

극초음속 추진과 관련된 초음속 연소 현상의 수치적 검증

Computational Validation of Supersonic Combustion Phenomena associated with Hypersonic Propulsion

최정열¹⁾, 정인석²⁾, 윤영빈³⁾

Jeong-Yeol Choi, In-Seuck Jeung and Youngbin Yoon

A numerical study is carried out to investigate the transient process of combustion phenomena associated with hypersonic propulsion devices. Reynolds averaged Navier-Stokes equations for reactive flows are used as governing equations with a detailed chemistry mechanism of hydrogen-air mixture and two-equation SST turbulence modeling. The governing equations are discretized by a high order accurate upwind scheme and solved in a fully coupled manner with a fully implicit time accurate method. At first, oscillating shock-induced combustion is analyzed and the comparison with experimental result gives the validity of present computational modeling. Secondly, the model ram accelerator experiment was simulated and the results show the detailed transient combustion mechanisms. Thirdly, the evolution of oblique detonation wave is simulated and the result shows transient and final steady state behavior at off-stability condition. Finally, shock wave/boundary layer interaction in combustible mixture is studied and the criterion of boundary layer flame and oblique detonation wave is identified.

1. 서 론

경사 폭굉파를 이용한 극 초음속 추진 장치의 개발은 지난 여러 해 동안 꾸준히 연구되어 오고 있으며 크게 경사 폭굉파 엔진과 램 가속기의 형태로 연구가 진행되어 오고 있다. 이 중 경사 폭굉파 엔진은 경사 폭굉파를 연소 메커니즘으로 이용하여, 연료 분사식 초음속 연소 램제트 엔진에서 야기되는 연소실 길이의 문제점을 해결하고자 하는 개념이다. 램 가속기는 화학에너지 이용 한 초고속 탄체 발사 장치의 한가지로써, 탄도 무기나 우주 운송 수단으로서의 응용 가능하며 극초음속 추진 장치의 축소 모델로 여겨져 세계 유수의 연구기관 실험적, 이론적, 수치적 연구가 활발히 이루어 지고 있다. 그러나 현재로써는, 램 가속기나 경사 폭굉파 엔진의 성공적, 효율적 작동을 위해 필수적인 내부의 초음속 연소 현상에 대한 이해가 아직 충분치 않은 단계이므로, 초음속 내부 연소 유동장의 전체적인 특성 및 기본 연소 메커니즘인 충격파 유도 연소와 경사 폭굉파의 안정성에 관한 연구가 최근에 매우 활발히 이루어 지고 있다. 매우 빠른 유동 속도에 따른 비행 조건의 특성상 경사 폭굉파에 관련한 연구는 풍동형 실험이 곤란하여, 탄체 발사형 실험장치 (ballistic range experimental facility), 이중 폭굉파 관 (two layer detonation tube), 및 팽창관 (expansion tube) 등을 이용하는 연구가 진행되고 있다. 최근에는 레이저 응용 가시화 기법의 개발에 힘입어, 이들 추진 장치 내부의 연소 유동장에 관한 중요한 가시화 결과들이 팽창관 실험을 통하여 제시되고 있다.

팽창관은 충격파 관의 원리를 이중으로 이용하여 기체를 극초음속으로 가속시킬 수 있는 장치로써 충격파 관을 2 단으로 제작한 형태를 가진다.[1] 팽창관에서는 음속의 차이가 큰 두 가지 종류의 기체를 충격파를 이용하여 동일한 압력, 속도로 가속시킴으로써 밀도가 큰 시험 기체 (test gas) 에서 높은 마하수의 유동을 얻는다. 시험 기체의 최종 상태는 저밀도 가속 기체(acceleration gas)와 이루는 접촉면(contact surface) 경계 조건에 의하여 결정된다. 따라서 큰 마하수의 시험 기체를 얻기 위해서는, 큰 절대 속도를 가지는 충격파가 형성될 수 있도록 수소나 헬륨과 같은 저 분자량의 기체를 극 저압의 상태에서 가속 기체로 이용한다. 시험 기체(test gas)의 초기 상태는 원하는 시험 조건으로부터 결정되며, 구동 기체 (driver gas)의 초기 상태는 요구되는 충격파의 강도에 따라 결정된다. 팽창관의 원리는 Fig. 1에 제시된 장치의 개략도와 $x-t$ 선도로 요약할 수 있다. 이 경우, 극초음속 유동은 접촉면 (contact surface)을 지난 후 팽창파가 도달하기 전까지 수백 μsec 정도의 짧은 시간동안 형성된다. 그러나 일반적인 유동의 안정화에 소요되는 시간은 이보다 짧기 때문에 정상 상태의 유동을 시험할 수 있는 것으로 알려져 있다. Fig. 2 는 팽창관에서 시험 기체가 가속되는 원리를 보여주는 일차원 압축성 계산의 예이다.

최근 Morris 등은[2] 팽창관과 셸리렌 및 PLIF 기법을 이용하여 췌기 주의에 형성되는 경사 폭굉파와 램 가속기 내부의 연소 현상에 대한 가시화 연구를 수행하였다. 유체 현상의 연구에 있어 가시화 작업은 가장 기본적이고 중요한 연구 방법이라고 할 수 있으나, 경사 폭굉파 및 램 가속기 내부 유동에 대한 가시화는 기술적 어려움들로 인하여 거의 이루어지지 못하고 있었다. 따라

1) 서울대학교 정밀기계설계공동연구소 (151-742 서울시 관악구 신림동 산 56-1, Tel:02-880-8052)

2) 서울대학교 항공우주공학과 (151-742 서울시 관악구 신림동 산 56-1, Tel:02-880-7387)

3) 서울대학교 항공우주공학과 (151-742 서울시 관악구 신림동 산 56-1, Tel:02-880-1904)

서 Morris 등의 연구는 경사 폭굉파 및 램 가속기 내부 연소 유동의 특징을 보여주는 중요한 연구라고 여겨진다. 그러나 매우 짧은 시험 시간으로 인해 팽창관을 이용한 연구의 결과가 유한 화학 반응율에 의하여 특징 지워지는 초음속 연소 유동의 경우에도 정상 상태의 유동 특성을 보여주는지 의문시되고 있다.

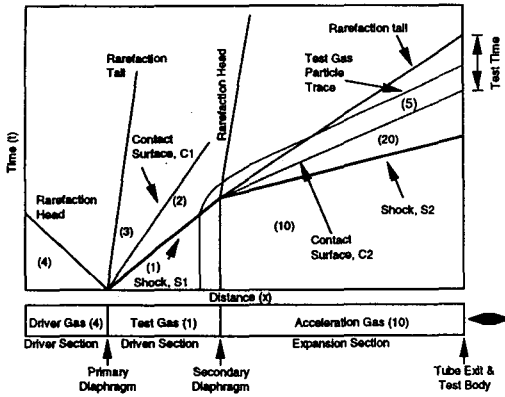


Fig. 1. $x-t$ wave diagram and schematic of expansion tube

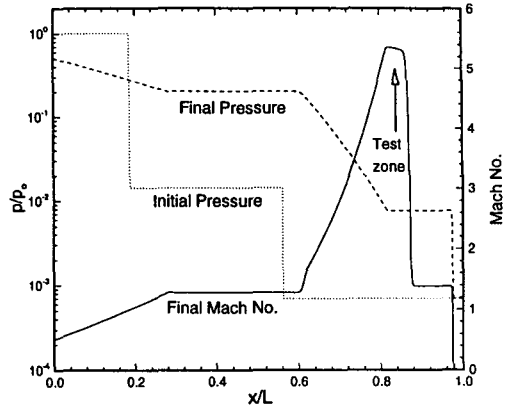


Fig. 2. Mach number and pressure distribution from one dimensional simulation of expansion tube

본 연구에서는 극 초음속 추진 장치에서의 초음속 연소 유동장의 특징을 이해하기 위한 목적으로 전산 유체 해석에 의한 연구를 수행 하였다. 일차적으로는 초음속 연소 유동 해석 코드의 검증 목적을 Lehr에 [3] 의해 탄체 발사형 실험 장치를 이용하여 관찰된 충격파 유도 진동 현상을 수치적으로 모사하여 진동 주파수 등을 비교하였으며, 두 번째로는, 램 가속기내의 연소 메커니즘을 이해하기 위한 목적으로, Morris 등에 [2] 의해 수행된 모델 램 가속기의 실험을 팽창관의 작동 과정을 수치적으로 모델링 하여 해석을 수행하여 실험 결과를 검증하였다. 세 번째로는 경사 폭굉파의 발생 과정과 유동 구조를 알아보기 위한 목적으로 Morris 등에 [2] 의한 경사 폭굉파의 실험을 해석 하였으며, 마지막으로 초음속 연소 추진 기관 내에서 경사 폭굉파의 발생 조건을 알아보기 위한 연구로써, 혼합기 내의 충격파/ 경계층의 상호 작용에 의한 연소 현상을 모델링하여, 크기 효과 (scaling effect) 대한 연구를 수행하였다.

2. 지배 방정식 및 수치 해법

초음속 연소 유동장의 해석을 위하여 유한 화학 반응 속도를 가지는 다원 혼합기체에 대한 완전한 형태의 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식을 지배 방정식으로 사용하였다. 또한 필요한 경우, 경계층에서의 난류 유동의 특징을 고려하기 위하여 Menter에 [4] SST (Shear Stress Transport) 난류 모델을 이용하였다. 각 지배 방정식은 완전 결합된 형태로 해석 하였으며, 2차원 좌표계에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} + W \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_N \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho_1 u \\ \rho_2 u \\ \vdots \\ \rho_N u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \\ \rho uk \\ \rho u\omega \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho_1 v \\ \rho_2 v \\ \vdots \\ \rho_N v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \\ \rho vk \\ \rho v\omega \end{bmatrix}, F_v = \begin{bmatrix} -\rho_1 u_1^d \\ -\rho_2 u_2^d \\ \vdots \\ -\rho_N u_N^d \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \beta_x \\ \mu_k \partial k / \partial x \\ \mu_\omega \partial \omega / \partial x \end{bmatrix}, G_v = \begin{bmatrix} -\rho_1 v_1^d \\ -\rho_2 v_2^d \\ \vdots \\ -\rho_N v_N^d \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \beta_y \\ \mu_k \partial k / \partial y \\ \mu_\omega \partial \omega / \partial y \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_k \\ S_\omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

수소/공기 혼합기체에 대한 화학 반응 모델은 Jachimowski의 33 단계 반응 질소의 해리 반응을 무시하여 9 화학종이 개입되는 19 단계 상세 화학 반응을 이용하였다. 각 화학 종의 비열등 열역학적 물성치와 점성계수, 열전달 계수의 계산 등 지배 방정식에 대한 자세한 설명은 참고 문헌에 제시되어 있다.[5]

수치적인 해석을 위하여 지배 방정식을 유한 체적법을 이용하여 이산화 하였다. 대류 플럭스 항은 일반 좌표계에서 다원 혼합 기체에 대하여 유도된 Roe의 FDS 기법을 사용하였 차분하였으며, 3차의 공간 정확도를 가지는 MUSCL 기법과 함께 TVD 성질을 유지하기 위하여 미분형 제한자를 사용하였다. 점성항의 표현에는 중심 차분법을 이용하였다.

이산화 된 지배 방정식의 비정상 시간 적분에는 반복 계산을 통하여 큰 시간 간격에서도 2차의 시간 정확도를 유지시켜주는 Newton 방법을 이용하였다. 반복 계산에 이용되는 대류항의 내재적 계산은 Steger-Warming의 방법에 기초 하여 다원 혼합 기체 유동에 대하여 유도된 분할 플럭스 자코비안 행렬을 이용하였으며, 효율적인 계산을 위하여 공식화된 분할 플럭스의 차 및 벡터화된 행렬/벡터의 곱을 이용하였다. 본 연구에 이용된 수치 기법에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌에 기술되어 있다.[6]

3. 수치 해석 코드의 검증

본 연구에 사용된 지배방정식과 화학반응 메커니즘 및 수치 해석 기법은 Lehr의[3] 실험으로 알려진 충격파와 유도 연소 진동 현상을 수치적으로 모사하여 일차적으로 검증되었다. 실험에 사용된 기체는 이론 혼합비 상태의 수소/공기 혼합기로서 초기 압력이 0.42기압이고 403m/sec (초기 온도 293K)의 음속을 가진다.

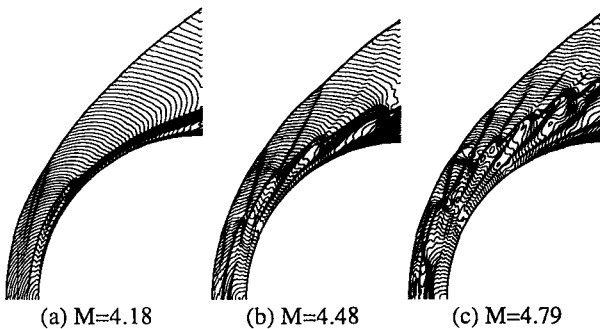


Fig. 3 Local Mach number distribution of periodically unstable shock-induced combustion flow field.

실험에 사용된 탄체는 직경 15mm의 반구형 물체로써 마하수가 4.18, 4.48 과 4.79로 발사된 실험에서 각각 148, 425 및 712kHz 의 주기적 진동 현상이 관찰되었다. 이 문제의 수치적 모사에는 200x300 격자에서 비점성 가정을 이용하였다. Figure 3은 위의 세가지 마하수에 대한 유동장의 국부 마하수 분포를 도시한 것이다. 이 계산으로부터 유추된 진동수는 각각 155, 426, 707kHz 로, 실험 결과 및 다른 연구자들과의 결과와 비교하였을 때 매우 만족할 만한 결과를 보여주는 것으로 사료된다. 이 문제의 해석에 있어 수치 기법이 미칠 수 있는 다양한 영향에 대해서는 참고문헌 [6]에서 다루어진바 있다.

4. 모델 램 가속기 내의 연소 유동 해석

램 가속기 내부 유동장의 가시화 연구는 입구 유동의 마하수, 압력, 온도가 각각 5.2, 0.112bar, 350K 인 $2H_2+O_2+12N_2$ 와 $2H_2+O_2+17N_2$ 의 두가지 혼합기에 수행되었으며, 쉘리렌 및 OH PLIF을 이용하여 얻어진 영상은 두 경우에 대하여 서로 다른 연소 특성을 보여주었다. 전자의 경우, 연소실의 중심 부분과 벽면 부근의 두 영역에서 연소가 이루어 지고 있는 반면, 후자의 경우는 벽면 부근에서만 연소가 이루어 지고 있는 결과를 보여 주었다. 이 경우들에 대한 수치 모사에는 진행 방향으로는 등 간격, 수직 방향으로의 벽면으로 모아진 300x201 격자를 사용하였다.

최초의 계산은 전 유동장의 초기값을 입구 유동의 값으로 가정한 정상 상태 계산을 수행하였으나, 두 경우에 연소 현상의 차이가 나지 않는 거의 동일한 결과를 얻을 수 있었다. 따라서, 서로 다른 연소 특성의 차이가 초기 유동의 비정상 거동에 기인한다는 가정하에 비정상 계산을 수행

Table 1 Frequency Comparison of unstable oscillating shock-induced combustion.

kHz	M=4.18	M=4.48	M=4.79
Experiment	148	425	712
Present	155	426	707
Yungster	163	431	701
Matsuo	160	-	725
Wilson	-	-	530

하였다. 비정상 계산은 수소로 가정한 가속 기체가 연소실 내부로 진입하는 과정에서 출발하여 50 μ sec 이후에 접촉면 후방의 고 마하수 혼합기가 진입하는 것으로 상정하였다. 가속 기체 유동의 초기치는 수직 충격파 관계식과 혼합기의 초기 조건으로부터 계산 하였다. 계산 조건은 Fig. 4에 정리되어 있다.

Figure 5는 연소실내의 연소 진행과정을 보여 주고 있는 온도 분포도이다. 낮은 마하수의 가속 기체가 입사되는 경우 물체 표면에서 반사되는 궁형 충격파가 형성되지만, 높은 마하수의 시험 기체가 진입함에 따라 이 단계의 강한 경사 충격파가 형성됨을 알 수 있다. 상하 양측에서 형성된 경사 충격파가 교차함에 따라 연소실 중심부에 고온 영역이 형성되어 혼합기의 점화가 이루어 지지만 시간이 지남에 따라 중심부의 연소 영역은 분리되어 후방으로 소멸되어 간다. 최종적으로 연소 영역은 벽면 부근의 박리 유동 영역에서만 형성되며, 정상 상태 가정을 이용한 해석결과와 일치하는 결과를 보여주었다. 따라서 실험적으로 얻어진 연소실 중심부의 연소 영역은 영상은 유동 안정화 단계의 일시적 상태의 결과로 보이며, 램 가속기 모델 내부의 연소 유동이 안정화되는 데 필요한 시간은 약 150 μ sec 이상으로서, 팽창관의 시험 시간과 비교하여 매우 긴 시간을 요하는 것으로 나타났다. Figure 6은 2H₂+O₂+12N₂와 2H₂+O₂+17N₂의 두 가지 혼합기에 대하여 연소실 중심부의 OH 질량 분율과 화염면 위치의 시간에 따른 변화를 나타낸 것이다. 두가지 경우 모두에 대하여 연소실 중심부에서 연소 영역이 나타나지만 2H₂+O₂+17N₂의 경우 2H₂+O₂+12N₂에 비해 60% 해당하는 최고 값만을 나타내고 있음을 알 수 있고 중심부의 연소 지속 시간은 55~70 μ sec 정도로 추정된다.

Test Gas (5)	(20)	Acceleration Gas (10)
$M_5 = 5.2$	$M_{20} = 1.13$	$M_{10} = 2.34$
$T_5 = 350K$	$T_{20} = 596K$	$T_{10} = 300K^*$
$p_5 = 0.112bar$	$p_{20} = 0.112bar$	$p_{10} = 0.018bar$
$u_5 = 2104m/sec$	$u_{20} = 2104m/sec$	$u_{10} = 0m/sec$

— P rarefaction Waves Subscript denotes the stations and shock waves in Fig. 1
 - - - Contact Discontinuity * assumed value.
 — Shock Wave

Fig. 4 Deduced flow conditions of the acceleration gas with the conditions of the test gas and the acceleration gas temperature of 300K

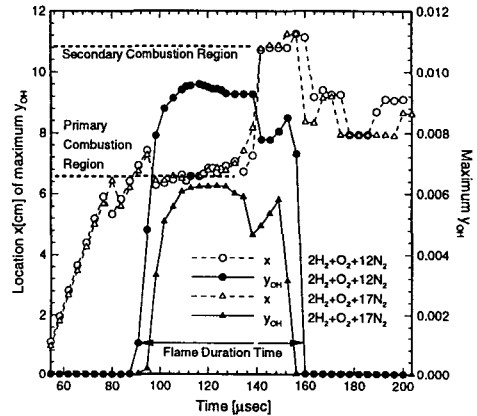


Fig. 6 Maximum value of OH mass fraction and its location along combustor center line.

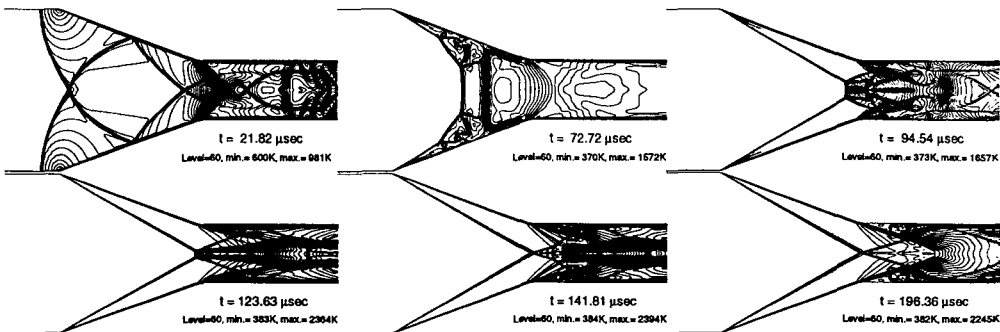


Fig. 5 Temperature contours from unsteady simulation of model ram accelerator in 2H₂+O₂+12N₂ mixture

5. 경사 폭굉파의 구조 및 비정상 거동 해석

큰 각도를 가지는 경사 폭굉파의 상세한 유동 구조를 이해하기 위한 수치적 연구를 수행 하였다. 계산은 Morris 등이 팽창관을 이용하여 가시화를 수행한 경우를 택하였다. 계산은 전체 4가지 경우에 대하여 수행하였으나 본 논문에서는 2H₂+O₂+17N₂ 혼합기에 대한 비정상 해석 결과만을 다루기로 한다. 이 경우 입구 유동의 마하수, 압력, 온도는 각각 5.8, 0.23bar, 290K 이고

썰기의 각도는 40° 이다. 계산 격자는 벽면과 전방으로 모아진 200×200 의 사다리꼴 형 격자를 이용하였으며 동결 유동에 대한 정상 상태의 해를 초기 조건으로 이용하여 비정상 화학반응 유동을 계산하였다.

Figure 7은 비정상 해석의 중간 단계에서 시간에 따른 충격파 및 아음속 영역을 나타낸 그림이다. 이 결과로부터 실험에서 관찰된 경사 폭굉파는 서서히 진행되는 경사 폭굉파 발생 과정의 중간 결과임을 알 수 있다. 이러한 경사 폭굉파의 비정상 거동은 근본적으로는 실험이 경사 폭굉파 안정 조건에서 벗어나 있기 때문이며, 국부적으로는 연소에 의한 열 발생과 큰 썰기 각도로 인한 결합된 형태의 열적, 기계적 유동 질식의 결과임을 알 수 있었다. 경사 폭굉파는 썰기의 전방으로 진행하여 최종적으로는 썰기에서 분리되며, 팽창관의 시험 시간에 비해 매우 긴 안정화 기간을 거쳐 분리된 균형 충격파 (폭굉파)의 형태로 안정화된다. Figure 8은 계산 중간 단계에서 경사 폭굉파의 구조를 나타내주는 그림이다. 삼중 점에서 발생한 횡단 충격파는 썰기면에서 반사 되면서 점성 경계층과 상호 작용하여 박리 영역을 형성함을 알 수 있으며, 삼중점을 지나면서 연소면이 충격파와 분리되는 특징을 보여 주고 있다.

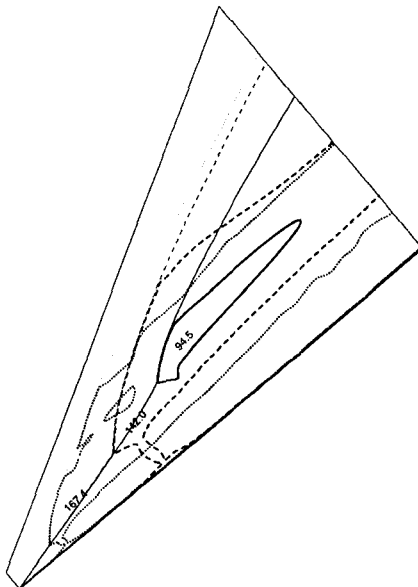


Fig. 5 Detonation evolution process: shock wave front and choked flow region. Numbers in figure denote elapsed time in μsec .

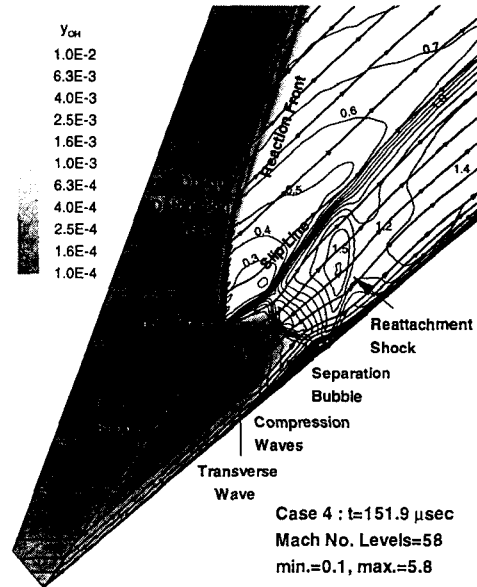


Fig. 6 Structure of oblique detonation wave : overlaid plot of OH mass fraction distribution, density contours and streamlines.

6. 가연성 혼합기내의 충격파와 경계층의 상호작용에 의한 경사폭굉파의 발생

램 가속기 및 스크램제트 엔진 내부에서 충격파와 경계층의 상호 작용에 의한 연소 메커니즘을 이해하기 위하여 가연성 혼합기내의 평판에 입사하는 경사 충격파와 평판의 난류 경계층의 상호 작용을 모델화 하였다. 난류 유동의 해석에는 $k-\omega$ 모델에 기초한 SST (shear stress transport) 모델을 유동의 지배 방정식과 완전 결합된 형태로 이용하였다. 이 경우, 스케일 효과가 연소 특성에 미치는 영향을 알아보기 위하여 평판 선단으로부터 충격파 입사점까지의 거리 L 이 1, 2, 5, 10 cm 인 경우에 대하여 해석을 수행 하였다. 이론 혼합비의 수소/공기 혼합기의 유동이 마하수는 5, 온도와 압력이 각각 293K, 1 기압으로 유입되는 것으로 설정하였으며 경사충격파의 입사 각도는 20° 로 가정하였다. 각 경우의 계산에는 벽면으로 밀집된 300×200 격자를 이용하였다.

본 해석으로부터, $L=1\text{cm}$, 2cm 인 경우에는 벽면에 부착된 정상 상태의 경계층 화염이 형성되는 것을 확인할 수 있었다. Figure 7은 $L=2\text{cm}$ 인 경우의 정상 상태 결과이다. $L=5\text{cm}$, 10cm 인 경우에는 충격파 반사 지점에서 연소가 폭발적으로 이루어져 폭굉파가 발생하며, 최종적으로는 큰 박리 기포에 지지되는 경사 폭굉파의 형태로 서서히 상류로 전파하는 특징적인 현상을 목격할 수 있었다. Figure 8은 $L=10\text{cm}$ 인 경우에 대하여 시간에 따른 경사 폭굉파의 발생 및 전파과정을 도시한 것이며, Figure 9는 $L=5\text{cm}$ 의 경우에서 특정 순간에서 경사 폭굉파의 구조를 나타낸 그림이다. 이 문제에 있어 혼합기의 점화 메커니즘은 충격파 입사 지점에 형성되는 박리 기포 내에서 유동 정

체로 인한 온도 상승이며, 경사 폭굉파는 점화 지연이 박리 영역의 크기에 비해 충분히 작을 경우에 발생하는 것으로 보인다. 따라서 경사 폭굉파 발생 조건은 경계층 내의 유동 체류 시간과 점화 지연시간의 비율인 Damköhler 수에 지배받는 것으로 여겨지며, 이때 Damköhler 수는 L^{67} 에 비례하는 것으로 추정된다.

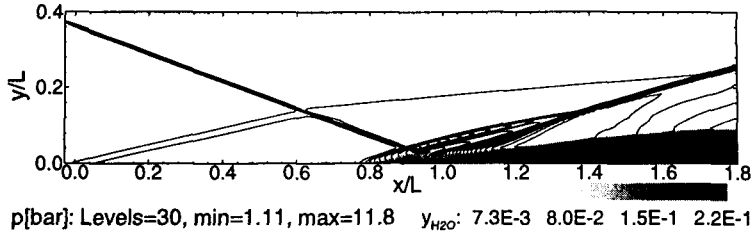


Fig. 7 Time dependent plot of propagating oblique detonation wave. Only incident shock and oblique detonation wave are plotted.

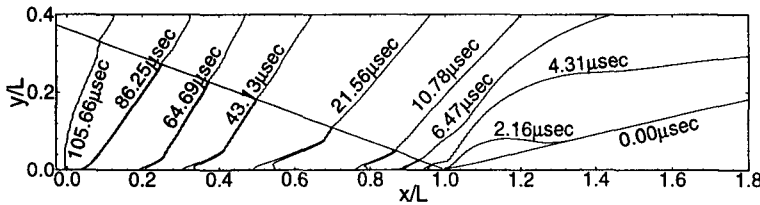


Fig. 7 Time dependent plot of propagating oblique detonation wave. Only incident shock and oblique detonation wave are plotted.

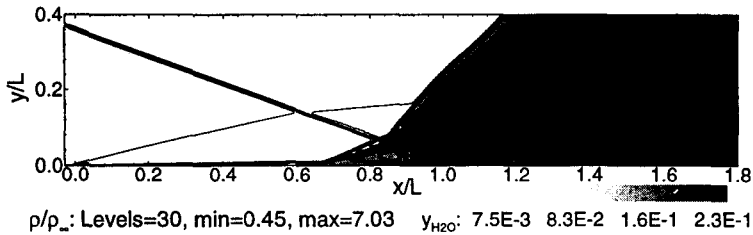


Fig. 8 Overlaid plot of pressure contours and distribution of water vapor at $t=7.72\mu\text{sec}$.

7. 결론

초음속 추진 기관 내의 연소 메커니즘을 이해하기 위한 수치해석을 수행 하였다. 충격파 유도 연소의 진동 현상을 수치 모사하여 실험 결과와 비교함으로써 지배 방정식의 수치적 모델링에 대한 정확도를 검증할 수 있었으며, 모델 램 가속기의 실험의 수치 모사를 통하여 충격파 유도 및 경계층 박리에 의한 연소 메커니즘을 이해할 수 있었다. 경사 폭굉파의 수치 해석을 통해서는 탈안정 조건에서의 경사 폭굉파의 발생 구조, 그리고 썩기에서의 분리과정 및 정상 상태의 분리된 경사 폭굉파를 확인할 수 있었다. 마지막으로 혼합기 내의 충격파/ 경계층의 상호 작용에 의한 연소 현상을 모델링하여, 크기 효과에 따른 경사 폭굉파의 발생조건을 예측할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] Trimpi, R.L. "A preliminary Theoretical Study of Expansion tube, A New Device for Producing High-Enthalpy Short Duration Hypersonic Gas Flows," NASA Technical Report R-133, 1962.
- [2] Morris, C. I., Kamel, M. R. and Hanson, R. K., "Expansion Tube Investigation of Ram-Accelerator Projectile Flow Fields," AIAA Paper 96-2680, July 1996, Lake Buena Vista, FL.
- [3] Lehr, H. F., "Experiment on Shock-Induced Combustion," *Astronautica Acta*, Vol. 17, Nos. 4 & 5, 1972, pp. 589-597.
- [4] Menter, F. R., "Two-Equation Eddy viscosity Turbulence Models for Engineering Application," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, Aug. 1994, pp. 1598-1605.
- [5] Choi, J.-Y., Jeung, I.-S. and Yoon, Y., "Numerical Study of Scram Accelerator Starting Characteristics," to appear in *AIAA Journal*, Vol. 36 No.6 June 1998.
- [6] Choi, J.-Y., Jeung, I.-S. and Yoon, Y., "Comparisons of Numerical Methods for the Analysis of Unsteady Shock-Induced Combustion," *Ram Accelerators*, Edited by Takayama et al., Springer-Verlag, 1998.