

간편 간접추론방법을 이용한 비선형 퍼지 PI+D 제어기의 설계

채창현, 이상태*, 류창렬
 금오공과대학교 대학원 전자제어공학과

Design of Nonlinear Fuzzy PI+D Controller
 Using Simplified Indirect Inference Method

Chang-Hyun Chai, Sang-Tae Lee*, Chang-ryul Ryu
 Dept. of Control Eng., KNU

Abstract - This paper describes the design of fuzzy PID controller using simplified indirect inference method. First, the fuzzy PID controller is derived from the conventional continuous time linear PID controller. Then the fuzzification, control-rule base, and defuzzification using SIIM in the design of the fuzzy controller are discussed in detail. The resulting controller is a discrete time fuzzy version of the conventional PID controller, which has the same linear structure, but are nonlinear functions of the input signals. The proposed controller enhances the self-tuning control capability, particularly when the process to be controlled is nonlinear. When the SIIM is applied, the fuzzy inference results can be calculated with splitting fuzzy variables into each action component and are determined as the functional form of corresponding variables. So the proposed method has the capability of the high speed inference and adapting with increasing the number of the fuzzy input variables easily. Computer simulation results have demonstrated the superior to the control performance of the one proposed by D. Misir et al.

1. 서론

퍼지이론이 Zadeh[1] 등에 의해 제안되고 Mamdani[2]에 의해 제어시스템에 응용된 이래, 퍼지제어의 설계에 관한 연구는 일반적으로 의미상의 퍼지 PI/PD 제어기 시스템에 대한 연구가 주로 진행되었으나, 퍼지 PI 제어기는 과도상태 성능 향상에 대한 한계가 지적되었고 [3], 퍼지 PD 제어기는 정상상태 오차를 줄일 수 없다는 한계가 지적되고 있다[10]. 1993년 Z. Y. Zhao 등 [4]이 퍼지논리에 의한 퍼지 PID 이득 조정기를 제안한 이래 퍼지 PID 제어기에 대한 연구도 급속히 진행되어, 1990년 H. Ying 등[5,6]은 2개의 퍼지 입력변수와 4개의 퍼지규칙, 비선형 비퍼지화를 적용하여 20개의 제어입력 영역으로 분할되는 비선형 퍼지 PI 제어기를 제안하였는데, 1994년 Malki 등[7,8,9]은 디지털 PID 제어기의 선형 모델을 기초로 Ying 등의 퍼지 PID 제어기를 재설계하였다. Malki 등의 퍼지 PID 제어기는 선형 디지털 PID 구조를 기초로 선형 구조의 비선형 시변 매개변수 이득이 되도록 설계하여, 선형뿐만 아니라 비선형 플랜트에 대해 좋은 제어 성능을 가진다는 것을 입증하였다. 또한 퍼지화부, 퍼지규칙 및 비퍼지화의 전 과정이 최종 퍼지 제어입력의 생성에 관한 식으로 표현되어 수행시간 (processing time)이 단축되는 장점 등이 있다. 그러나, 제어입력이 퍼지입력의 조합에 의한 20개의 영역으로 분할되고, 퍼지입력변수의 수가 증가하면 적용하기 어려워 퍼지 PI+D 또는 퍼지 PD+I 형의 제어기로 구현되도록 제한된다. 또한 Otsubo 등[10]은 3개의 입력변수와 6개의 퍼지규칙을 사용하는 퍼지 PID 제어기를 간편 간접

추론방법(Simplified Indirect Inference Method : SIIM)을 사용하여 설계하고 퍼지 스위칭 제어규칙에 따라 기존의 PID 제어기와 병행 사용하는 Hybrid 퍼지 PID 제어기를 제안하였으나, 정상상태에서 동작하는 기존 PID 제어기를 최적 동조해야 하는 문제점이 있다. 1997년 C. Li 등[11]은 3개의 입력변수와 8개의 퍼지규칙을 사용하고 신경망으로 학습하는 자기학습 PID 제어기를 설계하였으며, C. Liu 등[12]은 제어입력 공간분할에 의한 퍼지 PID 제어기를 설계하였으나, 퍼지 제어입력을 구하기 위하여 적분을 수행하여야 하는 단점이 있다.

본 논문에서는 간편 간접 추론방법을 사용하는 비선형 퍼지 PI+D 제어기를 설계하였다. 제안된 제어기는 디지털 PI+D 제어기의 구조에서 유도된 퍼지 PI 제어 알고리즘과 퍼지 D 제어 알고리즘에 대해 각각 4개의 간단한 퍼지 If-Then 규칙으로 구성된다. 제어기의 퍼지화부는 2개의 단조증가 선형함수를 사용하였고, 단조증가 비선형 비퍼지화를 적용한 후 가중치 곱함으로써 제어입력을 생성한다.

제안된 비선형 퍼지 PI+D 제어기를 D. Misir 등[9]이 사용한 예제를 모의 실험하여 효용성을 입증하였다.

2. 본론

2.1 디지털 PI+D 제어기와 퍼지 입출력변수의 결정 [9]

2.1.1 퍼지 PI 제어 알고리즘

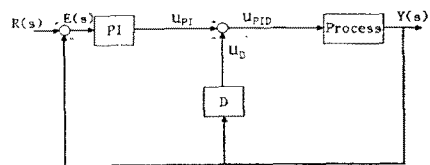


그림 1 아날로그 PI+D 제어시스템
 Fig. 1 Analog PI+D control system

그림 1에서 아날로그 PI 제어기의 출력은 식 (1)로 주어진다.

$$u_{PI}(s) = (K_p^c + \frac{K_i^c}{s})E(s) \quad (1)$$

여기서,

K_p^c : 비례이득(proportional gain)

K_i^c : 적분이득(integral gain)

$E(s)$: 오차신호(error signal)

식(1)의 방정식을 쌍일차 변환하고, 이산 PI 제어기의 비례이득과 적분이득을 식(2)와 같이 정의한 후, 역 z 변환

(inverse z-transformation)하고 양변을 T 로 나누어 식(3~5)으로 정의하면 식(6)과 같고, 식(3)을 다시 나타내면 식(7)과 같다. 식(6) 및 식(7)로 유도된 디지털 PI 제어 알고리즘을 이용하여 퍼지 PI 제어 알고리즘을 구성한다.

$$K_p = K_p^c - \frac{K_i^c T}{2}, \quad K_i = K_i^c \quad (2)$$

$$\Delta u_{PI}(nT) = \frac{u_{PI}(nT) - u_{PI}(nT - T)}{T} \quad (3)$$

$$e_v(nT) = \frac{e(nT) - e(nT - T)}{T} \quad (4)$$

$$e_p(nT) = e(nT) \quad (5)$$

$$\Delta u_{PI}(nT) = K_p e_v(nT) + K_i e_p(nT) \quad (6)$$

$$u_{PI}(nT) = u_{PI}(nT - T) + T \Delta u_{PI}(nT) \quad (7)$$

식(6)의 우변의 2개 항 $K_p e_v$ 와 $K_i e_p$ 는 퍼지 PI 제어 알고리즘의 입력변수로 사용된다. 또한 식(7)에서 $T \Delta u_{PI}(nT)$ 를 퍼지 PI 제어 알고리즘의 출력 $K_{u_{PI}} \Delta u_{PI}(nT)$ 로 정의하고 다시 쓰면 식(8)과 같으며, $K_{u_{PI}}$ 는 퍼지 PI 제어이득으로 출력 조절계수(output scaling factor)이다.

$$u_{PI}(nT) = u_{PI}(nT - T) + K_{u_{PI}} \Delta u_{PI}(nT) \quad (8)$$

2.1.2 퍼지 D 제어 알고리즘

그림 1에서 아날로그 D 제어 알고리즘은 출력만을 미분하여 식(9)와 같은 제어입력 u_D 를 계산한다.

$$u_D(s) = s K_d^c Y(s) \quad (9)$$

여기서,

K_d^c : 아날로그 D 제어 이득

$Y(s)$: 출력신호

식(9)를 쌍일차 변환한 후, 역 z 변환하고 양변을 T 로 나누어 식(10~12)로 정의하면 식(13)과 같고, 식(10)을 다시 쓰면 식(14)와 같다. 식(13)과 식(14)는 유도된 디지털 D 제어 알고리즘이다.

$$\Delta u_D(nT) = \frac{u_D(nT) - u_D(nT - T)}{T} \quad (10)$$

$$\Delta y(nT) = \frac{y(nT) - y(nT - T)}{T} \quad (11)$$

$$K_d = \frac{2K_d^c}{T} \quad (12)$$

$$\Delta u_D(nT) = K_d \Delta y(nT) \quad (13)$$

$$u_D(nT) = -u_D(nT - T) + T \Delta u_D(nT) \quad (14)$$

정확한 퍼지규칙을 얻기 위하여 식(13)의 우항에 $K_{y_d}(nT)$ 를 더해지면 식(15)로 변형되며, 우변의 2개항 $K_d \Delta y$ 와 K_{y_d} 를 퍼지 D 제어 알고리즘의 입력변수로 사용한다. 이때, 실제를 간단히 하기 위해서 $K = 1$ 로 놓는다.

$$\Delta u_D(nT) = K_d \Delta y(nT) + K_{y_d}(nT) \quad (15)$$

여기서,

$$y_d(nT) = y(nT) - r(nT) = -e(nT) \quad (16)$$

식(14)에서 $T \Delta u_D(nT)$ 를 퍼지 D 제어 알고리즘의 출력 $K_{u_D} \Delta u_D(nT)$ 로 하면 식(17)과 같으며, K_{u_D} 는 퍼지 D 제어이득으로 출력 조절계수이다.

$$u_D(nT) = -u_D(nT - T) + K_{u_D} \Delta u_D(nT) \quad (17)$$

2.1.3 Combination of the fuzzy digital PI + D control law

전체 퍼지 디지털 PI+D 제어 알고리즘은 퍼지 PI 제어 알고리즘과 퍼지 D 제어 알고리즘의 대수적인 합으로 구해지며, 다음의 식(18) 또는 식(19)와 같다.

$$u_{PID}(nT) = u_{PI}(nT) - u_D(nT) \quad (18)$$

$$u_{PID}(nT) = u_{PI}(nT - T) + K_{u_{PI}} \Delta u_{PI}(nT) + u_D(nT - T) - K_{u_D} \Delta u_D(nT) \quad (19)$$

구성된 퍼지 디지털 PI+D 제어시스템은 그림 2와 같다.

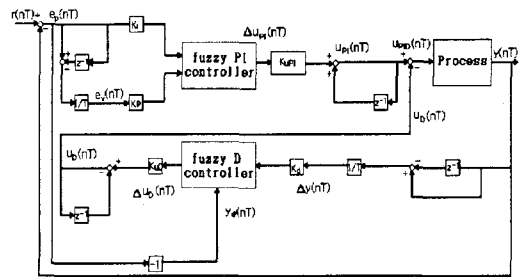


그림 2 퍼지 디지털 PI+D 제어 시스템

Fig. 2 Fuzzy digital PI+D control system

2.2 간접 간접추론방식에 의한 퍼지 디지털 PI+D 제어기

본 논문에서는 Otsubo 등[14]이 사용한 SIIM 방법을 PI 알고리즘과 D 알고리즘에 대해 각각 적용한다.

2.2.1 퍼지화(Fuzzification)

식(6)의 PI 제어 알고리즘과 식(15)의 D 제어 알고리즘에서 입력변수에 대한 소속함수(membership function)는 그림 3과 같이 두 개의 단조증가(monotone increasing) 선형함수의 식(20)으로 정의된다. 입력변수의 소속정도 ω_i 는 식(21)에서 결정되는데, 소속정도는 0과 1사이의 값으로 함수 PA에서 입력변수가 설계변수 L 보다 크면 1로, $-L$ 보다 작으면 0으로 하고 함수 NA의 경우에는 입력변수가 L 보다 크면 0으로, $-L$ 보다 작으면 1로 한다.

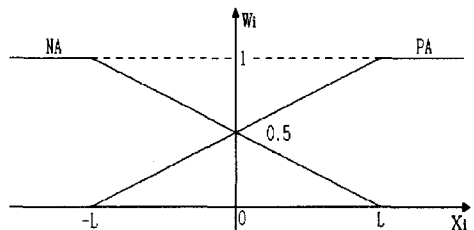


그림 3 입력 소속 함수

Fig. 3 Input membership function

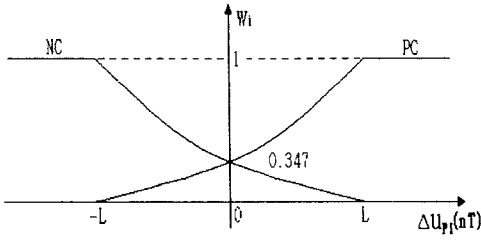


그림 4 출력 소속 함수

Fig. 4 Output membership function

$$PA(x_i) = \frac{x_i + L}{2L}, \quad NA(x_i) = \frac{-x_i + L}{2L} \quad (20)$$

$$\omega_{i1} = PA(x_i), \quad \omega_{i2} = NA(x_i) \quad (21)$$

여기서, x_i ($i = 1, 2, 3, 4$)는 입력변수로 PI 알고리즘에서는 $K_i e_p$ 과 $K_p e_v$ 이고, D 알고리즘에서는 $K_y d$ 과 $K_d \Delta y$ 이다.

2.2.2 퍼지제어규칙(Fuzzy Control Rules)

퍼지 제어 알고리즘에 대한 제어 규칙은 다음과 같으며, 한 개의 입력변수에 대해 각각 2개의 규칙이 사용된다.

- (R1) IF $K_i e_p$ is PA, Then Δu_{i1} is PC^{-1} .
- (R2) IF $K_i e_p$ is NA, Then Δu_{i2} is NC^{-1} .
- (R3) IF $K_p e_v$ is PA, Then Δu_{21} is PC^{-1} .
- (R4) IF $K_p e_v$ is NA, Then Δu_{22} is NC^{-1} .
- (R5) IF $K_y d$ is PA, Then Δu_{31} is PC^{-1} .
- (R6) IF $K_y d$ is NA, Then Δu_{32} is NC^{-1} .
- (R7) IF $K_d \Delta y$ is PA, Then Δu_{41} is PC^{-1} .
- (R8) IF $K_d \Delta y$ is NA, Then Δu_{42} is NC^{-1} .

출력변수에 관한 소속함수는 그림 4와 같은 2개의 단조증가 비선형 함수의 역함수(inverse function)로 식(22)와 같다.

$$PC^{-1} = L \times [-2 + \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2}] \quad (22)$$

$$NC^{-1} = L \times [2 - \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2}]$$

간접 추론방식(SIIM)을 적용할 때, 각 입력변수 x_i 에 관한 입력의 증분 Δu_i 는 2개로, 2개의 소속정도 ω_{i1} 과 ω_{i2} 의 함수 식(23)에서 결정된다.

$$\Delta u_{i1} = PC^{-1}(\omega_{i1}), \quad \Delta u_{i2} = NC^{-1}(\omega_{i2}) \quad (23)$$

2.2.3 비퍼지화(Defuzzification)

식(23)에 의해 구해진 퍼지제어 입력의 크기에서 가중치 결합(weighted combination)의 식(24)를 사용하여 각 퍼지입력 x_i 의 증분 Δu_i 가 결정된다.

$$\Delta u_i = \frac{w_{i1} \Delta u_{i1} + w_{i2} \Delta u_{i2}}{w_{i1} + w_{i2}} \quad (24)$$

PI 제어입력의 증분 Δu_{PI} 는 식(25)와 같으며, 퍼지 D 제어입력의 증분 Δu_D 는 식(26)과 같다.

$$\Delta u_{PI} = 1/2(\Delta u_1 + \Delta u_2) \quad (25)$$

$$\Delta u_D = 1/2(\Delta u_3 - \Delta u_4) \quad (26)$$

위의 식들에서 각 퍼지알고리즘에 의한 증분들은 2개의 입력변수에서 구해지므로 2로 나눈다[13]. 식(25)와 식(26)을 사용한 전체 퍼지 PI+D 제어 알고리즘은 그림 1의 구조에 의해 식(27)로 정의된다.

$$\Delta u_{PID} = \Delta u_{PI} - \Delta u_D \quad (27)$$

2.3. 모의실험 및 고찰

제안된 비선형 퍼지 PI+D 제어기의 성능을 고찰하기 위하여, D. Misir 등[9]이 사용한 플랜트에 모의실험(simulation)하였다. 제안된 비선형 퍼지 PI+D 제어기의 모든 매개변수는 D. Misir 등이 제안한 값을 그대로 사용하였으나, 제어성능이 좋지 못한 경우 시행착오적으로 구한 값을 사용한다.

2.3.1 선형 플랜트

첫 번째 선형 플랜트는 식(28)의 안정한 1차 플랜트이고, 두 번째 예는 식(29)의 2차 플랜트이다.

$$H(s) = \frac{1}{s+1} \quad (28)$$

$$H(s) = \frac{2}{s^2 + 4s + 3} \quad (29)$$

첫 번째 플랜트에 대해 D. Misir 등이 사용한 매개변수와 동일한 매개변수를 사용하였을 때의 계단응답은 그림 5와 같다. 설계변수는 $L=360$ 이고, 입력 조절계수는 $K_p=1.2$, $K_d=0.1$, $K_i=1.0$ 이며, 출력 조절계수는 $K_{u_p}=0.2$, $K_{u_d}=0.01$ 이다. 두 번째 플랜트도 D. Misir 등이 사용한 매개변수와 동일한 매개변수를 사용하였으며, 이 때의 계단응답은 그림 6과 같다. 그림 5와 그림 6에서 두 방법 모두 오버슈트가 없는 안정된 출력을 나타낼 수 있다.

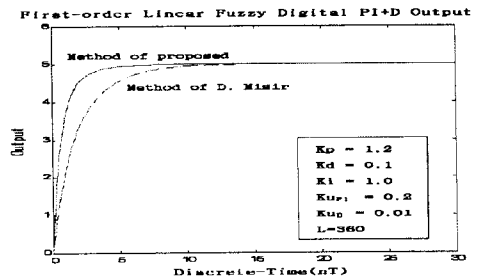


그림 5 1차 플랜트에 대한 계단 응답

Fig. 5 Step Response for 1st-order plant

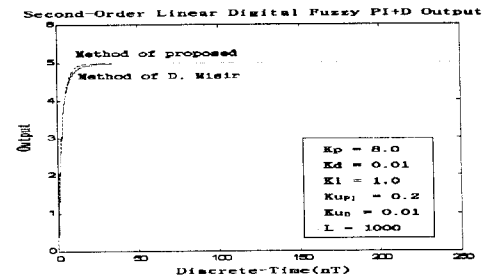


그림 6 2차 플랜트에 대한 계단 응답

Fig. 6 Step Response for 2nd-order plant

2.3.2 비선형 플랜트

일반적으로 PID 제어기는 선형 저차 플랜트에 대해 좋

은 제어성능을 가지도록 동조되었으므로 3차 이상의 고차 플랜트나 비선형 플랜트에서 좋은 제어성능을 기대하기 어렵다. 제안된 방법에 의한 퍼지 디지털 PI+D 제어기의 성능을 고찰하기 위하여 선정된 첫 번째 비선형 플랜트는 식(30)과 같고, 두 번째 예는 식(31)과 같다

$$\dot{y} = 0.0001(y(t) + u_{PID}(t)) \quad (30)$$

$$\dot{y}(t) = y(t) + \sqrt{y(t)} + u_{PID}(t) \quad (31)$$

각 매개변수변화에 따른 응답특성을 적절히 고려하여 선정된 매개변수와 선정된 매개변수에 의한 계단응답을 그림 7과 그림 8에 나타내었다. 그림 7과 8에서 두 방법 모두 오우버 슈트가 없는 안정된 출력을 나타냄을 알 수 있다. 그림 8에서 두 방법 모두 안정된 출력을 보이고 있으나, 제안된 방법이 오우버 슈트가 없는 더 빠른 응답속도를 가지는 우수한 제어성능을 보인다.

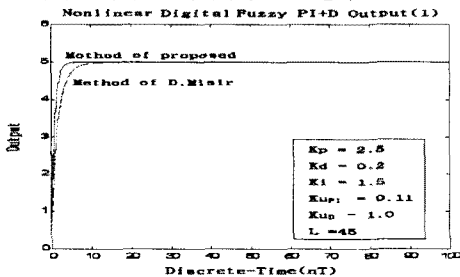


그림 7 비선형 플랜트(1)에 대한 계단 응답
Fig. 7 Step Response for Nonlinear plant(1)

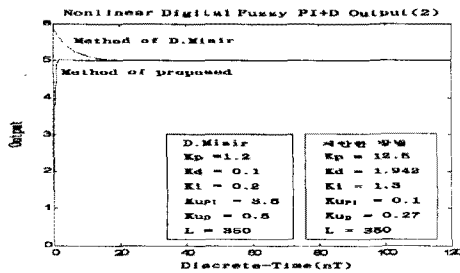


그림 8 비선형 플랜트(2)에 대한 계단 응답
Fig. 8 Step Response for Nonlinear plant(2)

이상의 모의실험 결과를 종합하면, 선형 플랜트와 비선형 플랜트에 대해 제안된 비선형 퍼지 PI+D 제어기에 의한 방법이 D. Misir 등의 제어기에 비해 오우버 슈트가 없고, 더 빠른 응답속도를 나타내고 있음을 알 수 있다.

3. 결론

본 논문에서는 간편 간접추론방법을 사용하는 비선형 퍼지 PI+D 제어기를 설계하였다. 제안된 비선형 퍼지 PI+D 제어기는 선형 디지털 PI+D 제어기의 구조를 사용하였고, 퍼지 디지털 PI 제어 알고리즘과 퍼지 디지털 D 제어 알고리즘에 대해 각각 4개의 간단한 퍼지 If-Then 규칙으로 구성된다. 제어기의 퍼지화부는 2개의 단조증가 선형함수를 사용하였고, 단조증가 비선형 비퍼지화를 적용한 후 가중치 결합으로 제어입력을 생성한다.

구성된 제어기는 다음과 같은 장점을 가진다. 첫째, 종래의 선형 디지털 PI+D 제어기를 기초로 퍼지 PI+D

제어기를 설계하므로 구조를 이해하기 쉽고, 가속도 오차를 사용하지 않는 장점이 있다. 둘째, 퍼지 PI+D 제어기의 제어입력이 비선형 함수의 비퍼지화로 결정되므로 선형 및 비선형 플랜트에 우수한 적응능력을 가진다. 셋째, 간편 간접추론방식은 퍼지 PI+D 제어기의 입력변수별로 추론하므로 고속 추론이 가능하고, 입력변수의 증가에 따른 퍼지규칙의 수가 증가하여도 쉽게 적용 가능하다. 넷째, 제안된 퍼지 PI+D 제어기의 성능은 선형 및 비선형 플랜트에 대해 D. Misir 등이 제안한 퍼지 제어기보다 우수한 성능을 보인다.

추후 연구과제는 제안된 비선형 퍼지 제어기의 다양한 모의실험, 제어기의 성능을 향상시키기 위한 매개변수 최적 선정에 관한 고찰 및 BIBO 안정도에 관한 연구 등이다.

참고문헌

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information Control*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [2] E. H. Mamdani, "Application of Fuzzy Algorithm for the Control of Dynamic Plants," *Proc. IEE*, vol. 12, no. 12, 1974.
- [3] 이지홍, 채창현, 장점환, "퍼지 리셋기능을 갖는 PI형 퍼지 제어기," *대한전자공학회 논문지*, 제30권, B편, 12호, pp. 87-97, 1993.
- [4] Z. Zhao, M. Tomizuka, and S. Isaka, "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers," *IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybernetics*, vol. 23, no. 5, pp. 1392-1398, 1993.
- [5] H. Ying, W. Siler, and J. J. Buckley, "Fuzzy Control Theory : A Nonlinear Case," *Automatica*, vol. 26, no. 3, pp. 513-520, 1990.
- [6] H. Ying, "The Simplest Fuzzy Controllers using Different Inference Methods are Different Nonlinear Proportional-integral Controllers with Variable Gains," *Automatica*, vol. 29, no. 6, pp. 1579-1589, 1993.
- [7] H. A. Malki, H. Li, and G. Chen, "New Design and Stability Analysis of Fuzzy Proportional Derivative Control Systems," *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.*, vol. 2, no. 4, pp. 245-254, 1994.
- [8] H. A. Malki, D. Misir, D. Feigenspan, and G. Chen, "Fuzzy PID Control of a Flexible Joint Robot Arm with Uncertainties from Time-Varying Loads," *IEEE Trans. on Cont. Syst. Tech.*, vol. 5, no. 3, pp. 371-378, 1997.
- [9] D. Misir, H. A. Malki, and G. Chen, "Design and Analysis of a Fuzzy Proportional-Integral-Derivative controller," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 79, pp. 297-314, 1996.
- [10] A. Otsubo, K. Hayashi, S. Murakami, and M. Maeda, "Fuzzy Hybrid Control Method Applying Simplified Indirect Inference Method," *Fifth IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, pp.283-289, 1996.
- [11] C. Li and R. Priemer, "Self-learning General Purpose PID Controller," *J. Franklin Inst.* vol. 334 B, no. 2, pp. 167-189, 1997.
- [12] C. Liu, J. Xu, and C. C. Hang, "Comparison Between a Fuzzy PID Controller and a Kind of Nonlinear PID Controller," *Proc. of the 36th CDC.*, pp. 2736-2741, 1997.