

AESOPS 알고리즘의 고유치 반복계산식과 Newton Raphson법과의 비교연구

김 덕 영
군산대학교 전기공학과

권 세 혁
고려대학교 전기공학과

A comparative study on the iterative eigenvalue calculation method in AESOPS algorithm and Newton Raphson Method

Deok-Young Kim
Kunsan national univ.

Sae-Hyuk Kwon
Korea univ.

Abstract - This paper presents a new eigenvalue calculation methods in AESOPS algorithm. The source program of the AESOPS algorithm is modified to practice in PC environment. Window95 is used as an operating system of PC and MicroSoft Power Station is used to compile the fortran source program. The heuristically approximated eigenvalue calculation method of the AESOPS algorithm is transformed to the Newton Raphson Method which is largely used in the nonlinear numerical analysis. The new methods are developed from the AESOPS algorithm and thus only a few calculation steps are added to practice the proposed algorithm.

1. 서 론

전력계통의 미소신호 안정도 해석을 위한 고유치 해석법으로 상태행렬을 구성하지 않고 회전자각의 진동과 관련있는 전기기계적 진동모드에 해당하는 고유치만을 선별적으로 계산하는 계산방법이 개발되었으며, AESOPS (Analysis of Essentially Spontaneous Oscillations in Power Systems) 알고리즘으로 알려져 있다. AESOPS 알고리즘은 고유치의 합수인 외부토크를 특정발전기의 회전자에 가하고, 계통의 대수방정식을 반복계산하여 한 번에 하나씩 전기기계적 진동과 관련있는 고유치를 구하게 된다. 상태행렬을 구성하지 않고 반복계산에 의해 고유치를 구하므로 250개의 발전기와 2000개의 모선 그리고 3600개의 선로로 구성된 대규모 전력계통의 해석이 가능하다. 고유치 계산에 많은 메모리를 필요로 하지 않으며, 전체 진동모드가 아닌 미소신호 안정도에서 주요 관심대상이 되는 전기기계적 진동모드에 해당하는 고유치와 진동모드의 물리적 의미를 설명해 주는 발전기 속도편차를 계산할 수 있다는 장점이 있다. 반면에 AESOPS 프로그램은 계통의 전체 고유치가 아닌 전기기계적 진동과 관련된 고유치만을 구하게 되고 그 밖의 진동모드에 해당하는 고유치는 구할 수 없는 단점이 있다.

AESOPS 알고리즘은 개발초기 단계의 미소신호 안정도 해석용 프로그램이지만, 후에 개발된 PEALS나 SSSP 등과 같은 고가의 전력계통 안정도 해석 소프트웨어와 동일한 알고리즘을 갖는다. AESOPS 알고리즘의 소스 프로그램은 중형이상의 컴퓨터에서 사용할 목적으로 개발되었으며, Fortran 언어로 작성되어 있다. 또한 AESOPS 알고리즘은 고유치의 계산과정에 직관적이고도 경험적으로 구성된 반복계산식을 사용하고 있다. 이러한 고유치의 반복계산 과정을 비선형 수치해석법으로 일반적으로 사용되는 Newton Raphson법의 형태로 정식화하는 경우 해의 강인성과 수렴속도의 개선뿐만 아니라 알고리즘의 유연성도 향상될 것으로 생각된다.

2. AESOPS 알고리즘의 개요 (2)

전력계통의 선형동적모델에서 하나의 발전기축에 다음과 같은 외부토크가 가해져서 강제적으로 진동하고 있는 경우를 가정한다.

$$T = T_x e^{(\sigma + j\Omega)t} \tag{1}$$

식(1)에서 T_x 는 복소수이고 $\sigma + j\Omega$ 는 고유치의 초기추정값이다. AESOPS 알고리즘에서는 발전기 단자전압, 내부전압, 속도편차 그

리고 외부토크 T_x 를 계산한다. 이들 값을 사용하여 고유치의 추정치를 계산하고, 연속적인 고유치 추정치의 변화가 지정한 오차한계보다 작은 경우 계산을 마치게 된다.

2.1 계통방정식

발전기 단자전압과 내부전압에 대한 계통의 전류방정식을 구성하고, 발전기 단자전압으로 축약한 후의 계통방정식은 다음과 같다.

$$A_{TT} e_T + R_{TC} e'' = 0 \tag{2}$$

계통의 발전기 단자수를 T 라 하고 발전기 수를 N 이라 하면 식 (2)는 $(2T+2N)$ 개의 변수가 있고, 방정식의 수는 $2T$ 개이므로 $2N$ 개의 방정식이 더 있어야 풀 수 있게 된다.

2.2 발전기 동적방정식

N 개 발전기에 대한 $2N$ 개의 추가적인 식은 다음과 같은 발전기 동적방정식에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & z_{35} & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{310} \\ & 1 & z_{45} & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{410} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} & & \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & z_{65} & z_{66} & \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & z_{75} & z_{76} & z_{77} & a_{78} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & z_{85} & & a_{87} & z_{88} \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & z_{95} & & & z_{99} & a_{910} \\ a_{101} & a_{102} & a_{103} & a_{104} & z_{105} & & & & a_{109} & z_{1010} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e_R \\ e_I \\ \omega \\ V_E \\ \lambda_{FD} \\ \lambda_{SD} \\ \lambda_{FQ} \\ \lambda_{SO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

식(3)에서 z_{ij} 로 표시된 것은 실수의 원소들이며, Z_{ij} 로 표시된 것은 복소수의 원소들이다. 복소수의 원소들은 고유치 S 의 함수이며, 고유치의 추정치가 변함에 따라 그 값이 달라지게 된다. 식 (3)을 밑에서부터 축약하여 3개의 방정식으로 만들면 다음과 같다

$$\begin{bmatrix} z_{31}' & z_{32}' & z_{33}' & z_{34}' & z_{35}' \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} & z_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e_R \\ e_I \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_x \end{bmatrix} \tag{4}$$

비구동 발전기

비구동 발전기는 외부토크가 0인 발전기를 말하며, 식(4)에서 세 번째 행은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\omega = -z_{55}^{-1} [a_{51} e_{TR} + a_{52} e_{TI} + a_{53} e_R + a_{54} e_I] \tag{5}$$

식(5)는 발전기의 단자전압과 내부전압을 구한 후에 발전기의 속도를 계산하는데 사용된다. 식(4)에서 세 번째 행을 ω 에 대하여 치환한 후의 내부전압은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{31} & Y_{32} \\ Y_{41} & Y_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} \tag{6}$$

구동 발전기

구동발전기의 경우는 식(4)의 세 번째 행에서 외부토크 T_X 를 구하게 된다. 이 경우 외부토크 T_X 의 값을 지정하는 대신 구동발전기의 각속도 ω_D 를 1.0으로 지정하여 T_X 를 계산하게 된다.

$$T_X = a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{T1} + a_{53}e_R + a_{54}e_I + z_{55}\omega_D \quad (7)$$

식(7)은 발전기 단자전압과 내부전압이 계산된 후 외부토크 T_X 를 계산하는데 사용되며, 이는 다시 고유치를 계산하는데 사용된다. 식(4)에서 발전기 내부전압은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} z_{33} & z_{34} \\ z_{43} & z_{44} \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} \omega_D z_{35} \\ \omega_D z_{45} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{31} & z_{32} \\ z_{41} & z_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{T1} \end{bmatrix} \right] \quad (8)$$

식(6)과 식(8)의 발전기 내부전압에 대한 관계식을 식(2)의 계통방정식에 치환하여 단자전압을 계산하고, 이 값을 다시 식(6)과 식(8)에 대입하여 발전기의 내부전압을 계산하게 된다.

2.3 고유치 계산과정

종래의 AESOPS 알고리즘에서 사용하는 고유치의 반복계산식은 그림 1의 발전기 동요방정식의 블록선도에서 유도되었다.

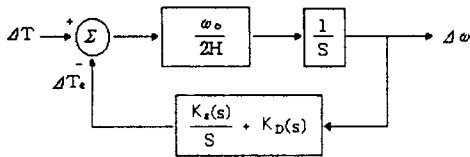


그림 1. 발전기 동요방정식의 블록선도

그림 1로부터 직관적이고도 경험적인 방법으로 다음과 같은 근사식을 구성하여 고유치를 반복계산하는 방법이 사용된다.

$$S_{n+1} = S_n - \left[\frac{\Delta T(S)}{4H \frac{\Delta \omega}{\omega_0}} \right], \quad \text{단 } H = \sum_{i=1}^N H_i \frac{|\Delta \omega_{ij}|^2}{\omega_0^2} \quad (9)$$

3. 고유치 계산과정의 개선

3.1 PC 환경에서의 AESOPS 알고리즘의 구현

AESOPS 알고리즘의 실행환경을 종래의 중형이상의 컴퓨터에서 PC로 변환하였다. 본 연구에서는 PC의 윈도우 환경에서 사용되는 포트란 컴파일러 중에서 MicroSoft의 Power Station을 사용하였다. 이전에 중형컴퓨터(AS/XL-50 기종)에서 사용하던 AESOPS 알고리즘의 소스 프로그램을 Power Station을 사용하여 컴파일한 결과 몇 가지 수정사항들이 지적되었다. 주로 컴파일상의 문제들이 제기되었으며, 적절한 수정조치후 PC 환경에서 실행되었다. AESOPS 알고리즘을 이전의 중형컴퓨터에서 사용하여 구한 테스트 계통과 한전 실계통에 대한 고유치 해석결과와 PC 환경에서 수행한 고유치 해석결과가 정확히 일치하였다. AS/XL-50 기종의 중형컴퓨터에서의 고유치 해석을 하는데 소요되었던 계산시간과 비교한 결과 PC에서 고유치 해석을 하는데 소요된 시간이 전보다 크게 단축된 것을 알 수 있었다.

3.2 Newton Raphson Method로의 정식화

본 연구에서는 원래의 AESOPS 알고리즘에서 발전기의 동적방정식을 구하는데 사용하는 그림 2의 회전자 블록선도로부터 Newton Raphson Method를 사용하여 고유치 반복계산을 하는데 필요한 관계식을 구하였다. 그림 2에서 전기적 토크를 치환한 후의 외부토크 방정식은 다음과 같다.

$$a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{T1} + a_{53}e_R + a_{54}e_I + [G_{cov}(S) + D + 2HS]\omega = T_X \quad (10)$$

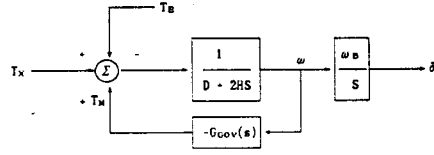


그림 2. 발전기 동요방정식의 블록선도

식(10)에서 계수 a_{51} , a_{52} , a_{53} , a_{54} 는 고유치와는 관계없는 상수값이며, 따라서 외부토크 T_X 의 고유치에 대한 편미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_X}{\partial S} &= a_{51} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} + a_{52} \frac{\partial e_{T1}}{\partial S} + a_{53} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ &+ a_{54} \frac{\partial e_I}{\partial S} + \frac{\partial}{\partial S} [G_{cov}(S) + D + 2HS]\omega_D \end{aligned} \quad (11)$$

3.2.1 계통방정식

식(2)의 계통방정식에서 어드미턴스 행렬인 A_{TT} 행렬과 R_{TG} 행렬은 고유치와 무관한 상수행렬이며, 고유치에 대한 일차 편미분식은 다음과 같다.

$$[A_{TT}] \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{T1}}{\partial S} \end{bmatrix} + [R_{TG}] \begin{bmatrix} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

3.2.2 발전기 동적방정식

발전기 동적방정식인 식(3)에서 상태변수의 계수행렬은 단지 14개의 요소만이 고유치의 함수이며 나머지는 고유치와는 관계없는 상수이다. 고유치에 대한 발전기 동적방정식의 편미분식은 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial A_D}{\partial S} \right] [X] + [A_D] \left[\frac{\partial X}{\partial S} \right] = \left[\frac{\partial F}{\partial S} \right] \quad (13)$$

식(13)에서 왼쪽 첫 번째 항의 $[\partial A_D / \partial S]$ 는 식(3)의 상태변수의 계수행렬의 고유치에 대한 미분항이며, 이때 0이 아닌 14개의 행렬요소들의 고유치에 대한 편미분 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_{35}' &= \frac{A_1 \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2}, \quad z_{45}' = \frac{-A_1 \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2}, \quad z_{55}' = 2H + G_{cov}(s)' \\ z_{65}' &= -[T_R G_{res}(s) + (1 + s T_R) G_{res}(s)'], \quad z_{66}' = T_R \\ z_{75}' &= -\frac{C_{3D} \omega_B I_Q}{(\sigma + j\Omega)^2}, \quad z_{76}' = -G_{exc}(s)', \quad z_{77}' = T_{FD0} \\ z_{85}' &= -\frac{C_{5D} \omega_B I_Q}{(\sigma + j\Omega)^2}, \quad z_{88}' = T_{SD0}, \quad z_{95}' = \frac{C_{3Q} I_D \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2} \\ z_{99}' &= T_{FQ0}, \quad z_{105}' = \frac{C_{5Q} I_D \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2}, \quad z_{1010}' = T_{SQ0} \end{aligned} \quad (14)$$

식(13)에서 왼쪽 첫 번째 항의 상태변수 $[X]$ 의 값은 발전기의 단자전압과 내부전압을 구한 후 식(3)으로부터 구할 수 있다. 단자전압과 내부전압을 계산한 후 나머지 상태변수를 구하기 위한 관계식은 다음과 같다.

$\omega = 1.0$: 구동발전기

$\omega = -Z_{55}^{-1}(a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{T1} + a_{53}e_R + a_{54}e_I)$: 비구동발전기

$V_E = -z_{66}^{-1}(a_{61}e_{TR} + a_{62}e_{T1} + a_{63}e_R + a_{64}e_I + z_{65}\omega)$

$\lambda_{FD} = (a_{78}a_{87} - z_{77}z_{88})^{-1} \times \left[\begin{aligned} &-a_{78}(a_{81}e_{TR} + a_{82}e_{T1} + a_{83}e_R + a_{84}e_I + z_{85}\omega) \\ &+ z_{88}(a_{71}e_{TR} + a_{72}e_{T1} + a_{73}e_R + a_{74}e_I + z_{75}\omega + z_{76}V_E) \end{aligned} \right]$

$$\lambda_{SD} = (a_{87} a_{78} - z_{77} z_{88})^{-1} \times \left[-a_{87}(a_{71} e_{TR} + a_{72} e_{T1} + a_{73} e_R'' + a_{74} e_I'' + a_{75} \omega + z_{76} V_E) + z_{77}(a_{81} e_{TR} + a_{82} e_{T1} + a_{83} e_R'' + a_{84} e_I'' + z_{85} \omega) \right]$$

$$\lambda_{FQ} = (a_{910} a_{109} - z_{99} z_{1010})^{-1} \times \left[-a_{910}(a_{101} e_{TR} + a_{102} e_{T1} + a_{103} e_R'' + a_{104} e_I'' + z_{105} \omega) + z_{1010}(a_{91} e_{TR} + a_{92} e_{T1} + a_{93} e_R'' + a_{94} e_I'' + z_{95} \omega) \right] \quad (15)$$

$$\lambda_{SQ} = (a_{910} a_{109} - z_{99} z_{1010})^{-1} \times \left[-a_{109}(a_{91} e_{TR} + a_{92} e_{T1} + a_{93} e_R'' + a_{94} e_I'' + z_{95} \omega) + z_{99}(a_{101} e_{TR} + a_{102} e_{T1} + a_{103} e_R'' + a_{104} e_I'' + z_{105} \omega) \right]$$

또한 식(13)의 우변의 $[\partial F/\partial S]$ 는 다음과 같다.

$$[\partial F/\partial S] = [0 \ 0 \ T_X' \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (16)$$

식(13)의 첫 번째 항의 상태변수를 위에서 구한 값으로 대치하고 이를 방정식의 우변으로 이항정리 하면 다음과 같다.

$$[A_D] \left[\frac{\partial X}{\partial S} \right] = \left[\frac{\partial F_D}{\partial S} \right] \quad (17)$$

식(17)에서 A_D 행렬은 식(3)의 계수행렬과 같으며, 앞에서와 같은 방법으로 다섯 개의 변수로 구성된 3개의 방정식으로 축약할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_{31}' & z_{32}' & z_{33}' & z_{34}' & z_{35}' \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} & z_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{T1}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \\ \frac{\partial \omega}{\partial S} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial F_{DSub}}{\partial S} \right] \quad (18)$$

식(18)에서 $[\partial F_{DSub}/\partial S]$ 는 축약후의 $[\partial F_D/\partial S]$ 행렬을 나타낸다.

비구동 발전기

비구동 발전기의 외부토크는 0이며, 식(18)의 세 번째 행은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial S} = -z_{55}^{-1} \left[a_{51} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} + a_{52} \frac{\partial e_{T1}}{\partial S} + a_{53} \frac{\partial e_R}{\partial S} + a_{54} \frac{\partial e_I}{\partial S} - \frac{\partial F_{DSub}}{\partial S} \right] \quad (19)$$

식(19)에서 $\partial F_{DSub}/\partial S$ 는 $[\partial F_{DSub}/\partial S]$ 행렬의 세 번째 행의 요소를 나타낸다. 식(18)의 첫 번째 행과 두 번째 행의 상태변수 $\partial \omega/\partial S$ 를 식(19)으로 치환한 후의 발전기 내부전압에 대한 편미분 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} Y_{31} & Y_{32} \\ Y_{41} & Y_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{T1}}{\partial S} \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial F_{DSub}}{\partial S} \right] \right\} \quad (20)$$

식(20)에서 $\partial F_{DSub}/\partial S$ 는 식(18)의 첫 번째 행과 두 번째 행의 $\partial \omega/\partial S$ 변수를 식(19)로 치환 계산한 후의 $[\partial F_{DSub}/\partial S]$ 행렬을 나타낸다.

구동 발전기

구동발전기의 경우 외부토크의 고유치에 대한 편미분 식은 식(11)과 같으며, 발전기 내부전압의 편미분 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} z_{33}' & z_{34}' \\ z_{43} & z_{44} \end{bmatrix}^{-1} \times \left\{ \begin{bmatrix} \omega_D z_{35}' \\ \omega_D z_{45} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{31}' & z_{32}' \\ z_{41} & z_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{T1}}{\partial S} \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial F_{DSub}}{\partial S} \right] \right\} \quad (21)$$

비구동 발전기와 구동 발전기에서의 발전기 내부전압의 고유치에 대한 편미분 식인 식(20)과 식(21)을 계통방정식의 고유치에 대한 편미분 식인 식(12)에 대입하면 발전기 단자전압의 고유치에 대한 편미분 값을 구할 수 있다. 또한 발전기 단자전압의 편미분 값을 식(20)과 식(21)에 다시 대입하면 발전기 내부전압의 편미분 값을 구할 수 있게 된다.

AESOPS 알고리즘의 고유치 계산과정을 Newton Raphson Method의 형태로 정식화하기 위해서는 외부토크의 고유치에 대한 편미분 값이 필요하며, 이는 앞에서 구한 발전기 단자전압과 내부전압의 고유치에 대한 편미분 값을 식(11)에 대입하여 구할 수 있다. Newton Raphson Method의 형태로 정식화한 고유치 반복계산식은 다음과 같다.

$$S_{n+1} = S_n - \left[\frac{T_X}{\partial T_X / \partial S} \right] \quad (22)$$

4. 고유치 초기값 선정

본 연구에서는 고유치의 초기값을 구하기 위해 계통의 상태행렬을 이용하였다. 상태행렬의 차수를 크지 않게 하기 위해 간략화된 이축모델을 발전기 모델로 사용하였으며, 참고문헌[5]에서 연구하였던 상태행렬의 부분행렬 특성을 이용하여 고유치의 초기값을 계산하는 방법을 사용하였다. 이때 고유치 계산에 사용되는 상태행렬의 부분행렬 차수는 계통에 있는 발전기 수의 두 배 이하가 되며, 계산상의 큰 부담없이 고유치를 구할 수 있다.

4.1 다기계통 상태행렬의 부분행렬 특성

발전기를 이축모델로 하여 다음과 같은 계통상태행렬을 구성하였다.

$$P\dot{X} = A'X + B'U \quad (23)$$

식(23)에서 상태변수는 전체 계통 상태행렬의 구조적 특성이 잘 나타나도록 다음과 같은 순서로 배열하였다.

- (1) 각 발전기의 내부기전력 E' 의 q축 및 d축 성분인 E_q' , E_d' 을 발전기별로 배열한다.
- (2) 터빈-발전기 계통의 회전각속도 ω_i 를 발전기별로 배열한다.
- (3) 각 발전기의 q축의 위상각 δ_{iq} 를 발전기별로 배열한다.
- (4) 각 발전기별로 제어계통의 상태변수들을 배열한다.

계통상태변수를 위에서와 같은 순서로 배치하였을 때의 상태행렬의 구조는 그림 3과 같다. 참고문헌[5]에서 동기화토크에 해당하는 $[A_{SA}']$ 부분블록으로부터 구한 고유치는 허수성분만을 가지며, 이를 계통계수를 포함하는 $[D']$, $[A_{AS}']$ 부분블록까지 확대하여 고유치를 구하는 경우 고유치의 실수부까지 포함하는 근사 해석결과를 얻을 수 있었다.

본 연구에서는 동기화토크와 계통계수를 포함하는 부분행렬에 대해 QR알고리즘을 사용하여 고유치를 계산하고 이를 반복계산에 의한 정확한 고유치 해석시의 초기값으로 사용하였다.

4.2 참여인수

4.1절의 좌·우 고유벡터로부터 참여인수를 계산하여 참여인수가 큰 값을 갖는 발전기에 고유치의 합수인 외부토크를 주입하고 반복계산에 의해 정확한 고유치를 구하는 방법을 사용하였다.

$$\begin{bmatrix} [r_{\omega}] \dot{[\omega]} \\ [r_{\delta}] \dot{[\delta]} \\ [r_{\omega}] \dot{[\omega]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{\omega} & 0 & A'_{\omega} & A'_{\omega, \omega} \\ A'_{\delta} & D' & A'_{\delta} & A'_{\delta, \omega} \\ 0 & A'_{\omega} & 0 & 0 \\ A'_{\omega, r} & A'_{\omega, s} & A'_{\omega, s} & A'_{\omega, \omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E'_{q,d}] \\ [\omega] \\ [\delta] \\ [X_{\omega}] \end{bmatrix}$$

그림 3. 계통상태행렬의 부분행렬

5. 사례연구

10대의 발전기와 39모선 그리고 46선로로 구성된 New England 계통에 대하여 사례연구를 하였다.

5.1 고유치 초기값 계산

이축모델로 나타낸 대기계통의 상태행렬의 부분행렬 중에서 계동계수와 동기화토크에 해당하는 부분블록을 포함하는 행렬에 대하여 QR법을 사용하여 고유치를 구하고 좌·우 고유벡터로부터 참여인수를 계산하였다. 이때 부분블록 행렬의 크기는 발전기의 수를 N 이라 할 때 $2N-1$ 인 19×19 의 차수를 가지며, 계산상의 큰 부담이 없이 고유치의 근사값을 구하는 것이 가능하다.

표 1. New England 계통의 부분행렬 고유치 계산결과

진동 모드	고유치		주파수
	실수부	허수부	
1	-0.0424076	4.1689224	0.6635
2	-0.0740309	9.8433663	1.5666
3	-0.0621902	9.6511656	1.5360
4	-0.0910078	9.2854848	1.4778
5	-0.0775798	5.9616015	0.9488
6	-0.0652231	6.5415650	1.0411
7	-0.0579864	8.1348070	1.2946
8	-0.0751864	7.9815310	1.2703
9	-0.0680086	7.2384584	1.1520

표 1의 부분행렬의 고유치를 참여인수가 큰 발전기의 외부토크로 인가하여 정확한 고유치해석을 하였다.

5.2 고유치 계산방법의 결과 비교

고유치 해석결과와 반복회수를 표 2에 나타내었다. 이때 반복 계산에서의 허용오차는 10^{-6} 으로 하였다.

표 2. New England 계통의 고유치 계산결과 비교

진동 모드	AESOPS 알고리즘				Newton Raphson Method				
	계산 시간	0.434 [sec]		계산 시간	0.387 [sec]		반복 회수	고유치	
		반복 회수	실수부		허수부	반복 회수		실수부	허수부
1	20	-29846	3.88388	8	-29846	3.88389			
2	12	-60039	9.46540	5	-60039	9.46541			
3	17	-51836	8.74709	5	-51836	8.74709			
4	13	-53532	9.15218	5	-53532	9.15218			
5	8	-26039	5.99679	6	-26039	5.99679			
6	14	-28734	6.48261	7	-28734	6.48260			
7	15	-00011	6.99023	6	-00011	6.99022			
8	6	-40379	7.91833	7	-40379	7.91833			
9	11	-31795	7.15244	6	-31794	7.15244			

표 2에서 고유치 해석결과는 두 가지 방법 모두 정확히 일치하는 것을 알 수 있다. 반복회수는 AESOPS 알고리즘을 사용한 경우에 비해서 Newton Raphson Method를 사용한 경우의 반복회수가 크게 감소한 것을 알 수 있다. 9개의 진동모드를 구하는데 AESOPS 알고리즘을 사용한 경우는 총 116회의 반복계산이 소요된 반면에 Newton Raphson Method를 사용한 경우는 총 55회의 반복계산이 소요되어 47.4% 감소된 것을 알 수 있다. 계산시간은 펜티엄 II CPU 350MHz의 PC에서 Newton Raphson Method를 사용한 경우가 0.387 [sec]로 AESOPS 알고리즘을 사용한 경우의 0.434[sec]보다 계산시간이 89%로 단축되었다.

6. 결과

1. 대형 컴퓨터에서 실행하였던 AESOPS 프로그램을 PC에서 실행이 되도록 하였다. PC 환경으로는 Window95에서 Fortran Compiler로 MicroSoft의 Power Station을 사용하였다. 기존 대형 컴퓨터에서의 계산결과와 정확히 일치하며, Window95와 MS Power Station의 특성상 대형컴퓨터에서보다 훨씬 편하고 쉽게 사용할 수 있다.

2. AESOPS 알고리즘의 고유치 계산과정에서 종래에 경험적이 고도 직관적인 방법에 의해 구성하였던 반복계산식을 비선형 수치 해석법인 Newton Raphson Method의 형태로 정식화하였다. 이때 정식화에 필요한 외부토크의 고유치에 대한 일차 편미분 식은 기존의 AESOPS 알고리즘의 내부과정에서 유도하여 추가적인 계산 부담을 최소화하였다. 즉, 기존의 AESOPS 알고리즘에 고유치에 대한 외부토크의 일차 편미분 값을 계산하기 위한 계산단계 만이 추가되며, 전체적인 반복계산과정과 계산에 사용하는 변수들은 AESOPS 알고리즘과 유사하다. 사례연구 결과 AESOPS 알고리즘 보다 본 연구에서 정식화한 Newton Raphson Method의 계산결과가 동일한 정확도를 가지면서 반복회수와 계산시간 면에서 효과적인 임을 알 수 있었다.

3. 고유치의 초기값을 구하기 위해 상태행렬의 부분행렬 특성을 이용하였다. 발전기를 간략모델인 이축모델로 하여 상태행렬을 구성하고 동기화토크와 계동계수를 포함하는 부분행렬에 대하여 고유치 해석과 참여인수를 계산하였다. 본 연구에서 사용한 부분행렬의 차수는 발전기수를 N 이라 할 때 $2N-1$ 의 크기를 가지며, 계산상의 큰 부담없이 고유치 해석이 가능하다.

4. AESOPS 알고리즘을 미소신호 안정도 해석뿐만 아니라 제어기 설계 등과 같은 안정도 향상 분야에 사용하기 위해서는 기존의 AESOPS 알고리즘을 사용하여 고유벡터와 감도계수 등과 같은 추가적인 해석결과를 얻기 위한 연구가 필요하다고 생각된다.

[참 고 문 헌]

- [1] P. M. Anderson and A. A. Fouad, "Power system control and stability", Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
- [2] R. T. Byerly, D. E. Sherman, and B. J. Bennon, "Phase II : frequency domain analysis of low frequency oscillations in large electric power systems", Vol. 1, 2, 3, 4, and 5, Research Project 744-1, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California, April, 1982.
- [3] P. W. Sauer, C. Rajagopalan and M. A. Pai, "An explanation and generalization of the AESOPS and PEALS algorithms", IEEE 1990 Winter Meeting, Paper No. 90 WM 293-4 PWRS, Atlanta, Georgia.
- [4] D. M. Lam, H. Yee, B. Campbell, "An efficient improvements of the AESOPS algorithm for power system eigenvalue calculation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 4, pp.1880-1885, November
- [5] 권세혁, 김덕영, 노규민, "대기계통의 선형모델에 관한 계통 상태행렬의 부분행렬특성", 대한전기학회 논문지, 제 44권 1호, pp.8-14, 1995년 1월.