

GA를 이용한 시스템 동정용 필터계수 최적화

송 영준*, 공 성곤
 송실대학교 전기공학과

An Optimal Filter Design for System Identification with GA

Young-Jun Song* and Seong-Gon Kong
 Department of Electrical Engineering, Soongsil University

Abstract - 이 논문에서는 임의의 시스템 동정에 사용되는 적응필터의 계수를 최적화시키는 방법으로, 광범위하게 사용되어지고 있는 기존의 적응 알고리즘인 Least Mean Square(LMS)방법과 최근들어 다양한 최적화 문제에 응용되고 있는 유전자 알고리즘(GA)을 합성한 하이브리드 형태의 적응 알고리즘을 사용한다. 이 알고리즘은 IIR 필터를 설계하는데 있어, 경사하강법의 개념을 사용함으로써 야기되는 지역 수렴문제의 단점을 보완하기 위해, 미분과 같은 결정론적인 규칙없이 단지 확률적인 연산자만으로 진행되는 유전자 알고리즘을 이용한다. 그리고 유전자 알고리즘에 있어서 확률적인 연산을 사용함으로써 발생하는 많은 계산량과 느린 수렴속도 문제를 LMS의 경사하강법을 이용하여 보완한다. 이처럼 유전자 알고리즘이 지닌 장점과 LMS 알고리즘이 갖는 장점을 이용하여, 각 알고리즘이 지니는 단점을 서로 보완함으로써 알고리즘의 성능을 향상시키고, 이 향상된 알고리즘을 이용하여 최적 필터계수를 찾는다. 이렇게 얻은 필터계수값을 이용하여 적응 필터의 성능을 확인·평가한다.

1. 서 론

기존의 적응제어 알고리즘으로는 LMS, Steepest Descent 방법과 같은 미분의 개념을 토대로한 경사하강법을 이용한 적응 기법이 주로 사용되어 졌다. 이러한 알고리즘은 수렴속도 면에서는 탁월하지만 미분의 개념을 이용하므로 초기치의 설정에 따라 수렴여부가 매우 민감하게 반응하며, 에러의 특성이 복잡한 형태를 이루거나, 다양한 특성을 갖는 시스템에 대해서는 다소 적응력이 약하다.

최근들어 진화의 개념을 사용한 유전자 알고리즘이 다양한 신호처리 분야에 응용되고 있다. 특히, 선형예측, 적응 소음제어, 적응 모델링, 채널 동화, 시스템 동정과 같이 적응필터를 필요로 하는 분야에 광범위하게 응용 된다.

유전자 알고리즘이 적응 필터링에 이용됨으로써 얻을 수 있는 장점은 다음과 같다. 유전자 알고리즘은 진화연산을 기반으로 탐색공간에서 확률론적인 탐색을 하기 때문에 기존의 적응 알고리즘보다 탐색범위가 훨씬 넓으며, 전역탐색이 가능하다. 이와같은 이유로 인해 시스템 특성이 다특성(multi-modal)인 경우에도 탐색공간내의 최적 해를 찾을 수 있으므로, 이렇게 찾은 최적필터를 통해 성능이 우수한 적응 디지털 필터를 설계할 수 있다. 하지만 이런 장점에도 불구하고, 유전자 알고리즘이 지니는 많은 계산량과 느린 수렴속도로 말미암아 발생하는 문제 때문에 이를 해결하기 위한 방안들이 필요하다.

본 논문에서는 위와같은 문제점을 해결하기 위하여, 현재 널리 사용 되어지고 있는 적응 알고리즘인 LMS 방법을 도입하여 유전자 알고리즘이 갖는 문제점을 해결하고, 또한 LMS 알고리즘을 도입함으로써 발생하는 지역수렴 문제에 대해 유전자 알고리즘을 이용하여 보완하며, 이렇게 하여 찾은 최적화된 필터계수값을 통해 적응 디지털 필터의 성능을 평가한다.

2. 적응 알고리즘

2.1 개요

본 논문에서 사용된 시스템 동정 블록 다이어그램을 그림 1에서 나타낸다. 아래의 블록 다이어그램에서 입력 신호 $x[n]$ 에 대해 충분한 샘플을 취하여, 이 신호에 대해 LMS와 GA를 결합한 하이브리드 형태의 알고리즘을 적용하여 IIR 적응 디지털 필터의 계수값을 개선시켜 시스템을 동정해 나가는 과정을 나타낸다.

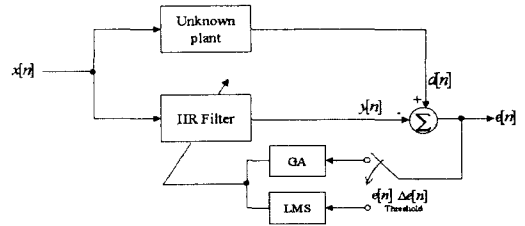


그림 1 : 시스템 동정 블록 다이어그램

입력신호 $x[n]$ 을 미지의 플랜트와 설계하고자 하는 IIR 적응 디지털 필터의 입력으로 사용하고, 미지의 플랜트 출력을 목표출력 $d[n]$ 으로 설정한다. 목표출력 $d[n]$ 과 필터 출력 $y[n]$ 의 차인 에러 $e[n]$ 으로 IIR-LMS 알고리즘을 통해 적응 디지털 필터의 계수를 개선시켜 나간다. LMS 알고리즘에 의한 학습에 문제가 있다고 판단될 경우 에러 $e[n]$ 와 에러 변화량 $\Delta e[n]$ 의 임계치 조건에 의하여 유전자 알고리즘을 적용한다. 유전자 알고리즘에 의해 새로이 개선된 적응 필터계수를 사용하여 임계치 조건이 만족된다고 판단될 경우 이 필터계수를 이용하여 다시 IIR-LMS 알고리즘을 적용하여 최적해에 도달한다.

2.2 IIR-LMS 알고리즘

그림 2는 피드 포워드 부분과 피드 백 부분으로 구성된 IIR 적응 디지털 필터의 블록 다이어그램을 나타낸다.

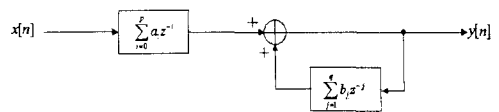


그림 2 : IIR 적응 디지털 필터 블록 다이어그램

여기서 $x[n]$ 는 입력신호이고, $y[n]$ 은 필터 출력, a_p 는 피드포워드 부분의 필터계수, b_q 는 피드백 부분의 필터계수이고, p 와 q 는 피드 포워드 부분과 피드백 부분의 딜레이 수를 의미한다.

그림 2의 IIR 적용 디지털 필터는 FIR 적용 필터에 비해 여러 가지 장점이 있다. 극과 영점 모두를 갖는 IIR 적용 필터는 영점만을 갖는 FIR 적용 필터에 비해 저차의 필터로 FIR 적용 필터와 같은 성능을 낼 수 있다. 또한 IIR 적용 필터에 LMS 알고리즘 적용시 FIR 적용 필터 계수의 개선과정과는 달리 과거의 출력값 $y[n-i]$ 를 이용하므로, FIR 적용 필터 보다 필터계수 개선과정에 있어, 계산하는데 훨씬 유리하며, 성능면에서도 우수하다. 하지만 이런 장점에도 불구하고, 선형시스템 문제에 관계되어 있어, IIR 필터는 에러함수가 2차가 아니고, 함수특성이 다특성이기 때문에 미분의 개념을 이용하여 필터계수를 찾을 때 초기치의 여부에 따라 지역수렴에 빠질 우려가 있다.

IIR-LMS 알고리즘은 경사하강법을 근본으로 한 것으로 에러함수에 있어 경사방향과 학습속도를 이용하여 식 (4), 식 (5), 식 (6)에 의해 필터계수를 개선시켜 나감으로써, 여러 함수의 최소점으로 수렴해 가는 알고리즘이다. 다음 식 (1)부터 식 (6)까지는 IIR-LMS 알고리즘에 대한 설명이다. 식 (1)은 그림 2에서의 출력 $y[n]$ 을 나타낸 것이며, 식 (2)에서의 W 는 필터계수 벡터, 식 (3)에서의 $X[n]$ 은 입력 데이터 벡터이다. 여기서 n 은 샘플링된 입력신호 데이터를 나타낸다.

$$y[n] = \sum_{i=0}^q a_i x[n-i] + \sum_{j=1}^p b_j y[n-j] \quad (1)$$

$$W = [b_1 \dots b_p \ a_0 \dots a_p]^T \quad (2)$$

$$X[n] = [y[n-1] \dots y[n-p] \ x[n] \dots x[n-p]]^T \quad (3)$$

여기서 목표 출력을 $d[n]$ 이라 하면, 각 n 에 대해 다음과 같은 IIR-LMS 알고리즘을 표현할 수 있다. 먼저 식 (4)는 IIR 적용 필터의 출력을 나타낸 것이고, 식 (5)는 경사 하강방법을 설명하며, 식 (6)은 필터계수 개선식을 나타낸 것이다.

$$y[n] = W^T[n] X[n] \quad (4)$$

$$\widehat{\nabla}_w y[n] = X[n] + \sum_{j=1}^p b_j \widehat{\nabla}_w y[n-j] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} W[n+1] &= W[n] + \mu e[n] \widehat{\nabla}_w y[n] \\ &= W[n] + \mu [d[n] - y[n]] \widehat{\nabla}_w y[n] \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 μ 는 학습상수를 의미한다.

2.3 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 개체집단이 다음 세대의 집단을 형성하는 과정에서 적자생존을 확률적으로 알고리즘화한 것으로서, 집단유전학의 개체 진화 원리를 이용하고, 세대가 지날수록 주어진 환경에 잘 적응한 개체가 발생한다는 빌딩블럭 가설에 입각하여 최적 개체를 찾음으로써 주어진 문제를 해결 한다.

유전자 알고리즘의 특징을 살펴보면 다음과 같다. 넓은 문제공간 탐색 능력을 가지고 있으며, 탐색방법이 병렬탐색이고, 군 탐색 방법이다. 따라서 원하는 해에 도달하는데 다소 긴 수행시간이 필요하다. 탐색에 있어 기존의 방법과는 달리 미분값을 이용하지 않고, 단지 적합도(fitness)라는 정보만을 이용한다. 이 알고리즘의 가장 큰 특징 중 하나는 결정론적인 규칙이 없이 단지 확률적인 연산자들을 사용하여 알고리즘이 수행된다는 것이다.

유전자 알고리즘의 동작원리를 살펴보면, 먼저 해후보들(chromosomes)을 이진수 혹은 실수로 코딩하여 부모세대의 개체군(population size)을 형성시킨 다음 적합도 함수(fitness function)에 의해 각 개체를 평가한 후 적합도가 높은 개체가 더 많이 선택될 수 있게 하여 선택되어진 개체들을 교배장소(mating pool)로 보낸다. 이 개체들을 대상으로 유전 연산자에 의해 서로 각자의 정보를 교환하게 한 후 다시 적합도 함수에 의해 이 개체들을 평가하고, 그 값이 원하는 적합도가 될 때까지 혹은 실험자가 정한 반복회수 만큼 위의 과정을 계속 되풀이 한다.

유전자 알고리즘은 기존의 적응 알고리즘인 LMS나 Steepest Descent 같은 방법과는 다소 상이한 특성을 가지고 있다. 먼저, 기존의 알고리즘이 미분의 개념을 사용하여 진행 되었다면, 유전자 알고리즘은 미분의 개념 없이 단지 비용정보(적합도 함수)만을 이용한다. 그리고 확률탐색을 하므로 기존의 적응 알고리즘에 비해 초기치 문제에 있어 덜 민감하다. 또한 확률론적 탐색으로 인해 해를 찾는데 다소 긴 수행시간이 필요하다.

유전자 알고리즘의 연산자들은 자연계의 진화법칙에 따른다. 첫 번째 연산자는 '선택(selection)'인데 이것은 부모세대의 염색체(chromosome)들로부터 다음세대에는 더 좋은 염색체를 생산하기 위한 연산자이고, 이 연산자 적용시 반드시 적합도 함수를 이용해야 한다. 두 번째는 유전자 알고리즘의 주 연산자인 '교배(crossover)'로써, 이것은 임의로 선택되어진 염색체 쌍을 골라 염색체의 일부분을 서로 교환시킴으로써 각자가 가지고 있는 정보를 교환하게 한다. 다음으로 '돌연변이(mutation)'는 각 염색체의 유전인자(gene)에 적용되어 선택된 유전인자를 다른 값으로 바꾸는 것인데, 이 연산자가 갖는 의미는 교배 연산자에 의해 하기 힘든 지역탐색을 가능하게 함으로써 최적의 근방에 더 가까이 도달 할 수 있게 한다는 것이다. 이 외에도 문제의 특성에 따라 역위나 심플렉스와 같은 다른 연산자들을 첨가하여 사용할 수 있다.

3. 시스템 동정

본 논문에서 사용된 시스템 동정용 IIR 적용필터의 계수를 개선하는 알고리즘은 IIR-LMS 알고리즘과 GA를 혼용한 하이브리드 형태의 알고리즘이다. 시스템 동정 방법은 앞서 살펴본 그림 1의 과정과 동일하다.

에러 $e[n]$ 을 통해 IIR-LMS 알고리즘을 적용하여 적용 디지털 필터의 계수값을 개선시켜 나간다. IIR-LMS 알고리즘 수행 도중 만일 에러 $e[n]$ 와 에러의 변화량 $\Delta e[n]$ 의 절대값이 임계치 조건에 부합하지 않을 경우, IIR-LMS 알고리즘에서 유전자 알고리즘으로 전환되어 개체군의 크기(population size) 만큼의 필터계수를 생성 시키고, 식 (7)과 같이 설정해 놓은 유전자 알고리즘의 적합도 함수 f_i 를 이용하여 모든 개체군 내의 염색체를 평가한다.

$$\begin{aligned} f_i &= \frac{1}{1 + e_i^2} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{B} \sum_{k=1}^B (d[k] - y_i[k])^2} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 i 는 i 번째 염색체를 의미하며 $i = 1, \dots, p$ 이다. 또한 B 는 버퍼 크기, k 는 데이터 수를 의미한다. 즉, 한 세대동안의 각 염색체들을 대상으로 k 개의 데이터에 대해 MSE(Mean Square Error)를 취한후 그것의 역의 형태로 식 (7)과 같이 유전자 알고리즘의 적합도 함수를 설정한 후 식 (8)과 같이 적합도가 가장 큰 염색체(필터계수)를 선택한다.

$$f_{\max} = \frac{1}{1 + \min(e_i^2)} \quad (8)$$

만일 적합도가 원하는 값이 되지 못할 경우 유전자 알고리즘의 연산자인 '선택', '교배', '돌연변이'를 적용하고, 이런방법을 계속 되풀이 하여 찾은 계수값을 적용한다. 그 결과 에러 $e[n]$ 과 에러의 변화량 $\Delta e[n]$ 의 값이 임계치 조건에 만족하면 그 때의 염색체를 유전자 알고리즘이 찾은 새로운 필터계수로 인정한다. 단, 돌연변이 연산자 적용시 식 (9)와 같은 방법으로 염색체의 유전 인자를 교체한다.

$$Chrom_{i_{next}} = Chrom_{i_{cur}} + r_i d \quad (9)$$

여기서, $Chrom_{i_{next}}$ 은 다음세대의 i 번째 염색체 즉, 개선될 적응 디지털 필터의 계수를 의미하고, $Chrom_{i_{cur}}$ 은 현 세대의 i 번째 염색체를 말한다. 또한 r_i 는 i 번째 염색체를 대상으로 발생된 '-1'부터 '1'사이의 난수이고, d 는 디지털 필터 계수가 가변가능한 범위이다. 따라서 식 (6)과 식 (8), 식 (9)에 의해 적응 디지털 필터의 계수값들은 개선되어 나간다. 임계치 조건을 만족한 개체들 중 가장 적합도가 높은 개체를 디지털 필터의 계수로 설정하고, 유전자 알고리즘에서 LMS 알고리즘으로 다시 회귀하여 다시 LMS 알고리즘을 수행한다. 이러한 방법을 충분한 샘플에 대하여 수행시켜, 적응 디지털 필터의 계수값을 개선시켜 나간다.

4. 실험 및 결과

이 논문에서는 실험을 위해 그림 1의 블록 다이어그램에서 미지의 플랜트 전달함수 $H(z)$ 를 식 (10)과 같이 설정하고, 입력신호 $x[n]$ 를 평균이 '0' 이고 분산이 '1' 인 화이트 가우시안 랜덤 노이즈를 인가하여 목표 출력 $d[n]$ 을 얻는다.

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}{1 - b_1z^{-1} - b_2z^{-2} - b_3z^{-3}} \\ &= \frac{-0.3 + 0.4z^{-1} - 0.5z^{-2}}{1 - 1.2z^{-1} + 0.5z^{-2} - 0.1z^{-3}} \end{aligned} \quad (10)$$

시스템 동정용 IIR 적응 디지털 필터 차수는 $p=1$, $q=2$ 로 필터 차수를 저차화 하여 에러 표면을 다특성 (multi-modal)화 시키고, LMS 알고리즘 적용시 학습상수 $\mu=0.005$ 로 설정한다. 또한 유전자 알고리즘 적용시에는 개체군의 크기 $p=15$ 개를 사용하고, 교배확률 p_c 와 돌연변이 확률 p_m 은 각각 $p_c=0.25$, $p_m=0.7$ 로 설정한다. 실험환경 설정이 끝나면 20,000개의 입력 신호 샘플 n 에 대해 시뮬레이션 한다.

그림 3의 (a), (b)를 통해 제품 에러에 대한 IIR-LMS 알고리즘과 GA와 IIR-LMS를 결합한 하이브리드 형태의 알고리즘 성능을 비교한다.

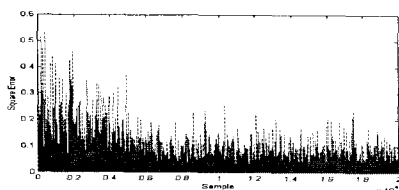
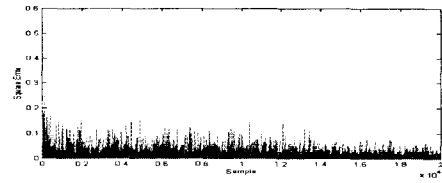


그림 (a) IIR-LMS 알고리즘 적용



(b) 하이브리드 알고리즘 적용

그림 3 : Square Error

20,000개의 샘플로 학습을 한 후 찾은 필터계수 값은 $a_0=-0.247$, $a_1=-0.184$, $b_1=1.239$, $b_2=-0.461$, 이고, 그 때의 주파수 응답특성 곡선은 그림 4와 같다.

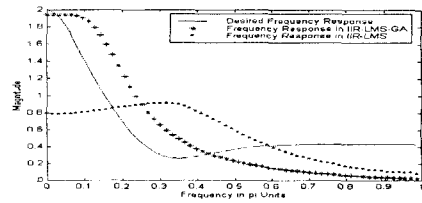


그림 4 : 적응 필터를 플랜트 보다 1차원 저차화 시켰을 때의 주파수 응답특성 곡선

필터를 동차로 모델링 했을 경우는 IIR-LMS나 하이브리드 형태의 알고리즘 모두 수렴하였으나, 하이브리드 형태의 알고리즘이 더 빨리 수렴하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 시스템 동정용 IIR 적응 디지털 필터의 계수값을 결정하는데 있어, 기존의 알고리즘인 LMS와 최근들어 사용되고 있는 유전자 알고리즘을 결합한 하이브리드 형태의 알고리즘을 사용하였다. 실험을 위해 미지의 플랜트 $H(z)$ 는 3차로 모델링 하였고, IIR 적응 필터는 2차로 모델링 하였다. 20,000개의 화이트 가우시안 노이즈 데이터 샘플을 통해 실험한 결과 다특성인 에러함수에 대해 IIR-LMS 알고리즘 적용시 보다 유전자 알고리즘을 이용한 하이브리드 형태의 알고리즘 적용시 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다. LMS 알고리즘과 유전자 알고리즘을 적절히 혼합하여 사용함으로써 조기에 에러값을 줄일 수 있었고, LMS 방법만을 사용했을 때 보다 더 낮은 에러값에 도달함으로써 좋은 필터 특성을 얻을 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] B. Widrow, S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice Hall, 1985.
- [2] S. Haykin, *Adaptive filter Theory*, Prentice Hall, 1996
- [3] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley, 1989.
- [4] R. Cheng, M. Gen, *Genetic Algorithms and Engineering Design*, A Wiley Interscience Publication, 1997.
- [5] 공성근, 김인택, 박대희, 박주영, 신요한, 유전자 알고리즘 입문, 진영사, 1997.
- [6] K. S. Tang, K. F. Man, S. Kwong and Q. He, "Genetic Algorithms and their Applications," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp22-37, Nov. 1996.
- [7] S. C. Ng, S. H. Leung, C. Y. Chung, A. Luk, and W. H. Lau, "The Genetic Search Approach," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp38-46, Nov. 1996.