

## B 스플라인 함수를 이용한 화상 확대 보간에 관한 연구

이국렬 손진운 김학범\* 이웅중\*\* 이상범  
울산대학교 \*가톨릭상지대학 \*\*창원기술대학

### A Study of Interpolation of Image Magnifying using B-Spline Function

Guk-Youl Lee Jin-Woon Son Hak-Burm Kim\* Yong-Joong Lee\*\* Yang-Burm Lee  
Ulsan University \*Catholic Sangji College \*\*Changwon Polytechnic College

**Abstract** - 화상을 확대함으로써 생기는 화상 둥통화(blurring) 현상과 불리화 현상을 제거하기 위해 본 논문에서는 방향성을 고려한 B 스플라인 함수를 이용하여 화상을 보간하는 방법을 제시한다. 이 방법은 Hermite 3차 스플라인 함수나, Bezier 곡선 함수를 이용한 방법보다 적은 차수를 가질 수 있으므로 계산량을 줄일 수 있다. 또한 화소를 중심으로 수직, 수평, 대각선 방향의 분산값을 구하여 변화가 적은 방향으로 보간을 실행함으로써 불리화 현상과 둥통화 현상을 감소시켜 확대 화상을 보간 시킨다.

#### 1. 서 론

최근 컴퓨터 비전의 응용분야에 상당한 진보가 이루어져 왔으며, 산업용 로봇을 이용하여 부품을 조립 및 검사하는 분야, 자동 문자 인식, 지문의 자동 처리, 기상 예보와 농산물 작황 평가를 위한 항공기 혹은 위성 사진의 자동 기계 처리 분야 등에서 활발히 연구되고 있다. 이러한 각각의 분야에서 컴퓨터 비전을 이용한 자동 시각 검사 과정은 화상 획득, 획득된 화상의 정보처리, 처리된 화상 정보 분석 등의 세 가지 과정으로 이루어져 있다. 이 중 화상 획득 과정에서 방대한 데이터량과 화상 확대, 오브젝트의 혼들림, 해상도의 한계 등으로 인하여 왜곡현상이 발생하게 된다. 이렇게 왜곡되어 감지된 화상을 이용하여 화상을 분석 또는 해석하여 정보를 얻어내는 것은 상당히 힘들고 어려운 일이다.

이러한 문제점을 해결하고자 각종 보간 함수들을 이용하여 왜곡 또는 확대 화상을 보간하여 가장 우수한 보간 함수를 결정하고, 정확한 화상 분석을 위한 보간 방법을 제시한다.

화상을 보간하는 방법에는 Hermite 3차 스플라인이나, Bezier 곡선을 적용하여 화상을 보간할 수 있다. 그러나 Hermite 3차 스플라인을 이용할 경우, 화상에서 고주파 성분이 손실되어 윤곽이 흐려지는 둥통화 효과가 발생한다. 또한 Bezier 곡선을 이용할 경우, Hermite 3차 스플라인 방법보다 더 부드러운 보간값들을 생성할 수 있으나 보간 함수의 계산시간이 많이 소요되는 단점이 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 방향성을 고려한 B 스플라인 곡선을 이용하여 화상을 보간한다. B 스플라인 곡선을 이용함으로써 Hermite 3차 스플라인 곡선이나 Bezier 곡선을 이용한 보간 방법보다는 더 부드러운 보간이 가능하고, 방향성을 고려함으로써 불리화 현상이나 둥통화 현상을 줄였다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 B 스플라인

2차원 평면에서  $(n+1)$ 개의 점이 존재하고 이 점들의 위치에 의하여 곡선이 변한다고 하자. 이때 이 곡선의 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C(x) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(x) P_i \quad a \leq x \leq b \quad (1)$$

여기서  $P_i$ 는 주어진 점(조정점)을 나타내고,  $x$ 는 보간 할 점,  $p$ 는  $(1 \leq p \leq n)$ 의 범위에서 사용자가 임의로 지정할 수 있는 곡선의 차수이다. 그리고  $N_{i,p}$ 는 B 스플라인 함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$N_{i,0}(x) = \begin{cases} 1 & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+p} - x_i} N_{i,p-1}(x) + \frac{x_{i+p+1} - x}{x_{i+p+1} - x_{i+1}} N_{i+1,p-1}(x) \quad (3)$$

이로부터 1차 선형 B 스플라인 함수는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$N_{i,1}(x) = \begin{cases} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ \frac{x_{i+2} - x}{x_{i+2} - x_{i+1}} & x_{i+1} \leq x \leq x_{i+2} \end{cases} \quad (4)$$

또한, 2차 B 스플라인 함수는 다음과 같다.

구간  $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ 에서

$$N_{i,2}(x) = \frac{(x - x_i)^2}{(x_{i+2} - x_i)(x_{i+1} - x_i)} \quad (5)$$

구간  $x_{i+1} \leq x \leq x_{i+2}$ 에서

$$N_{i,2}(x) = \frac{(x - x_i)(x_{i+2} - x)}{(x_{i+2} - x_i)(x_{i+2} - x_{i+1})} + \frac{(x_{i+3} - x)(x - x_{i+1})}{(x_{i+3} - x_{i+1})(x_{i+2} - x_{i+1})} \quad (6)$$

구간  $x_{i+2} \leq x \leq x_{i+3}$ 에서

$$N_{i,2}(x) = \frac{(x_{i+3} - x)^2}{(x_{i+3} - x_{i+1})(x_{i+3} - x_{i+2})} \quad (7)$$

와 같이 정리 된다.

화상을 확대할 경우에는, 화소 사이의 구간 길이는  $L$ 로 일정하다. 이러한 경우  $x_i = iL$ 로 표시되고 변수  $u$ 를 사용하여 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$u = \frac{x - x_i}{L} = \frac{x}{L} - i \quad (8)$$

따라서 선형 B 스플라인 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$u_{i,1}((i+u)L) = \begin{cases} u & 0 \leq u \leq 1 \\ 2-u & 1 \leq u \leq 2 \end{cases} \quad (9)$$

또한 2차 B 스플라인 함수는 다음과 같다.

$$u_{i,2}((i+u)L) = \frac{u^2}{2} \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$u_{i,2}((i+u)L) = \frac{3}{4} - (u - \frac{3}{2})^2 \quad 1 \leq u \leq 2 \quad (10)$$

$$u_{i,2}((i+u)L) = \frac{1}{2}(3-u)^2 \quad 2 \leq u \leq 3$$

또한 3차 B 스플라인 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{u^3}{6} & 0 \leq u \leq 1 \\ u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{2}{3} - \frac{1}{2}(u-2)^3 - (u-2)^2 & 1 \leq u \leq 2 \\ u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{2}{3} + \frac{1}{2}(u-2)^3 - (u-2)^2 & 2 \leq u \leq 3 \\ u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{1}{6}(4-u)^3 & 3 \leq u \leq 4 \end{aligned} \quad (11)$$

본 논문에서는 화상 확대 시 원 화상으로 재현시키기 위하여 다음과 같은 B 스플라인 함수의 성질을 이용하였다.

첫째, 곡선의 조정은 조정점의 위치를 변경하거나, 동일한 위치에 여러 개의 점을 위치시켜 다중 조정점을 사용하여 수행할 수 있다. 이러한 조정점을 설정함으로써 단방향성만을 가지지 않고 이웃 화소의 영향을 충분히 고려하여 화상을 보간할 수 있다.

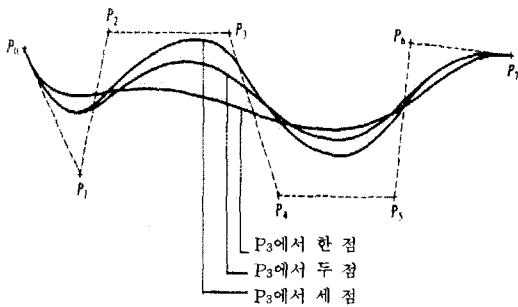


그림 2.1 다중 조정점을 가지는 B 스플라인 곡선

둘째, 그림 2.1에서 보이는 바와 같이 B 스플라인 곡선은 첫 번째 조정점  $P_0$ 과 마지막 조정점  $P_{n+1}$ 를 반드시 통과하고,  $P_1 \sim P_n$ 의 조정점은 통과하지 않는다. 이는 Hermite 3차 스플라인이 모든 조정점을 통과하는 점과 차이가 있다. 첫 번째와 마지막 조정점을 화소값으로 하고 이웃 화소를  $P_1$ 에서  $P_n$ 의 조정점으로 설정함으로써 단방향성만을 가지지 않고 화상 전체의 분산을 감소시킬 수 있다.

셋째, 곡선의 차수가 낮으면 낮을수록 조정점에 더 근접하게 된다. 이는 곧 곡선의 차수를 변경함으로써 이웃 화소의 영향성을 조절할 수 있음을 의미한다.

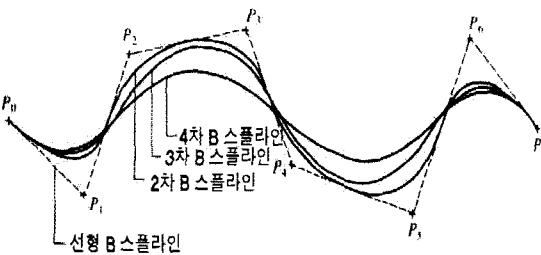


그림 2.2 차수에 따른 B 스플라인 곡선

## 2.2 화상 보간

기존의 화상 보간법들은 보간 함수를 수직과 수평방향으로 서로 분리시켜서 수행하므로 보간된 화상은 대각선 성분에서 화상의 연속성이 감소하여 심한 블록화 현상이

생긴다. 이를 해결하기 위한 방법들로서 방향성을 고려한 보간 방법들이 제안되었으나 이러한 방법들은 국부적 특성을 충분히 고려하지 않고 방향성만을 강조하여 화상의 연속성을 감소시켰다. 본 논문에서 이러한 문제점을 해결하고자 다음과 같은 보간 방법을 제시한다.

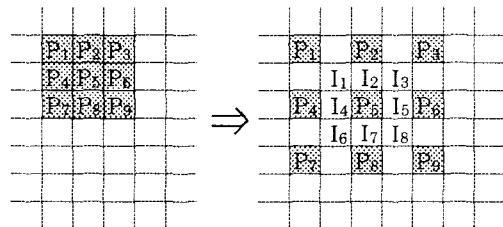


그림 2.3 2배 확대 화상

그림 2.3 (a)에서, 화소  $P_5$ 에서 화소  $P_6, P_8, P_9$ 에 대하여 분산 값을 구한다. 그림 2.3 (b)에서, 화소  $I_5, I_7, I_8$ 은 보간 함수를 이용하여 보간 되어질 값들이다.  $I_5, I_7, I_8$ 은 화소  $P_5$ 를 기준으로 해서 화소  $P_6, P_8, P_9$ 으로의 변화가 가장 적은 방향으로 보간 되어진다.

여기서, Bezier 곡선이나 B 스플라인 곡선의 특성을 이용하여 이웃 화소를 조정점으로 설정하면 Hermite 3차 스플라인 곡선을 이용한 보간 방법보다는 더 부드러운 보간 값을 생성할 수 있다.

예를 들어 화소의 위치가  $P_5$ 에 있고 화소  $I_5$ 를 보간한다면, 첫 번째로 화소  $P_5$ 에서 화소  $I_5$ 와 이웃하는 화소  $P_3, P_6, P_9$  방향 중 가장 변화 적은 방향을 보간 방향으로 선정한다. 이러한 방법만을 사용하면 경계 부분에서는 화소값의 평활화가 이루어져 경계부분이 몽통화되는 현상이 발생한다. 그러므로 선정된 방향으로의 화소 변화량이 임계값을 넘어설 경우, 두 화소 사이를 경계로 인식하고 현재 위치하고 있는 화소값, 즉 화소  $P_5$ 로 화소  $I_5$ 를 보간한다. 두 번째 과정으로 선정된 방향으로의 이웃 화소들 중 가장 부드러운 변화를 가지는 화소를 조정점으로 선정한다. 화소  $P_6$ 가 보간 방향으로 선정되었다면 화소  $P_3$ 와  $P_9$  중 하나가 조정점으로 선택되어진다. 조정점 선정 방법은 다음과 같다.

보간 방향으로의 화소 변화량을  $V_{ar1}$ , 그 이웃 화소와의 변화량을 각각  $V_{ar2}, V_{ar3}$ 라고 할 때,  $|V_{ar1}-V_{ar2}| < |V_{ar1}-V_{ar3}|$ 이면  $V_{ar2}$  방향의 화소를 조정점으로 선정하고,  $|V_{ar1}-V_{ar2}| > |V_{ar1}-V_{ar3}|$  일 때는  $V_{ar3}$  방향의 화소를 조정점으로 선정한다. 단,  $|V_{ar2}-V_{ar3}| \leq |V_{ar1}-V_{ar2}|$  이거나  $|V_{ar2}-V_{ar3}| \leq |V_{ar1}-V_{ar3}|$  일 때는 조정점은 선정되지 않고  $V_{ar1}$  방향으로만 보간된다.

이렇게 보간 방향과 조정점을 선정하여 B 스플라인 함수로 보간 값을 계산하여 보간을 수행한다. 이러한 방법으로 화상 확대 보간을 수행하면 화상의 전체 분산값이 줄어들어 부드러운 화상을 확대되고, 보간 과정 중 경계 검출이 가능하여 경계 부분에서의 몽통화 현상이 감소된다.

마지막으로 이러한 방법을 수평 방향으로 먼저 수행하고 수직 방향으로 이동하면서 화상 전체를 보간하게 된다.

## 3. 시뮬레이션 및 결과

### 3.1 실험 화상

실험에 쓰여진 화상은 디지털 카메라를 이용하여 화상의 일부를  $256 \times 256$  크기, 256 그레이 스케일로 컴퓨터에 저장하여 실험을 하였다. 입력 과정에서의 왜곡은 발생하지 않는다는 조건하에서 원 화상을 각각의 보간 함수들을 이용하여 4배로 보간 확대하였다.



(a) Canal  
그림 3.1 원 화상



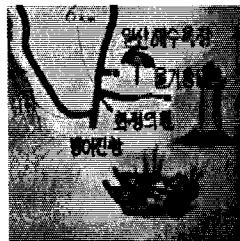
(b) 울산지도

### 3.2 Hermite 3차 스플라인

그림 3.2에서 보이는 바와 같이 경계 부분에서 몽롱화 현상이 발생했는데 이는 Hermite 3차 스플라인 곡선이 저주파 필터 특성을 가지므로 고주파 성분을 감소시키면서 일어나는 현상이다.



(a) Canal



(b) 울산지도

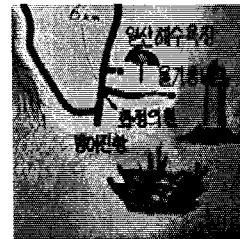
그림 3.2 Hermite 3차 스플라인을 이용한 보간 화상

### 3.3 Bezier 곡선

그림 3.3에서 보이는 바와 같이 Hermite 3차 스플라인 곡선을 적용하여 확대한 화상보다는 몽롱화 현상이 감소하였다. 조정점을 이용하는 보간 알고리즘을 사용하여 화상을 보간한 결과이다. 실험에 사용된 Bezier 곡선의 차수는 3차 식이다.



(a) Canal



(b) 울산지도

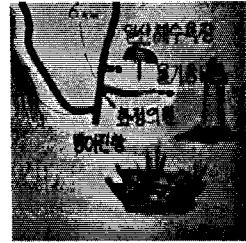
그림 3.3 Bezier 곡선을 이용한 보간 화상

### 3.4 B 스플라인

B 스플라인 곡선은 그림 3.4, 3.5에서 보이는 바와 같이 Bezier 곡선을 이용한 보간 보다 경계 부분이 더 뚜렷해졌다. B 스플라인의 차수가 높으면 높을수록 조정점에 가깝게 보간되어 진다. 이렇게하여 B 스플라인의 차수를 조정함으로써 조정점에 대한 영향 정도를 조절할 수 있다.

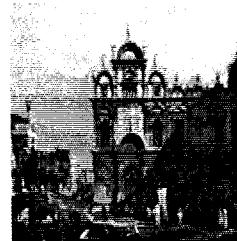


(a) Canal

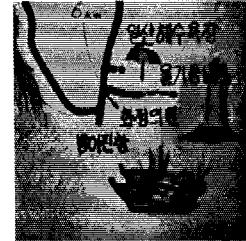


(b) 울산지도

그림 3.4 2차 B 스플라인을 이용한 보간 화상



(a) Canal



(b) 울산지도

그림 3.4 2차 B 스플라인을 이용한 보간 화상

### 4. 결 론

본 논문에서 제시한 B 스플라인 보간 알고리즘은 전체 분산을 감소시키므로써 Hermite 3차 스플라인 곡선이나 Bezier 곡선을 이용한 보간 방법보다 훨씬 부드럽게 보간 된다. 또한 제안된 B 스플라인 알고리즘은 보간 과정 중 경계 검출이 가능함으로 화상 처리의 전처리 과정 중 하나인 경계 검출 과정을 생략할 수 있으며 이는 전체 화상 처리 시간을 단축할 수 있다. 또한 보간 과정 중 경계를 검출함으로써 경계 주위에서 생기는 화상의 몽롱화 현상을 감소시키고, 일정 방향성만을 고려하여 화상을 보간할 때 발생하는 불러화 현상이 감소하였다. 그리고 화소의 변화가 적은 부분에서는 보간 방향 외의 이웃 화소를 조정점으로 선정함으로써 화상이 평활화 되는 특성을 가졌음을 보여 줬다.

### (참 고 문 헌)

- [1] Szeliski, Coughlan J, "Spline-Based Image Registration", International Journal of Computer Vision, V.22 N.3, pp199-218, 1997
- [2] Wang YP, Lee SL, "Scale-Space Derived From B-Splines", IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, V.20 N.10, pp1040-1055, 1998
- [3] Jianwei Zhang, Alois Knoll, "Constructing Fuzzy Controllers with B-Spline Models", IEEE International Conference on Fuzzy Systems FUZZ-IEEE V.2, pp1619-1624, 1998
- [4] Dana H. Ballard, Christopher M. Brown, "Computer Vision", Prentice Hall, pp166-194 pp239-243, 1982
- [5] Randy Crane, "A Simplified Approach to Image Processing", Prentice Hall, pp85-136, 1997
- [6] Shoichiro Nakamura, "Applied Numerical Methods in C", Prentice Hall, pp577-601, 1996
- [7] Ibrahim Zaid, "CAD/CAM Theory and Practice", McGraw Hill, pp242-252, 1995