

# CFD에 의한 2차원 후향계단에서의 재부착 유동특성에 관한 연구

A Study on Flow Characteristics of Two-Dimensional Backward-Facing Step by CFD

최영도<sup>1)</sup>, 이영호<sup>2)</sup>

Y. D. Choi, Y. H. Lee

**Abstract :** The present study is aimed to investigate flow characteristics of Two dimensional backward-facing step by numerical approach. A convection conservative difference scheme based upon SOLA algorithm is used for the solution of the two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations to simulate the laminar, transitional and turbulent flow conditions at which the experimental data can be available for the backward-facing step. The twenty kinds of Reynolds number are used for the calculations. In an effort to demonstrate that the reported solutions are dependent on the mesh refinement, computations are performed on seven different meshes of uniformly increasing refinement. Also to investigate the result of inflow dependence, two kinds of the inflow profile are chosen for the laminar flow. As criterion of benchmarking the result of numerical simulation, reattachment length is used for the selected Reynolds numbers.

**Key words :** Backward-facing Step(후향 계단), Navier-Stokes Equation, Reynolds Number(레이노즈 수), Reattachment Length(재부착 길이), Irregular staggered grid(부등간격 엇갈린 격자)

## 1. 서론

후향계단에서의 층류 및 난류흐름은 유동장의 경계조건이 단순하면서도 전단층의 박리 및 재순환 유동, 이에 따른 재부착과 새로운 전단층이 발달하는 유동현상을 포함하고 있음에 따라 수치해의 정확성을 검증하는 자료로서 고려되는 중요한 유동중의 하나이다. 공학적으로도 유동의 박리와 재부착을 발생시키는 급확대 유동장을 가지는 장치들에서 그 중요성이 제기되어 왔다.

이 유동에 관한 실험적인 연구로 Armaly 등<sup>(1)</sup>이 Laser-Doppler 속도계측장비를 이용하여 유동장에 대한 실험적 고찰을 행하였으며, 또한 동일한 조건하의 유동장에서 수치계산을 통하여 일정  $Re$  이하에서 결과의 일치성을 확인하였다. Kim 등<sup>(2)</sup>은 박리 및 재부착 현상이 발생하는 난류경계층에 대하여 연구하였으며, Eaton 등<sup>(3)</sup>은 재부착길이에 영향을 미치는 다섯가지 인자에 대해 연구한 바 있다. 그리고 대한기계학회 전산유체역학 분과회에서 실시한 후향계단에서의 재부착 유동해석에 관한 workshop<sup>(4)</sup>에서 여러 가지 수치해석 알고리듬을 이용하여 수행한 계산결과에 대하여 발표한 바 있다.

본 연구에서는 2차원 후향계단에서의 유동특성에 대하여 수치해석적 방법을 통하여 규명하고자 하였다. 이차원 비압축성, 비정상, 점성의 Navier-Stokes 방정식에 대한 해석을 위하여 SOLA 알고리듬에 근거한 대류항 보존형 차분스킴<sup>(5)</sup>을 사용하였으며, 계산 결과의 신뢰성에 대한 판단 기준으로서 Armaly 등이 수행한 실험결과를 토대로 하여 재부착 길이를 비교함으로써 후향계단에서의 층류, 천이 및 난류흐름에서 수행된 계산결과의 정확성을 확인하였다.

1) 대우중공업(주) 항공사업본부

2) 한국해양대학교 기계·냉동·자동차 공학부

## 2. 수치계산

Navier-Stokes 방정식은 연속체 유동중의 어느 한 점을 중심으로 유체입자의 운동을 기술하는 편미분 형태의 지배방정식이다. 비압축성, 비정상, 점성흐름에 대하여 Euler의 직각 좌표계상의 2차원 운동방정식과 연속의 방정식을 무차원화하여 보존형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u \cdot u}{\partial x} + \frac{\partial v \cdot u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial u \cdot v}{\partial x} + \frac{\partial v \cdot v}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

여기서  $(u, v)$ 와  $(g_x, g_y)$ 는 각각  $(x, y)$  방향으로의 평균속도와 중력가속도 성분이며,  $t$ 는 시간,  $p$ 는 압력, 그리고  $Re$ 는 레이놀즈 수  $U_0 H / \nu$  ( $U_0$ :계단에서의 대표속도,  $H$ :계단후방에 서의 대표길이,  $\nu$ :동점성계수)를 나타낸다.

본 연구에서는 등간격 격자상에서 2차 공간정도를 만족하는 SOLA의 보존형 중심차분과 부분도 너셀의 풍상차분 스킴에 대해서 공간해상도를 높이기 위해 내분의 원리를 이용하여 부등간격 격자상에서 변수들을 보간하여 차분근사를 행하였으며 Fig.1에서 그 변수 분포를 보여주고 있다. 점섬항과 압력항에 대해서도 2차정도를 보존하기 위해 부등간격 격자상에서 보정을 행하였다. 부분 도너셀항의 가중계수인  $\alpha$ 는 모든 계산과정에서 0.2를 부여하였다. 속도 및 압력의 반복수렴 판정조건으로서는 각 셀에서의 발산의 최대값 0.002를 기준으로 하였으며 한번의 전진시간간격에 대하여 평균 30회 정도의 반복수를 나타내었다. 계산시간은  $Re$ 에 따라 다르며 팬티엄 Pro(200MHz)기종에서  $Re=10^3$  일 때 무차원 시간  $T=300$ 당 대체로 약 75시간이 소요되었고,  $Re$ 가 증가함에 따라 계산시간도 비례적으로 증가하였다. 계산초기에는 시간진행의 간격을 조정하는 가속계수의 값을 0.1로 하여 계산초기의 불안정을 억제시켰고 데이터의 저장간격은 무차원시간 1로 하여 무차원시간 300에서 종료하였다.

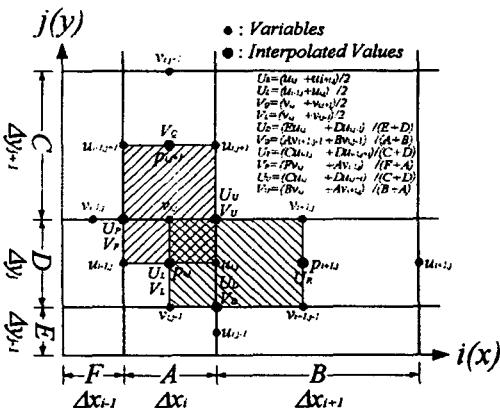


Fig.1 Distribution of Physical Variables on Irregular Grid

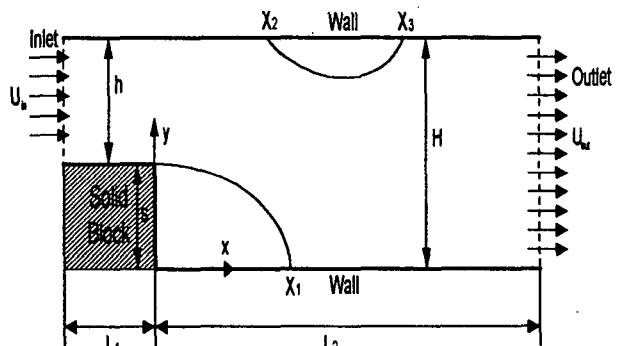


Fig.2 Schematic of Domain

Fig. 2는 본 논문에서 적용한 유동장의 개략도이며 층류유동에 대해서는 2차원 poiseulle 유동을 적용하였으며 천이영역 및 난류유동에 대해서는 일정한 속도분포를 가지는 것으로 가정하여 벽면에서의 유속은 0으로 하고 벽면을 제외한 유동장 내부에서는 평균유속을 취하여 1로 가정하였다. 계산에 사용된 Re는 실험결과와의 비교를 위하여 20종류를 사용하였다.

벽면경계조건으로서는 No-slip조건을 적용하였으며, 유동장 출구에서는 속도와 압력에 대해서 각각 Neumann 조건과 Dirichlet 조건을 적용하였다. Table 1에서는 적용된 계산조건들에 대해서 간략하게 보여주고 있다. 수치계산에 있어서 격자수가 계산결과에 미치는 영향에 대하여 확인하고자 7종류의 계산격자를 이용하여 부등간격 격자배치상에서 동일한 Re를 적용하여 계산을 수행하였으며, Fig. 3에서 보는 바와 같이 계산격자의 수와 격자의 변장비가 계산오차에 미치는 영향이 크다는 것을 알 수 있었다. 또한 계산결과의 유입유동 의존성에 대해서 확인하기 위해 동일한 Re와 격자수에서 층류 유입유동으로써 2종류의 포물선형 유입속도분포를 적용하였으며, Table 2에서 보는 바와 같이 재부착길이에서 큰 차이를 나타내고 있다.

Table 1 Computational Conditions

Item	Computational Conditions		
Channel Height	H	1	
Step Height	s	0.49	
Reynolds Number	Re	$10^2$	$1.5 \times 10^2$
		$3.89 \times 10^2$	$4.5 \times 10^2$
		$6.0 \times 10^2$	$6.5 \times 10^2$
		$8.0 \times 10^2$	$10^3$
		$2.0 \times 10^3$	$3.0 \times 10^3$
		$5.0 \times 10^3$	$6.0 \times 10^3$
		$7.0 \times 10^3$	$1.76 \times 10^4$
Grid Number	MX × NY	250 × 40	
Maximum Grid Size	$1/5H$	0.2	
Minimum Grid Size	$1/67H$	0.015	
Boundary Condition	-	No Slip	
In Flow Condition	$U_{in}$	$U(y) = \frac{3}{2} V [1 - (\frac{y}{a})^2]$	
Out Flow Condition	$U_{out}$	$\frac{\partial U}{\partial x} = 0, \frac{\partial U}{\partial x} = 0, P = 0$	
Finishing Time	T	300	

본 연구에서 사용된 격자배치는 대수적 방법이며 Fig. 4에서 보는 바와 같이 부등간격으로서 속도구배가 큰 벽면부분과 박리가 일어나는 계단모서리 부근에서 조밀하게 하여 공간 해상도를 높게 할 수 있는 Stretching 함수를 사용하였다. 유동장의 격자수는  $250 \times 40$ 이며, 계단 높이는 Armaly 등의 실험 유동장과 일치시키기 위해 대표길이(H)의 약  $1/2.06$ 로 하였다. 또한 최소 및 최대해상도는 각각 유동장 출구와 계단 모서리부분에서 흐름방향으로  $1/5H$  와  $1/67H$ 가 되도록 하였다. 부등간격 격자분포는 식(4)의 Stretching 함수로 나타낼 수 있다.

$$s = P\eta^* + (1-P)\left(1 - \frac{\tanh[Q(1-\eta^*)]}{\tanh Q}\right) \quad (4)$$

$$\eta^* = \frac{\eta - \eta_A}{\eta_E - \eta_A} \quad \text{단, } \eta_A \leq \eta \leq \eta_E \text{ 일 때 } 0 \leq \eta^* \leq 1$$

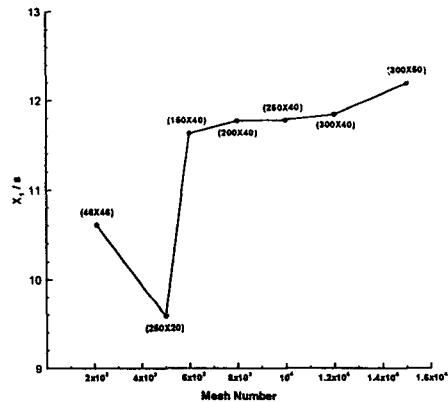


Fig.3 Grid Dependence

Table 2 Inflow Profile Dependence

Equation	$U(y) = \frac{3}{2} V [1 - (\frac{y}{a})^2]$	$U(y) = 24y(\frac{H}{2} - y)$
Re	$10^2$	$10^2$
Grid size	250X40	250X40
X1/s	11.78	12.02

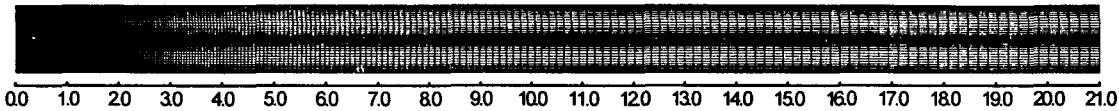


Fig.4 Computational Grid

여기서  $\eta_A$ 와  $\eta_E$ 는 시점과 종점이며,  $\eta^*$ 는 무차원화된 독립변수이다.  $P$ 는 위치별 격자간격의 크기변화를 조절하며,  $Q$ 는 damping factor라고 하며 출발점에서의 격자 간격크기를 제어한다. 본 연구에서 사용한 값은 2.0이며 경험적으로 적절히 보정하였다.

Fig.4는  $P$ 값의 변화에 따른 격자간격의 변경내용을 예시하였다.

$P$ 값은 계단 모서리부의 끝단을 기준으로 유동장 상부와 하부의 격자 조밀도를 보간하기 쉽고 계단 모서리를 기준으로 상하부 첫 번째 격자들의 크기가 동일하도록 하기 위해 식(4)로부터  $P$ 값에 대해 식(5)를 구하였다.

$$P = \frac{x - \tanh(Qterm)}{\frac{1}{n} - \tanh(Qterm)} \quad (5)$$

여기서,

$$Qterm = 1 - \frac{\tanh\left[Q\left(1 - \frac{1}{n}\right)\right]}{\tanh Q}$$

이며  $x$ 는 계단 모서리 끝단에서 첫 번째 격자의 크기이고  $n$ 은 종점의 위치이다.

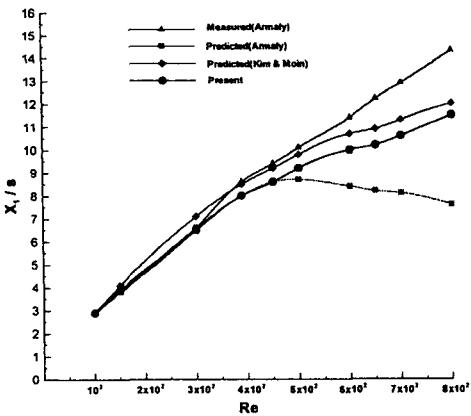
### 3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 후향계단에서 재부착길이 변화에 대해서 관찰하고자 20종류의 레이놀즈 수를 이용하여 계산을 수행하였으며, 계산결과의 비교를 위해 Armaly등의 실험결과를 사용하였다.

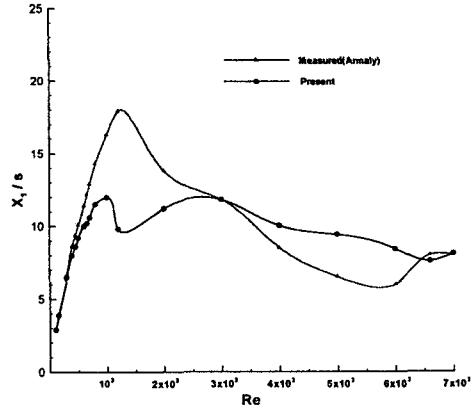
Fig.5는  $Re = 8.0 \times 10^2$ 까지 8종류의 레이놀즈 수를 사용하여 계산한 재부착길이와 실험결과를 비교하고 있다. 본 논문에서 나타내고 있는 계산결과는 유동의 예측에 있어서 SOLA 알고리듬에 근거한 계산코드가 후향계단에서의 계산을 위해서도  $Re = 4.0 \times 10^2$ 까지에서 충분히 적용 가능하다는 것을 실험결과와 유사한 계산결과에 의해 확인시켜주고 있다.

Fig.6은 계단 모서리에서 박리후 재부착이 발생한 1차 재순환영역에서 재부착점의 길이를 각 레이놀즈 수 별로 나타내고 있다. 실험결과에서는  $Re = 1.2 \times 10^3$ 까지 재부착길이가 점점 증가하다가 그 이후에서는 서서히 감소하고 있으며  $Re = 6.0 \times 10^3$  부근에서 다시 증가하여  $Re = 6.6 \times 10^3$  이후부터 재부착길이가 일정하게 유지됨을 확인할 수 있다. 그러나 계산결과에서는 층류 유입속도분포를 위해  $Re = 10^3$  이하에서 적용한 포물선형 유입속도분포에 의한 재부착길이는 실험결과와 비슷하게 증가하고 있으나, 천이영역으로 분류된  $Re = 1.2 \times 10^3$  이후에서는 균일 유입속도분포를 적용한 결과  $Re = 1.2 \times 10^3$ 에서의 재부착길이가  $Re = 10^3$ 에서 보다 감소하였고, 그 이후 영역에서는 재부착길이가 증가하여  $Re = 3.0 \times 10^3$ 에서 실험결과와 계산결과가 일치하고 있다. 또한  $Re = 6.6 \times 10^3$  이후부터는 실험결과와 계산결과가 거의 일정하게 유지되고 있다.

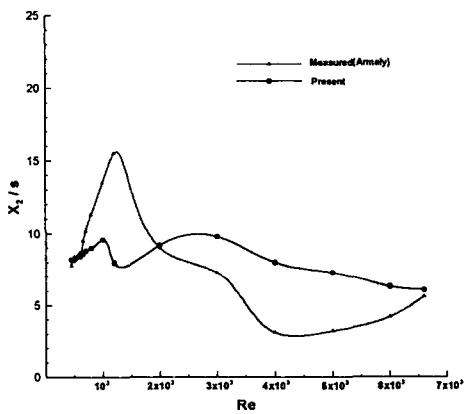
Fig.7과 Fig.8은 상부 벽면에 위치한 2차 재순환영역에서 발생되는 박리점과 재부착점의 길이를 나타내고 있으며, 레이놀즈 수 변화에 따른 박리점의 길이와 재부착점의 길이변화가 전체적으로 실험결과와 계산결과 사이에 유사한 경향을 나타내고 있다. Fig.9는  $Re = 8 \times 10^2$ 에서의 시간 평균 유동특성에 대하여 속도벡터, 압력분포, 와도선도, 등속선도 및 운동에너지선도를 이용하여 전체적인 경향을 보이고 있다. Fig.10에서는 후향계단에서의 시간평균 유동특성에 대하여 비교적 고레이놀즈 수인  $Re = 1.76 \times 10^5$ 에서 유동장내의 각 성분들에 대해서 정량적으로 나타내고 있다.



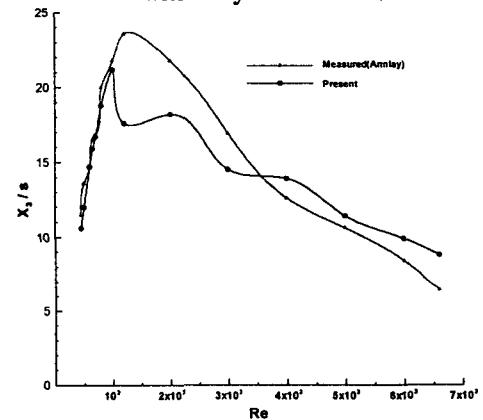
**Fig.5 Comparison of Experimental and Theoretical Flow Results**



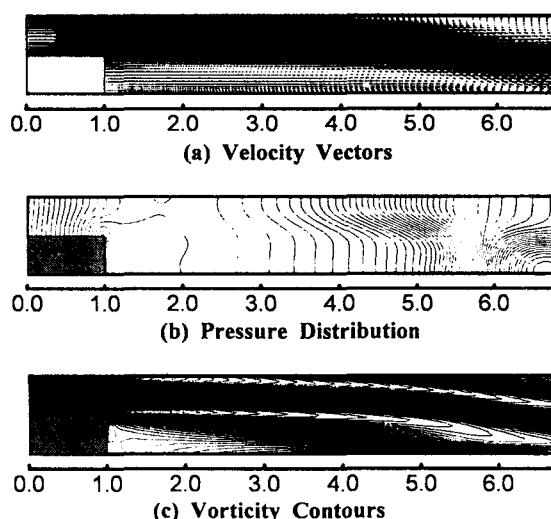
**Fig.6 Variation of Reattachment Location with Reynolds Number**



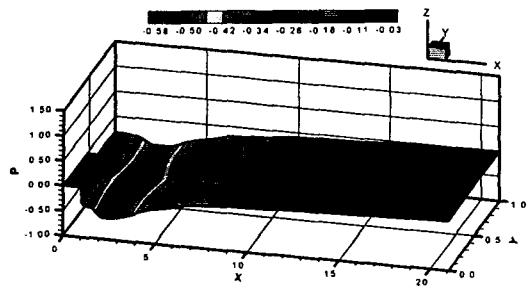
**Fig.7 Variation of Detachment Location with Reynolds Number**



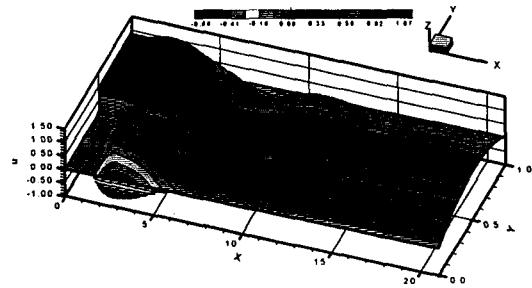
**Fig.8 Variation of Reattachment Location with Reynolds Number**



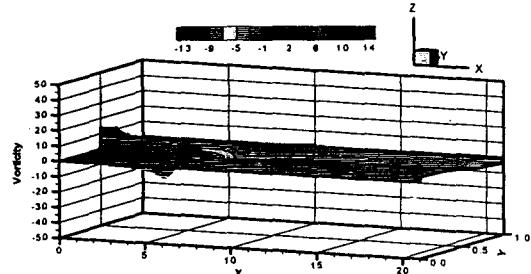
**Fig.9 Time-Mean Flow Characteristics at  $Re = 8 \times 10^2$  ( $T = 200-300$ )**



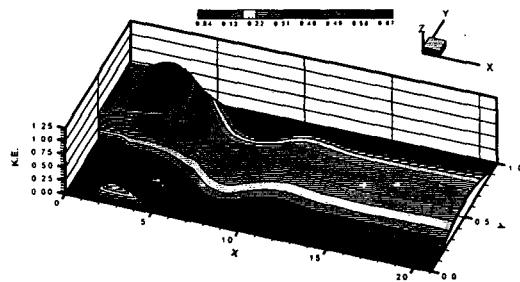
(a) Pressure Distribution



(c) Contours of u-direction Fluid Speed



(b) Vorticity Contours



(d) Contours of Kinetic Energy

Fig.10 Time-Mean Distribution at  $Re=1.76 \times 10^5$  ( $T=200-300$ )

#### 4. 결론

본 연구에서는 개선된 대류형 기법을 적용한 SOLA 알고리듬을 이용하여 후향계단에서 계산을 수행하였으며 수치해석결과에 대한 신뢰성 및 저용유동장의 유동특성에 대하여 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1.  $Re = 10^3$  이하에서는 레이놀즈 수가 증가할수록 재부착길이가 증가하였으며,  $Re = 4.0 \times 10^2$  이후부터 실험결과와 계산결과 사이에 재부착길이의 차이가 발생하였다. 또한 적용된 유입유동 속도분포의 변화와 계산격자수에 따라서 재부착길이의 차이가 발생함을 확인할 수 있었으며,  $Re = 10^3$  이하 및  $Re = 7 \times 10^3$  이후에서 실험결과 및 계산결과에 의한 재부착길이가 거의 일치하는 경향을 나타냄에 따라 본 연구에 적용한 알고리듬의 신뢰성을 입증할 수 있었다.
2. 레이놀즈 수 변화에 따른 순간 유동특성 및 시간평균 유동특성에 대하여 속도벡터, 압력선도, 등속도선, 등속선도 그리고 운동에너지를 이용하여 고찰하였으며, 후향계단 유동장의 복잡한 유동특성을 이해할 수 있었다.

#### 참고문헌

- [1] B. F. Armaly, F. Durst, J. C. F. Pereira and B. Schonung, "Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow", *J. Fluid Mech.*, Vol. 127 (1983), pp.473-496.
- [2] J. Kim, S. J. Kline, J. P. Johnston, "Investigation of a Reattaching Turbulent Shear Layer: Flow Over a Backward-Facing Step", *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 103 (1980), pp.302-308.
- [3] J. K. Eaton and J. P. Johnston, "A Review of Research on Subsonic Turbulent Flow Reattachment", *AIAA J.*, Vol. 19, No. 9 (1981), pp.1093-1100.
- [4] 대한기계학회, "후향계단에서의 재부착 유동해석", 열 및 유체공학부문 CFD 분과회 workshop (1995).
- [5] Young-Ho Lee, Chun-Sik Kim, Jang-Woon Choi, "A Revised Convective Scheme for High Reynolds Number and its Application", *JSME/KSME of Fluid Eng. Conf.* (1994), pp.312-316.