# Jacobian 행렬의 비 대각 요소를 보존시킬 수 있는 조류계산에 관한 연구

문 영현, 이 종기, 최 병곤, 박 정도, 류 헌수
연세대학교 전기공학과 에너지시스템 연구실

# A Study on a Load Flow calculation for preserved Jacobian Matrix's elements except diagonal terms

Yong-Hyun Moon, Jong-Gi Lee, Byoung-Kon Choi, Jeong-Do Park, H대n-Su Ryu
Enery System Lab., Dept. of Electrical Engineering, Yonsei Univ.

**Abstract** - Load Flow calulation methods can usually be divided into Gauss-Seidel method, Newton-Raphson method and decoupled method. Load flow calculation is a basic on-line or off-line process for power system planning, operation, control and state analysis.

These days Newton-Raphson method is mainly used since it shows remarkable convergence characteristics. It, however, needs considerable calculation time in construction and calculation of inverse Jacobian matrix. In addition to that, Newton-Raphson method tends to fail to converge when system loading is heavy and system has a large R/X ratio.

In this paper, matrix equation is used to make algebraic expression and then to solve load flow equation and to modify above defects. And it preserve certain part of Jacobian matrix to shorten the time of calculation.

Application of mentioned algorithm to 14 bus, 39 bus, 118 bus systems led to identical result and the number of iteration got by Newton-Raphson method. The effect of time reduction showed about 28%, 30%, at each case of 39 bus, 118 bus system.

## 1. 서 론

전력계통은 그 구성요소인 발전계통, 송.변전계통, 배전계통이 유기적으로 결합되어 원활한 전력의 공급과 높은 신뢰도를 제공할 것을 목표로 설계되어야한다. 이를 위해서 조류계산(Load flow)은 주어진 계통조건으로부터 현재 계통 동작의 정량화평가 뿐만 아니라 전력계통 확장계획등 계통의 합리적 운용 및 제어 등에 기본이 되는 것으로서 계통해석에 필수적인 요소이다.

최근 전력 수요는 크게 증가하고 있으나 대용량 발전설비가 부하 중심지로부터 먼 곳에 집중적으로 건설되고, 송전 시스템이 대용량, 장거리화하는 등 계통의 편재 경향이 두드러짐에 따라 전력 조류의 패턴은 바뀌고, 특히 급전 자동화의 요구에 따라 ON-LINE용의 조류계산에서 계산시간을 단축하는 것이 요구되고 있으며, 조류해석에 관한 수렴성의 개선 등에 대해 그 기법도 다양해지고 있다.

조류계산의 척도는 계산 시간의 장단과 기억용량의 대소, 수렴성과 신뢰성 등에 좌우되고 있는데, 사용목적과 실제 계통의 규모에 따라 가장 적합한 방법을 찾아서 선택해야 한다.[1]

일반적으로, 조류계산방정식은 비선형으로 직접 해를 구하기는 어렵고 이를 해결하기 위한 방법으로서 크게 Gauss-Seidel법과 Newton-Raphson법, 분할법(Decoupled Method)등이 있다. Gauss-Seidel법은 계산 방법이 간단하여 반복 계산과정에서 계산기의 기억용량이 적게 소요된다는 장점이 있으나 수렴까지의 반복횟수가 다른 방법들에 비하여 월등히 많고 수렴성 및 신뢰성이 양호하지 못하다.[2] 이에 반하여 Newton-Raphson법은 수렴까지의 반복횟수와 수렴성은 우수하나 반복 계산과정에서 매 반복마다 자코비안(Jacobian) 행렬과 그의 역행렬을 계산해야 하므로 계산시간이 비교적 많이 소요된다.[3][4] 그러나 Newton-Raphson법을 근사화한 분할법과 고속 분할법(Fast Decoupled Method)은 기억용량과 계산 시간면에서 Newton- Raphson법보다 우수하나 중부하인 경우 수렴특성이 다소 떨어지고 계통의 부하가 높은 선로가 포함된 악조건(ill-condition)일 경우 수렴특성이 떨어지는 단점이 있다.[3][5][6] 현재의 전력조류계산은 탁월한 수렴성 때문에 거의 전적으로 Newton-Raphson법에 기초로 하고 있다.[6][12][13]

본 논문에서는 많이 사용하는 Newton-Raphson방법에서 Jacobian 행렬을 구하기 위해 이차항 이상을 생략함으로 인해서 오차를 유발할 수도 있고 매 iteration마다 Jacobian Matrix와 역함수를 구하는 번거로움이 있는데, 행렬식을 이용하여 그 오차를 줄이고, Jacobian Matrix의 비 대각요소를 일정하게 고정시켜 놓고 Jacobian Matrix를 보다 쉽고 빠르게 구함으로써, 기존의 Newton-Raphson방법보다 계산이 간단할 뿐만 아니라 정확한 수렴값을 구하고자 한다.

## 2. 기존의 조류계산 방법

전력계통의 조류계산은 계통의 모선에서 지정된 값을 이용하여 각종 미지값을 구하는 것이다.

전력계통의 모선은 발전기 모선(P-V bus)과 부하모선(P-Q bus)으로 대별할 수 있으며 발전기모선에서는 발전기의 유효전력과 전압의 크기를 알 수 있고, 부하모선에서는 부하의 유효전력과 무효전력을 알고 있는 것이 보통이다. 또한 발전기모선중에 적어도 한 모선은 계통의 손실을 조정하기 위해서 슬랙(Slack)모선이 필요하며 전압의 크기와 위상각이 지정된다.

### 2.1 조류계산식

전력계통에 있어서 각 모선으로부터 계통에 유입되는 전류와 각 모선의 전압과의 관계는 다음과 같다.

$$I_{bus} = Y_{bus} V_{bus} \qquad (2.1)$$

슬랙 모선을 제외한 모든 모선에 대해 계산되는 전류식은 다음과 같다.

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}, \quad i=1, 2, \ldots, n \ (i \neq slack) \qquad (2.2)$$

그리고 i번째 모선 전압과 다른 모선의 관계식은

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left(I_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} Y_{ij} V_j\right)$$
$$i = 1, 2, \ldots, n \ (i \neq slack) \qquad (2.3)$$

식(2.2)를 식(2.3)에 대입하면 새로운 모선전압값을

구할 수 있다. 이러한 새로운 전압은 다시 식(2.1)에서 전류를 구하는데 사용된다. 이를 써보면

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left(\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} Y_{ij} V_j\right) \quad (2.4)$$

$i = 1, 2, \ldots, n \ (i \neq \text{slack})$

와 같이 되며 이 식은 모선전압으로 이루어진 조류계산식으로 비선형으로 구성되어 있다.

따라서 이 비선형식의 해를 효율적으로 구하는 것이 조류계산의 중요한 목적이며 이러한 조류계산은 모선전압으로 유효전력, 무효전력을 나타내는 비선형 방정식을 풀어서 해를 구할 수 있다.

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* I_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \quad (2.5a)$$

단, $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ : 모선 i와 j 사이의 어드미턴스

여기에서 $V_i = e_i + jf_i$ 이고 $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ 로 표기하면

$$P_i - jQ_i = (e_i - jf_i)\sum_{j=1}^{n}(G_{ij} + jB_{ij})(e_j + jf_j) \quad (2.5b)$$

따라서 이 식을 실수 부분과 허수 부분으로 나누어 유효전력과 무효전력으로 나눌 수 있다.

Rectangular form 으로 표현하면

$$\begin{aligned} P_i &= \mathrm{Re}\left[V_i^* \sum_{j=1}^{n}(Y_{ij}V_j)\right] \quad (2.6a) \\ &= \sum_{j=1}^{n}\{e_i(e_jG_{ij} - f_jB_{ij}) + f_i(f_jG_{ij} + e_jB_{ij})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_i &= \mathrm{Im}\left[-V_i^* \sum_{j=1}^{n}(Y_{ij}V_j)\right] \quad (2.6b) \\ &= \sum_{j=1}^{n}\{f_i(e_jG_{ij} - f_jB_{ij}) - e_i(f_jG_{ij} + e_jB_{ij})\} \end{aligned}$$

또한, 유효 및 무효전력의 편차는 다음과 같다.

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - P_i^{cal}, \ \Delta Q_i = Q_i^{sp} - Q_i^{cal} \quad (2.7)$$

위에서, $P_i^{sp}$, $Q_i^{sp}$ : i번째 모선의 지정 유효,무효전력

$P_i^{cal}$, $Q_i^{cal}$ : i번째 모선의 계산 유효,무효전력

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - \sum_{j=1}^{n}\{e_i(e_jG_{ij} - f_jB_{ij}) + f_i(f_jG_{ij} + e_jB_{ij})\}$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - \sum_{j=1}^{n}\{f_i(e_jG_{ij} - f_jB_{ij}) - e_i(f_jG_{ij} + e_jB_{ij})\} \quad (2.8)$$

슬랙 부스를 제외한 모든 모선에 대해서 $P_i$와 $Q_i$를 알고 있으면 $e_i$와 $f_i$ 가 알려져 있지 않다. 그래서 P-Q 모선 수가 $N_1$개, P-V모선수가 $N_2$개인 계통에서 풀어야할 방정식은 $2N_2 + N_1$ 개가 존재한다.

위와 같이 전력조류계산은 식(2.6a)와(2.6b)으로 표시되는 비선형 연립방정식으로 직접 해를 구할 수 없으며 선형화하여 반복계산법에 따라 해를 구하는데 무효 및 유효전력 편차, 식(2.8)이 허용오차 이내일 때 수렴이 되는 것이다.

### 2.2 Newton-Raphson 법

Newton-Raphson법은 식(2.8)에 주어진 전력편차가 허용오차 이내로 수렴할 때까지 자코비안 역행렬을 반복계산하는 방법이다.

유효 및 무효전력은 전압위상각 $\theta$와 전압 V의 함수이므로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\mathbf{P} = f_p(\theta, V) = [\, f_1(\theta, V), \ldots, f_n(\theta, V)\,]^T \quad (2.9)$$

$$\mathbf{Q} = f_Q(\theta, V) = [\, f_1(\theta, V), \ldots, f_n(\theta, V)\,]^T \quad (2.10)$$

단, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n]^T$, $V = [V_1, V_2, \ldots, V_n]^T$

식(2.9)와 (2.10)를 Taylor's series로 전개하면 다음과 같다.

$$f_p(\theta, V) = f_p(\theta_0, V_0) + \left.\frac{\partial f_p}{\partial \theta}\right|_{x=x_0}(\theta - \theta_0) + \left.\frac{\partial f_p}{\partial V}\right|_{x=x_0}(V - V_0) + \text{H.O.T.} \quad (2.11)$$

$$f_Q(\theta, V) = f_Q(\theta_0, V_0) + \left.\frac{\partial f_Q}{\partial \theta}\right|_{x=x_0}(\theta - \theta_0) + \left.\frac{\partial f_Q}{\partial V}\right|_{x=x_0}(V - V_0) + \text{H.O.T.} \quad (2.12)$$

단, $\mathbf{x} = (\theta, V)$, $\mathbf{x}_0 = (\theta_0, V_0)$

식(2.11)과 (2.12)에서 2차 이상의 항을 무시하고 전력편차를 행렬식으로 쓸 수 있다.

$$\Delta P = f_P(\theta, V) - f_P(\theta_0, V_0)$$

$$\Delta Q = f_Q(\theta, V) - f_Q(\theta_0, V_0)$$

$$\therefore \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_P}{\partial \theta} & \dfrac{\partial f_P}{\partial V} \\ \dfrac{\partial f_Q}{\partial \theta} & \dfrac{\partial f_Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\theta - \theta_0) \\ (V - V_0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \dfrac{\Delta|V|}{|V|} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \dfrac{\Delta|V|}{|V|} \end{bmatrix}$$

J:자코비안 행렬 (2.13)

여기에서 $H = \dfrac{\partial f_P}{\partial \theta}$, $N = \dfrac{\partial f_P}{\partial V}$, $M = \dfrac{\partial f_Q}{\partial \theta}$, $L = \dfrac{\partial f_Q}{\partial V}$

자코비안 행렬의 부행렬(Sub-matrix)은 다음과 같다.

i≠j 일 때

$$H_{ij} = L_{ij} = |V_i||V_j|(G_{ij}\sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij})$$

$$N_{ij} = -M_{ij} = |V_i||V_j|(G_{ij}\cos\theta_{ij} + B_{ij}\sin\theta_{ij}) \quad (2.14)$$

i=j일 때

$$H_{ii} = -Q_i - B_{ii}|V_i|^2, \ L_{ii} = Q_i - B_{ii}|V_i|^2$$

$$N_{ii} = P_i + G_{ii}|V_i|^2, \ M_{ii} = P_i - G_{ii}|V_i|^2 \quad (2.15)$$

따라서 $\Delta\theta$와 $\Delta V$는 식(2.13)의 양변에 자코비안 역행렬을 곱하여 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

이렇게 구한 변위값으로 k번째 반복후 $\theta$와 V의 수정된 값을 구하면 다음과 같이 된다.

$$|V|^{(k+1)} = |V|^{(k)} + \Delta|V|^{(k)} \quad (2.17)$$

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + \Delta\theta^{(k)} \quad (2.18)$$

단, k : iteration index

Newton-Raphson법은 수렴까지의 반복횟수와 수렴성은 우수하나, 반복계산과정에서 매 반복마다 자코비안 역행렬을 계산해야 하므로 반복횟수는 적다고 하더라도 요구되는 계산량은 다른 방법에 비해 많다고 할 수있다.

## 3. Jacobian 행렬의 비 대각 요소를 보존 시킬 수 있는 조류계산

### 3.1 모선 전압식의 유도

$S=VI^*$의 조류계산 식에서 V가 정상상태에서 미소 변위식 $V = V_0 + \Delta V$ 를 입력하여 이 식을 식과 이 식을 conjugate한 식을 적절히 연립하여 $\Delta V$를 구한 후 이 전압변위를 iteration하면 조류계산 결과 값에 수렴한다.

P-Q모선일 때와 P-V모선일 때를 구분하여 각 모선에서 정해진 값을 이용해서 P-Q모선의 무효전력 변이값, $\Delta Q$의 수치를 구한 후 그 값을 다시 $\Delta V$를 값에 대입하여 새로운 모선 전압을 구하여 정확한 값에 수렴될 때까지 iteration한다. 이와 같은 방법은 대수식으로 보다 간단한 식을 유도 할 수 있기 때문에 시간이나 메모리 사용량을 줄일 수 있다.

복소 전력식 $S=VI^*$에서 양변에 conjugate를 취하고 전압V를 diagonal matrix로 바꾸면,

$$D_{V_T}^{*}\ Y_{BUS_T}\ V_T = P_T - jQ_T \tag{3.1}$$

위의 식에서

$$D_{V_T} = \begin{bmatrix} V_s & \cdots & 0 & \cdots & \\ & V_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & \cdots & 0 & \cdots & V_N \end{bmatrix},$$

$$Y_{BUS_T} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & Y_{SL_1} & & \cdots \\ Y_{LS_1} & Y_{11} & & \\ & & \ddots & \\ Y_{LS_{N1}} & \cdots & & \cdots\ Y_{NN} \end{bmatrix}$$

$$V_T = \begin{bmatrix} \Delta V_S \\ \Delta V_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix},\quad P_T\text{-}jQ_T = \begin{bmatrix} P_S - jQ_S \\ P_1 - jQ_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ P_N - jQ_N \end{bmatrix}$$

단, 윗 식에서 첨자 S는 슬랙모선을 뜻한다.

첫 번째 열, 즉 슬랙모선을 제외한 나머지의 관계식에서 전압 V는 정상상태와 미소변위로 표시할 수 있으므로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$(D_{V_0}^{*} + D_{\Delta V}^{*})\, Y_{BUS}(V_0 + \Delta V) = (P - jQ) \tag{3.2}$$

$$(\because\ D_{\Delta V}^{*}\ Y_{BUS}\,\Delta V \approx 0)$$

$$D_{V_0}^{*}\ Y_{BUS}\ V_0 + D_{\Delta V}^{*}\ Y_{BUS}\ V_0 + D_{V_0}^{*}\ Y_{BUS}\Delta V \approx P - jQ \tag{3.3}$$

(단, $D_V$, $Y_{BUS}$, $V$, $P-jQ$는 각각 $D_{V_T}$, $Y_{BUS_T}$, $V_T$, $P_T - jQ_T$에서 슬랙모선에 관한 항을 제외 것이다.)

첫째항 $D_{V_0}^{*}\ Y_{BUS}\ V_0 = P_0 - jQ_0$이므로 우변으로 이항하면

$$D_{\Delta V}^{*}\ Y_{BUS}\ V_0 + D_{V_0}^{*}\ Y_{BUS}\,\Delta V = \Delta P - j\Delta Q \tag{3.4}$$

단, $\Delta P = P - P_0 = P - \mathrm{Re}(D_{V_0}^{*}\ Y_{BUS}\ V_0)$

$\Delta Q = Q - Q_0 = Q - \mathrm{Im}(D_{V_0}^{*}\ Y_{BUS}\ V_0)$

이 된다.

식 (3.4)의 좌변 첫 번째 행렬을 전개했을 때 i번째 행을 보면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta V_i^{*} Y_{i1} V_1^0 + \cdots + \Delta V_i^{*} Y_{iN} V_N^0 + \Delta V_i^{*} V_S Y_{LS_i} = \Delta V_i^{*}(\textstyle\sum Y_{ik} V_k^0 + V_S Y_{LS_i}) \tag{3.5}$$

식 (3.5)를 summation를 사용해 나타내면

$$\begin{bmatrix} \sum Y_{1k}V_k^0 & & & \\ & \sum Y_{2k}V_k^0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sum Y_{Nk}V_k^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1^{*} \\ \Delta V_2^{*} \\ \vdots \\ \Delta V_N^{*} \end{bmatrix} + D_{V_0}^{*}\ Y_{BUS} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \Delta P - j\Delta Q \tag{3.6}$$

와 같이 되는데, 식 (3.6)를 P-V모선과 P-Q모선을 구분해서 정리하면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} D_{SG} & \vdots & \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ & \vdots & D_{SL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_G^{*} \\ \cdots\cdots \\ \Delta V_L^{*} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{VG0}^{*} & \vdots & \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ & \vdots & D_{VL0}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{GG} & \vdots & Y_{GL} \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ Y_{LG} & \vdots & Y_{LL} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta V_G \\ \cdots\cdots \\ \Delta V_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1^{SP} - j\Delta Q_1^{SP} \\ \vdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \vdots \\ \Delta P_n^{SP} - j\Delta Q_{n'}^{SP} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

식 (3.7)로부터 3개의 방정식을 이끌어 낼 수 있다.

$$\mathrm{Re}[\,D_{SG}\ \Delta V_G^{*} + D_{VG0}^{*}(\,Y_{GG}\ \Delta V_G + Y_{GL}\ \Delta V_L)] = \Delta P_G^{SP} \tag{3.8a}$$

$$D_{SL}\ \Delta V_L^{*} + D_{VL0}^{*}(\,Y_{LG}\ \Delta V_G + Y_{LL}\ \Delta V_L) = \Delta P_L^{SP} - j\Delta Q_L^{SP} \tag{3.8b}$$

$$\mathrm{Re}[\,D_V^{0*}\ \Delta V_G + D_{V0}\ \Delta V_G^{*}] = \mathrm{Re}[\,|V^{SP}|^2 - |V_0^{SP}|^2] \tag{3.8c}$$

식 (3.8a)번을 실수부와 허수부로 나누어 쓰면,

$$\mathrm{Re}[(\,D_{SGR} + jD_{SGI})(\,\Delta e_G - j\Delta f_G) + (\,D_{eG0} - jD_{fG0}) \times (\,Y_{GG}\ \Delta V_G + Y_{GL}\ \Delta V_L)] = \Delta P_G^{SP}$$

$$D_{SGR}\ \Delta e_G + D_{SGI}\ \Delta f_G + \mathrm{Re}[(\,D_{eG0} - jD_{fG0})\{(\,G_{GG} + jB_{GG})(\,\Delta e_G + \Delta f_G) + (\,G_{GL} + jB_{GL})(\,\Delta e_L + \Delta f_L)\}] = \Delta P_G^{SP} \tag{3.9}$$

이 되는데, 식 (3.9)과 같이 되는데, 이를 전개해서 실수부만 취하면, 다음과 같이 된다.

$$\Delta e_G(\,D_{SGR} + D_{eG0}\ G_{GG} + D_{fG0}\ B_{GG}) + \Delta f_G(\,D_{SGI} - D_{eG0}\ B_{GG} + D_{fG0}\ G_{GG}) + \Delta e_L(\,D_{eG0}\ G_{GL} + D_{fG0}\ B_{GL}) + \Delta f_L(\,-D_{eG0}\ B_{GL} + D_{fG0}\ G_{GL}) = \Delta P_G^{SP} \tag{3.10}$$

식 (3.10)의 일정부분을 간단하게 치환을 해보자

$$\Delta e_G(\,D_{SGR} + L_G) + \Delta f_G(\,D_{SGI} + K_G) + \Delta e_L\ L_L + \Delta f_L\ K_L = \Delta P_G^{SP} \tag{3.11}$$

여기서,

$L_G = D_{eG0}\ G_{GG} + D_{fG0}\ B_{GG}$

$K_G = -D_{eG0}\ B_{GG} + D_{fG0}\ G_{GG}$ .

$$L_L = D_{eG0}\, G_{GL} + D_{fG0}\, B_{GL}$$

$$K_L = -D_{eG0}\, B_{GL} + D_{fG0}\, G_{GL}$$

식 (3.8b)의 양변에 $D^{*-1}_{V_0}$ 를 곱하면, 우변은 전력을 전압으로 나눈 식으므로 전류로 표현할 수 있고, 이를 행렬로 표현해보면 다음과 같이 된다.

$$D^{*-1}_{VL0}\begin{bmatrix} \sum Y_{m+1k}V_k^0 & & & \\ & \sum Y_{m+2k}V_k^0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sum Y_{Nk}V_k^0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta V^*_{m+1} \\ \Delta V^*_{m+2} \\ \vdots \\ \Delta V^*_N \end{bmatrix} + (Y_{LG}\,\Delta V_G + Y_{LL}\,\Delta V_L) = \Delta I_L^{sp} \tag{3.12}$$

식 (3.12)의 좌변 처음 두 행렬의 곱을 $D_\Sigma$로 정의하여 다음과 표시해보자.

$$D_\Sigma = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum Y_{m+1k}V_{k0}}{V^*_{m+10}} & & \\ & \dfrac{\sum Y_{m+2k}V_{k0}}{V^*_{m+20}} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$D_\Sigma$의 $i$번째 항 $\dfrac{\sum Y_{ik}V_{k0}}{V^*_{i0}}$을 보면, $i$번째 모선의 총 전류의 합과 같으므로 $\dfrac{-P_{L_i}+jQ_{L_i}}{V^{*2}_{i_0}}$과 같이 각 항을 바꿔서 쓸 수 있다. 따라서 $D_\Sigma$를 아래와 같이 정의한다.

$$D_\Sigma = \begin{bmatrix} \dfrac{-P_{L_{m+1}}+jQ_{L_{m+1}}}{V^{*2}_{m+10}} & & \\ & \ddots & \\ & & \dfrac{-P_{L_n}+jQ_{L_n}}{V^{*2}_{n0}} \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

$D_\Sigma$를 다시 식에 대입하고 실수부와 허수부를 나누어서 써보면 다음과 같다.

$$(D_{\Sigma R}+j\,D_{\Sigma I})(\Delta e_L - j\Delta f_L) + (G_{LG} + jB_{LG}) \times (\Delta e_G + j\Delta f_G) + (G_{LL} + jB_{LL})(\Delta e_L + j\Delta f_L) = \Delta I^{SP}_{L_R} + j\Delta I^{SP}_{L_I}$$

$$D^{*-1}_{VL0}\, D_{SL}\, \Delta V^*_L + (Y_{LG}\,\Delta V_G + Y_{LL}\,\Delta V_L) = D^{*-1}_{VL0}(\Delta P^{SP}_L - j\Delta Q^{SP}_L) \tag{3.15}$$

이를 실수부와 허수부로 나누어 방정식을 세워보면, 다음과 같이 두 개의 방정식을 얻을 수 있다.

$$G_{LG}\,\Delta e_G - B_{LG}\,\Delta f_G + (D_{\Sigma R} + G_{LL})\,\Delta e_L + (D_{\Sigma I} - G_{LL})\,\Delta f_L = \Delta I^{SP}_{L_R} \tag{3.16a}$$

$$B_{LG}\,\Delta e_G - G_{LG}\,\Delta f_G + (D_{\Sigma I} + B_{LL})\,\Delta e_L + (-D_{\Sigma R} + G_{LL})\,\Delta f_L = \Delta I^{SP}_{L_I} \tag{3.16b}$$

식 (3.8c)는 P-V모선에서는 V의 크기를 알고 있으므로, $|V|^{sp^2} = e^2 + f^2$으로 표현할 수 있고 e와 f를 초기값과 미소변위 값으로 나누어 쓰면,

$$(e_0 + \Delta e)^2 + (f_0 + \Delta f)^2 = |V|^{sp^2} \tag{3.17}$$

$$(e_0^2 + f_0^2) + 2(e_0\Delta e + f_0\Delta f) + (\Delta e^2 + \Delta f^2) = |V|^{sp^2} \tag{3.18}$$

$$\therefore e_0\Delta e + f_0\Delta f = \frac{1}{2}(|V|^{sp^2} - |V_0|^{sp^2}) \tag{3.19}$$

$$(\because e_0^2 + f_0^2 = |V_0|^{sp^2},\ \Delta e^2 + \Delta f^2 \approx 0)$$

이를 행렬의 형태로 바꾸기 위해서, 전압을 diagonal matrix로 바꾸어 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D_{e0}\,\Delta e + D_{f0}\,\Delta f = \frac{1}{2}(|V|^{sp^2} - |V_0|^{sp^2}) \tag{3.20}$$

위 세 식(3.11), (3.16), (3.20)을 하나의 식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\left\{ \left[\begin{array}{ccc:ccc} D_{SGR1} & D_{SGI1} & & & & \\ e_{10} & f_{10} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ & & & D_{\Sigma_{Rm+1}} & D_{\Sigma_{Im+1}} & \\ & & & D_{\Sigma_{Im+1}} & -D_{\Sigma_{Rm+1}} & \\ & & & & & \ddots \end{array}\right] + \left[\begin{array}{ccc:ccc} L_{G_{11}} & K_{G_{11}} & \cdots & L_{L_{1m+1}} & K_{L_{1m+1}} & \cdots \\ & 0 & & & 0 & \\ & & \ddots & & & \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ G_{m+11} & -B_{m+11} & & G_{m+1m+1} & -B_{m+1m+1} & \\ B_{m+11} & G_{m+11} & & B_{m+1m+1} & G_{m+1m+1} & \\ & & \ddots & & & \ddots \end{array}\right] \right\}$$

$$\times \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta f_1 \\ \vdots \\ \cdots \\ \vdots \\ \Delta e_n \\ \Delta f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P^{sp}_{G1} \\ \frac{1}{2}(|V_1|^2 - |V_{10}|^2) \\ \vdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \vdots \\ \Delta I_{R_n} \\ \Delta I_{I_n} \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

이렇게 하면 YBus 행렬로부터 만들어진 식 (3.21)의 밑 부분은 매 iteration할 때 update되지 않기 때문에, 처음에 한 번 만들어 놓으면 되기 때문에 그만큼의 시간을 단축시킬 수 있다.

## 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 연구에서는 기존의 방법중에서 가장 널리사용되는 Newton-Rapson법과 제안된 알고리즘을 적용한 조류계산법을 14모선, 39모선, 118모선 계통에 각각 적용하여 비교하였다.

표 4.1 14모선 계통의 시뮬레이션 결과

Table 4.1 Simulation Results for 14 bus system

| | Newton-Raphson법 | 제안된 방법 |
|---|---|---|
| Execution Time | 0.06 | 0.06 |
| Iteration Number | 3 | 3 |

14모선 계통에서의 결과는 기존의 Newton-Raphson법과 비교하여 시간이나 iteration 수에 있어서 거의 차이가 없이 나왔다. 또한 수렴값도 일치했다.

표 4.2 39모선 계통의 시뮬레이션 결과

Table 4.2 Simulation Results for 39 bus system

| | Newton-Raphson법 | 제안된 방법 |
|---|---|---|
| Execution Time | 0.46 | 0.33 |
| Iteration Number | 4 | 4 |

39모선 계통에서의 결과는 Newton-Raphson법에 비해 iteration수와 수렴값은 같게 나왔으나, 수행 시간에 있어서는 28%정도의 시간 단축이 있었다.

표 4.3 118모선 계통의 시뮬레이션 결과

Table 4.3 Simulation Results for 118 bus system

| | Newton-Raphson법 | 제안된 방법 |
|---|---|---|
| Execution Time | 8.66 | 5.98 |
| Iteration Number | 4 | 4 |

118모선에서의 결과는 Newton-Raphson법에 비해 30.9%의 수행시간의 단축을 보였다.

앞의 세 번의 시뮬레이션을 보면, 수렴하는 값과 iteration수는 모두 Newton-Raphson법과 일치를 보이면서, 수행시간에 있어서는 모선이 많아질수록 더 많은 시간의 단축을 보여준다는 것을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 기존에 광범위하게 사용하고 있는 Newton-Raphson법 조류계산과 비교하여 Jacobian 행렬의 비 대각요소를 보존시킬 수 있는 조류계산법을 구하였다. Newton-Raphson 조류계산법은 선형 근사화하는 과정에서 고차항이 무시되어 수렴성이 좋은 편이나 수렴성을 보장하지 못하고 있고 반복계산 과정에서 Jacobian 행렬을 구하고 그 역행렬을 매번 구해야 하기 때문에 조류계산에서 구하고자 하는 값이 빨리 수렴하는 데 장애가 된다.

이 논문에서는 제안된 알고리즘에서는 Taylor's series를 이용한 Newton-Raphson법에서처럼 2차항 이상을 모두 소거하는 것이 아니라, YBus와 전압, 유효전력, 무효전력의 계산식에서 미소전압의 제곱항만을 소거하여 iteration하는데 보정되는 오차를 줄일 수 있을 뿐만 아니라, 매 반복계산 과정에서 대수식을 이용해 얻은 Jacobian의 비 대각 요소를 보존시킴으로써, iteration시 변수들을 update할 때, 계산시간을 줄일 수 있다.

본 논문에서는 14모선, 39모선, 118모선 계통에 대해 시뮬레이션을 해 본 결과, Newton-Raphson법과 비교해서, 수렴하는 값과 iteration수에 있어서는 일치하고, 수행 시간에 있어서는 14모선 계통에서는 같았고, 39모선 계통에서는 28%의 시간 단축, 118모선 계통에서는 30.9%의 시간 단축을 보았다. 이로써 본 논문에서 제안된 방법은 기존의 방법에 비해 중부하 일수록 수행 시간을 더 단축시킬 수 있음을 알 수 있다.

### [참 고 문 헌]


[1] P. W. Sauer, M. A. Pai, "Power System Steady-State Stability and The Load-Flow Jacobian", IEEE Trans. on PWS, Vol. 5, No. 4, Nov. 1990, pp.1374-1383

[2] Stagg and El-Abiad, *Computer method in power system*, International student edition, 1968

[3] B. Stott, "Review of Load-Flow Calculation Methods", PROC IEEE pp. 916-929, 1974

[4] M. A. Pai, *Computer Techniques in Power System Analysis*, McGraw Hill , 1979

[5] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw- Hill,1993

[6] B. Stott and O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Trans. on PAS Vol. -93, pp. 859-869, May/June 1974

[7] David G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley, 1989

[8] Carson W. Taylor, *Power System Voltage Stability*, McGraw Hill, 1994

[9] William D. Stevenson, *Elements of Power System Analysis*, McGRAW Hill,1988

[10] Glenn W. Stagg, and Ahmed G. El-Abind, "Computer Method in Power System Analysis", McGraw-Hill, 1968

[11] Van Ness, James E., and John H. Griffin, "Elimination Methods for Load Flow Studies", Trans. AIEE, Vol 80, pt.3, pp 299-304, 1961

[12] F.M.A. Salam, L. Ni, S. Gau, and X. Sun, " Parallel Processing for the Load Flow of Power System", Proc. 28th CDC pp.2173-2178, Tampa,Florida, Dec. 1989

[13] 문영현, 김백외, "전력계통의 종합적인 안정도 해석(중간보고서)",한국과학재단, 1994