{PD} \quad (22)$$

2.3 모의실험 및 고찰

제안된 퍼지 I+PD 제어기의 효율성을 고찰하기 위하여 D. Misir 등[9]이 사용한 선형 및 비선형 플랜트를 사용하였으며, 퍼지 제어기의 설계에 사용되는 설계변수는 D. Misir 등이 사용한 설계변수를 그대로 사용하거나, 시행착오적으로 조정되었다.

2.3.1 선형 플랜트에 대한 모의실험

첫 번째 제어대상은 식(23)으로 주어지는 선형 일차 플랜트이다. 디지털 I+PD 제어기의 샘플링 주기는 $T=0.1$ [sec]로 선정하였다.

$$H(s) = \frac{1}{s+1} \quad (23)$$

선정된 매개변수에 대한 계단 응답은 그림 5와 같다.

두 번째 제어대상은 식(24)로 주어지는 선형 2차 플랜트의 계단 응답은 그림 6과 같다.

$$H(s) = \frac{2}{s^2 + 4s + 3} \quad (24)$$

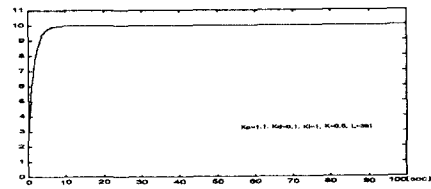


그림 5. 선형 1차 플랜트의 계단 응답

Fig. 5 Step Response for linear 1st-order plant

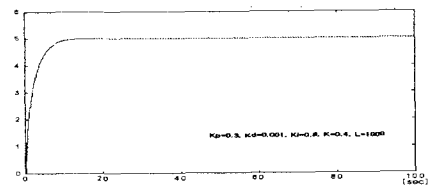


그림 6. 선형 2차 플랜트에 대한 계단응답

Fig. 6 Step Response for linear 2nd-order plant

2nd-order plant

그림 7에 선형 2차 플랜트에 대한 설계변수 모든 매개변수를 고정하고 L의 값을 변화시켜 과도상태를 고찰하기 위하여 20(sec)까지만 도시하였다. 그림 7에서 L이 적절히 동조된 1000보다 많이 작으면 비퍼지화 과정에서 포화(saturation)된 제어입력의 증분이 계속적으로 발생되므로 불안정해지고, 적절히 동조된 값보다 커지면 제어입력의 증분이 작게 되어 상승시간이 길어지는 것을 알 수 있다.

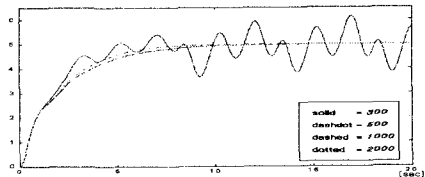


그림 7. L 변화에 따른 응답 비교

Fig. 7 Comparison of Output with varying L

2.3.2 비선형 플랜트에 대한 모의실험

첫 번째 비선형 플랜트는 식(25)와 같으며, 그림 15에서 계단 응답을 도시하였다.

$$y(t) = 0.0001 |y(t)| + u_{PID}(t) \quad (25)$$

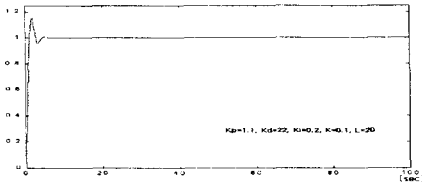


그림 8. 비선형 플랜트 (1)의 계단 응답
Fig. 8 Step Response for nonlinear plant (1)

두 번째 비선형 플랜트는 식(26)과 같으며, 계단응답은 그림 9와 같다.

$$y(t) = y(t) + \sqrt{y(t)} + u_{PID}(t) \quad (26)$$

이상을 종합하여 고찰하면, 제안된 퍼지 I+PD 제어기는 D. Misir 등이 제안한 퍼지 제어기 보다 선형뿐만 아니라, 비선형 플랜트에 대해 더 우수한 제어성능을 가진다는 것을 입증하였다.

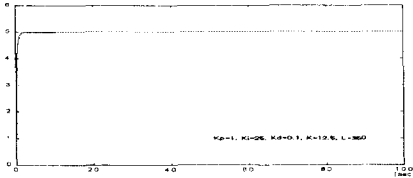


그림 9. 비선형 플랜트 (2)의 계단응답
Fig. 9 Step Response for nonlinear plant (2)

3. 결론

본 논문에서는 간편 간접추론방법을 사용하는 비선형 퍼지 I+PD 제어를 설계하였다. 제안된 제어기는 선형 디지털 I+PD 제어기의 구조를 사용하였고, 퍼지 I 제어 알고리즘과 퍼지 PD 제어 알고리즘에 대해 각각 4개의 간단한 퍼지 If-Then 규칙으로 구성된다. 제어기의 퍼지 화부는 2개의 단조증가 선형함수를 사용하였고, 단조증가 비선형 비퍼지화를 적용한 후 가중치 결합으로 제어입력을 생성한다.

구성된 제어기는 다음과 같은 장점을 가진다. 첫째, 종래의 선형 디지털 I+PD 제어를 기초로 퍼지 I+PD 제어를 설계하므로 구조를 이해하기 쉽다. 둘째, 퍼지 I+PD 제어기의 제어입력이 비선형 함수의 비퍼지화로 결정되므로 선형 및 비선형 플랜트에 우수한 적응능력을 가진다. 셋째, 간편 간접추론방식은 퍼지 제어기의 입력 변수 별로 추론하므로 고속 추론이 가능하고, 입력변수의 증가에 따른 퍼지규칙의 수가 증가하여도 쉽게 적용 가능하다.

제안된 비선형 퍼지 I+PD 제어기의 성능을 D. Misir 등이 사용한 선형 및 비선형 플랜트에 적용하여 우수한 성능을 입증하였다.

추후 연구과제는 제안된 퍼지 제어기의 다양한 모의실험, 제어기의 성능을 향상시키기 위한 매개변수 최적 선정에 관한 고찰 및 BIBO 안정도에 관한 연구 등이다.

참고문헌

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information Control*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [2] E. H. Mamdani, "Application of Fuzzy Algorithm

- for the Control of Dynamic Plants," *Proc. IEE*, vol. 12, no. 12, 1974.
- [3] 이지홍, 채창현, 장점환, "퍼지 리셋기능을 갖는 PI형 퍼지 제어기," *대한전자공학회 논문지*, 제30권, B편, 12호, pp. 87-97, 1993.
- [4] Z. Zhao, M. Tomizuka, and S. Isaka, "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers," *IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybernetics*, vol. 23, no. 5, pp. 1392-1398, 1993.
- [5] H. Ying, W. Siler, and J. J. Buckley, "Fuzzy Control Theory : A Nonlinear Case," *Automatica*, vol. 26, no. 3, pp. 513-520, 1990.
- [6] H. Ying, "The Simplest Fuzzy Controllers using Different Inference Methods are Different Non-linear Proportional-Integral Controllers with Variable Gains," *Automatica*, vol. 29, no. 6, pp. 1579-1589, 1993.
- [7] H. A. Malki, H. Li, and G. Chen, "New Design and Stability Analysis of Fuzzy Proportional-Derivative Control Systems," *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.*, vol. 2, no. 4, pp. 245-254, 1994.
- [8] H. A. Malki, D. Misir, D. Feigenpan, and G. Chen, "Fuzzy PID Control of a Flexible Joint Robot Arm with Uncertainties from Time-Varying Loads," *IEEE Trans. on Cont. Syst. Tech.*, vol. 5, no. 3, pp. 371-378, 1997.
- [9] D. Misir, H. A. Malki, and G. Chen, "Design and Analysis of a Fuzzy Proportional-Integral-Derivative controller," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 79, pp. 297-314, 1996.
- [10] H. X. Li and H. B. Gatland, "A New Methodology for Designing a Fuzzy Logic Controller," *IEEE Trans. on Syst., Man, and Cyber.*, vol. 25, no. 3, pp. 505-512, 1995.
- [11] M. Santos, S. Dormido, and J. M. de la Cruz, "Fuzzy-PID Controllers vs. Fuzzy-PI Controllers," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 79, pp. 1598-1604, 1996.
- [12] A. Otsubo, K. Hayashi, S. Murakami, and M. Maeda "Fuzzy Hybrid Control Method Applying Simplified Indirect Inference Method," *Fifth IEEE Int. Conf. on Fuzzy Sys-tems*, pp.283-289, 1996.
- [13] C. Liu, J. Xu, and C. C. Hang, "Comparison Between a Fuzzy PID Controller and a Kind of Nonlinear PID Controller," *Proc. of 36th CDC.*, pp. 2736-2741, 1997.
- [14] K. Astrom and B. Wittenmark, "Computer-Contrlled Systems : Theory and Design," Prentice-Hall, 1984