

계통의 종합적 미소신호 안정도 해석에 관한 연구

김상암, 이병준, 권세혁  
고려대학교 전기전자전파공학부

Study of a unified framework for small signal stability of power systemes

Sangahm Kim, Byoungjun Lee, Sae-Hyuk Kwon  
School of Electrical Engineering, Korea University

**Abstract** - This paper presents the framework for analysis of small-signal stability. In this framework the equilibrium points of system DAE model are traced using continuation method and instability points are determined on the solution path. Especially Implicit shift QR-modified ARnoldi method is utilized to calculated the rightmost eigenvalues. ISPS measure is utilized to determine critical parameters.

강인한 수렴성을 가지는 연속알고리즘을 이용하여 조류해의 경로를 추적하고 평형해의 경로상에서 계통행렬을 구성하고 고유치 등을 계산해 미소신호 안정도 한계점의 확인 및 계통에 영향을 미치는 파라미터의 색출을 일괄해서 체계적으로 수행하는 프로그램을 개발하였다. 특히 Implicit shift QR 수정아놀디법[8,9]을 이용하여 해의 경로상에서 계통행렬의 고유치들중 원하는 고유치(최우측 고유치)만을 추적할 수 있도록 하고, 계통 불안정에 영향을 미치는 중요한 파라미터들을 색출할 수 있는 특별한 감도해석법을 적용하였다.

1. 서 론

2. 본 론

저주파진동 현상이나 전압붕괴 현상 등은 계통이 과부하 상태에 있을 때 주로 발생하며, 부하나 발전량의 증가 및 일일 계통운용등과 같이 서서히 변화하는 작은 변화에 의해서 발생할 수 있기 때문에 미소신호안정도 확보가 무엇보다 중요한 문제로 대두되고 있다.

2. 1 미소신호 안정도의 해석

계통의 미소신호안정도를 종합적으로 해석한다는 것은 계통 파라미터가 변화할 때 평형점의 경로를 추적해 가면서 해의 경로상에 존재하는 계통의 운전점들이 미소외란에 대해 안정한지의 여부를 판단하고 만일 불안정하거나 잠재적으로 불안정한 상태에 있다면 적절한 조치를 할 수 있는 정보를 얻는데 있다. 저주파진동이나 전압붕괴와 같은 현상은 비선형 계통의 특정 특성으로 인해 나타나는 분기(bifurcation)현상이 주요한 원인이며 계통 파라미터의 아주 작은 변화에 의해서도 발생할 수 있다. 본 연구에서는 안정도 해석의 목적을 전력계통의 특정한 운전점이 안정한지 불안정한지를 결정하는 것에 두고 있다. 이러한 목적을 위해서 문제를 미소외란에 대한 안정도 해석으로 정식화하였다. 전력계통의 미소신호 안정도 해석을 하기 위한 수학적인 모델은 일반적으로 동적인 부분과 계통의 정적인 부분 및 계통의 동작과는 관계없는 계통파라미터를 포함하는 미분대수방정식(DAE: differential & algebraic equations)으로 이루어진다.

계통의 미소신호안정도는 고전적으로 전력조류 방정식의 해를 기초로 상태행렬을 구하고 상태행렬의 고유치나 특이치 등을 계산하여 미소신호 안정성을 판별하여 왔다. 미소신호 안정도 한계점을 찾기 위해서는 먼저 계통의 변화에 의해 움직이는 조류방정식의 해의 경로를 추적해야 하며, 해의 경로상에서 계통의 상태행렬을 구성하고 고유치 등을 계산해 미소신호 안정도 한계점을 확인해야 하고, 미소신호 안정도 한계점을 확인한 후 계통에 영향을 미치는 파라미터를 색출하여 예방 수동제어를 위한 정보를 찾아내는 3가지 요소의 계산이 필수적이라고 사료된다.

$$\dot{X} = F(X, Y, P) \tag{1}$$

$$0 = G(X, Y, P) \tag{2}$$

조류방정식의 해의 경로를 추적하는 작업은 강인한 수렴성을 제공하는 연속알고리즘을 조류방정식에 접목한 연속조류계산알고리즘을 이용하여 달성할 수 있으며, 이 연속조류계산알고리즘은 이미 정적인 전압안정도 해석에 사용되고 있다. 국외에서는 국외에서는 V. Ajarapu[1], F. Albarado[2], H.-D. Chiang[3] 등과 일본의 일부 전력회사들에 의해 개발된 프로그램의 일부로 사용되어지고 있다.

식 (1)과 (2)에서 X는 미분방정식의 상태변수벡터를 나타내고, Y는 대수방정식의 변수벡터를 의미한다. 그리고 P는 제어변수 및 물리적 파라미터를 나타낸다. 원래의 미분대수방정식(DAE)은 임의의 운전점 근방의 미소외란에 대한 안정도를 판별하기 위하여 고려하는 운전점에 대하여 선형화되어야 한다. 따라서 모든 상태변수들에 대한 초기조건을 구하여야 한다. 연속알고리즘은 이러한 정상상태의 계통운전조건을 구하는데 매우 유용한 프로그램이다. 먼저 평형점 근방에서 식 (1)은 다음을 만족한다.

$$0 = F(X, Y, P) \tag{3}$$

식 (1)과 (2)는 임의의 평형운전점 (X(P<sub>0</sub>), Y(P<sub>0</sub>))에 대하여 선형화된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{X} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix} \tag{4}$$

고유치 계산은 일반적으로 QR법이 널리 이용되어 왔는데, 이 방법은 상태행렬의 모든 고유치를 일괄 계산하기 때문에 실제 고려할 수 있는 계통의 크기에 제약이 있다. 따라서 필요한 수 만큼만을 구하는 부분고유치 해석법이 캐나다 토론토 대학의 Semlyen 교수팀[4] 등 다수의 연구기관에서 지난 십여 년동안 지대한 관심속에 연구되어 있는 미소신호 안정도 해석의 한 분야이다.

또한 미소신호 안정도 한계점에서 영향을 미치는 파라미터를 색출하기 위한 기존의 감도해석법들은 안정한계점에서 수학적한 한계를 가지며 계산량이 많기 때문에 이를 극복하기 위한 감도 색출법이 요구된다[5,6]. 위에서 언급한 3가지 요소는 지금까지 미소신호 안정도 해석에 별개의 문제로 취급되어 왔으나, 미소신호 안정도의 종합적인 해석을 위해 위의 3가지 요소를 동시에 취급하고자 하는 연구가 최근 제기되고 있다[7].

행렬 K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>3</sub>, K<sub>4</sub>는 (X(P<sub>0</sub>), Y(P<sub>0</sub>))에서 X와 Y에 대한 F와 G의 편미분값들이다. 부분행렬의 각 요소의 값들은 특정한 초기조건에 관계된다. 행렬 K<sub>4</sub>는 전력조류계

본 연구에서는 미소신호 안정도의 종합적인 해석을 위해

산의 Jacobian행렬을 포함하는 대수방정식의 Jacobian행렬이다. 이 때  $\det(K_4)$ 가 0이 아니면,  $\Delta Y$ 는 소거될 수 있다.

$$\Delta Y = -K_4^{-1}K_3\Delta X \quad (5)$$

식 (4)는 결국 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \dot{X} = A_{sys}X \\ = [K_1 - K_2K_4^{-1}K_3]\Delta X \quad (6)$$

식 (6)의 계통행렬  $A_{sys}$ 의 모든 고유치가 음의 실수부를 가지면 DAE로 정의되는 전력계통의 평형해의 경로상에서 점근적으로 안정하다. 어느 한 평형점에서 고유치가 허수축을 지나 양의 실수부를 가지면 계통은 위험한 상태에 도달하고 불안정해지게 된다. 즉 Hopf 또는 saddle-node 분기를 하기 때문이다. DAE로 표현되는 계통의 안정도는 대수방정식의 Jacobian이 특이성을 가지게 되는 SI 분기가 존재하며 이 또한 계통을 불안정하게 하는 원천이 된다. 따라서 평형해의 경로를 따라 최우측 고유치를 추적하는 것은 미소신호안정도 해석에 있어서 매우 중요한 일이 아닐 수 없다

## 2. 2 평형해의 경로 추적

### 2. 2. 1 연속알고리즘

연속조류계산은 비선형 방정식의 파라미터 변화에 따른 평형해의 경로를 구하는 기법인 연속 알고리즘을 전력조류계산에 적용하여 현재 알고 있는 기본조류해로부터 조류해의 경로를 구해나가는 시스템이다. 연속 알고리즘은 현재의 평형해에서 다음해의 근사치를 구하는 예측과정과 다음해의 근사치로부터 정확한 평형해를 구하는 수정과정으로 이루어져 있으며, 예측과정과 수정과정을 반복하며 평형해의 경로를 구해 나간다. 연속알고리즘의 강한 수렴성을 이용하여 계통의 평형해의 경로를 탐색하고, 그 경로 위에서 모든 임계점들을 인지한다. 이를 위해 부하변화를 나타내는 부하 파라미터를 전력조류방정식에 도입하여 재구성하였다.

$$f(\delta, V, \lambda) = 0 \quad (7)$$

현재 부하상태에서의 조류해는 종래의 전력조류계산에 의하여 구할 수 있고 기본 조류해로부터 부하변화를 나타내는 부하 파라미터  $\lambda$ 의 변화에 따른 조류해의 경로를 구하기 위하여 연속 알고리즘을 시작한다.

### 2. 2. 2 부하 및 발전량증가 시나리오

평형해의 경로를 추적하기 위하여 먼저 계통부하의 변화 패턴과 그에 따른 발전량수급패턴을 정해야 한다.

$$P_{Li} = P_{Lio} + \lambda(k_{Li} S_{base} \cos \psi_i) \\ Q_{Li} = Q_{Lio} + \lambda(k_{Li} S_{base} \sin \psi_i) \quad (8)$$

여기에서  $\lambda$ 는 부하파라미터로써 초기부하상태에서는 0, 정적인 전압불안정점에서의 임계부하상태에서는  $\lambda c$ 의 값을 갖는다.  $P_{Lio}$ ,  $Q_{Lio}$ 는 각각  $i$ 모선의 초기 부하값에 해당한다.  $k_{Li}$ 는 전체부하에 대한  $i$ 번째 모선의 부하의 비를 나타낸다. 그리고  $\psi_i$ 는 초기 부하상태에서의  $i$ 모선의 부하역률을 나타내고,  $S_{base}$ 는 부하파라미터  $\lambda$ 가 적당한 임계값  $\lambda c$ 를 갖도록 임의로 선택되는 피상전력값이다. 이러한 부하의 증가에 따른 유효전력 발전은 다음 식으로 증가시킨다.

$$P_{Gi} = P_{Gio}(1 + \lambda k_{Gi}) \quad (9)$$

여기에서  $P_{Gio}$ 는  $i$ 번째 모선의 초기 유효전력 발전량이고  $k_{Gi}$ 는 계통 전체 유효전력 발전에 대한  $i$ 번째 모선의 유효전력 발전의 비이다. 연계계통의 경우 지역 동시전송을 고려하여 단일지역에서의  $K_{Li}$ 와  $K_{Gi}$ 를 수정하여 사용하지 않으면 안된다. 본 논문에서는 참고문헌 [10]에서 사용하는 지역간의 전송을 고려한 부하 및 발전량 증가 시나리오를 적용하여 보았다.

## 2. 3 최우측고유치의 계산

본 연구에서는 대규모 계통의 미소신호 안정도 판별을 위한 부분고유치 계산시 기존의 방법에서 사용되던 선행변환 과정의 문제점을 개선하고 응용범위를 확장하기 위한 방안으로, 전력계통의 부분고유치 해석이론에서 지금까지 사용되었던 다른 방법들과는 다른 새로운 접근 방법으로 선행변환기법을 implicit shift QR이라는 다항식 필터로 대체하는 방법을 제시한다. 이것을 수정아놀디법에 적용하여 대규모 계통에서 최우측고유치를 계산할때 sparse 특성을 원형대로 보존하며, 한 번의 실행으로 원하는 최우측 고유치를 구하는 알고리즘을 사용하였다[8].

## 2. 4 임계파라미터의 색출

전력계통해석에서, 단순히 안정도에 대한 정보만을 얻는 것으로는 충분하지 않다. 어떤 특정한 불안정성을 일으키는 지역(area), 계통요소(component), 파라미터들을 알아내는 것 또한 역시 중요하다. 이를 위해 본 연구에서는 measure of invariant subspace parametric sensitivity(ISPS측도)를 이용한다. 원래 ISPS측도의 계산을 위한 정식화에서는 필요한 좌고유벡터의 계산이 축소계통행렬  $A_{sys}$ 의 고유치계산과정에서 얻어진다. 미분방정식과 대수방정식으로 이루어진 전체계통행렬로부터 축소계통행렬  $A_{sys}$ 를 얻기 위해서는 대수방정식에 해당하는 부분계통행렬의 역행렬계산이 필수적이다. 또한 축소계통행렬  $A_{sys}$ 는 전체계통행렬의 조성(sparsity)을 이미 파괴하고 있기 때문에 대상계통이 커질수록 고유치계산에 있어서도 불리해진다. 따라서 본 연구에서는 소성구조를 이용한 ISPS측도 계산을 위해서 sparse 정식화를 행하였다[6].

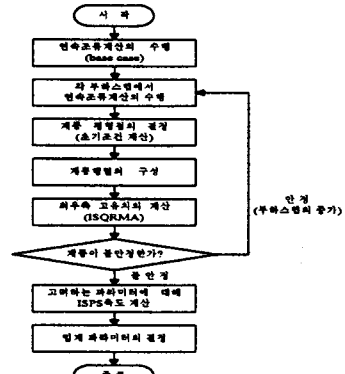


그림 1. 종합적 미소신호 안정도 해석알고리즘의 순서도

본 연구에서 제안하는 통합프로그램에서는 연속조류계산을 중심으로 점진적인 부하증가에 대해 해의 경로를 추적해 가면서 모든 불안정한 점들을 찾아가는 작업을 일괄적으로 수행한다. 또한 계통의 불안정을 유발하거나 유발할 가능성이 있는 파라미터들에 대한 정보 역시 설명한 방법을 이용하여 고속계산을 하도록 하고 있다. 제안한 알고리즘의 순서도를 그림 1에 도시하였다.

## 2. 5 사례연구

제안한 알고리즘의 유용성을 New England 39모선 모델계통을 통해서 검증하였다. 계통을 표현하는 수학적인 모델은 발전기, 여자기 등의 동적인 부분과 계통을 표현하는 정적인 부분을 포함한다. 고려하는 모든 상태변수들의 경로를 점진적으로 증가하는 부하에 대해 추적한 결과들을 도시하고 평형해의 경로상에서 임계 고유치의 변화를 추적하였다.

### CASE 1

단일지역의 부하증가시나리오로써 계통의 안정도를 해석

하면  $\Delta Pt$  24.32pu일 때 계통이 이미 Hopf분기점을 지나 이미 불안정한 상태에 있고 임계고유치에 대한 ISPS 측도를 구해보면 임계파라미터들은 38번 모선 발전기의 여자기정수와 15, 16번 모선의 부하증가파라미터가 불안정을 유발하는 중요요소임을 알 수 있다. 그림 2는 부하변화에 대한 계통전압해의 경로를 도시한 예이다.

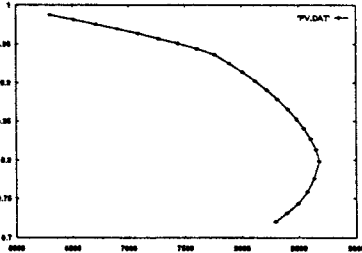


그림 2. 부하전압의 경로(PV곡선)

표 1. 불안정점에서의 최우측 고유치와 ISPS측도

최우측 고유치	$\lambda_{15,14} = .30317 \pm j5.37876$
measure of ISPS ( $\sigma_j$ )	KL15, KL16, KF34, KF35, KF38, KA38, KE34

**CASE 2 - 지역간 연계를 고려한 부하 및 발전량 증가**  
 그림 3에 도시되어 있는대로 모델계통을 4지역으로 분할하고 전체의 총부하가 6310.5MW(base case)일 때 지역1에서 지역2로 1545.8MW, 지역3에서 지역 4로 1676.7MW의 전력이 동시에 전송되고 있다. 이 경우 수정된 각 지역에서의 부하 및 발전량의 분배파라미터는 표 2과 같다. 동일지역내의 부하 및 발전량 증가는 모든 모선에서 동일한 것으로 가정한다.

표 2. 각 지역의 부하 및 발전량 증가의 분배( $K_{Li}$ ,  $K_{Gi}$ )

Area	Load increase	Generation sharing
1		0.48723
2	1	
3		0.86205
4	0.9681	

총부하가 1918.04MW만큼 증가하였을 때 계통이 Hopf 분기점을 지난 직후의 불안정한 상태에 있다. 임계파라미터들은 35번 모선 발전기의 여자기정수와 4, 15번 모선의 부하증가로서 불안정을 유발하는 중요소임을 알 수 있다. 표 3에서 평형해의 경로에서 지역간의 전송량이 같은 비율로 증가함을 보여주고 있다.

표 3. 전송량의 증가패턴(MW)

Transaction	Net line loading increase at equilibrium points		
	base case	...	$\Delta P$
1 → 2	1545.78	...	2381.61
3 → 4	1679.59	...	2612.75

### 3. 결론

본 연구에서는 계통의 부하가 점진적으로 증가할 때 평형해의 경로 위에서 계통의 미소신호 안정도를 판별하고 불안정하거나 잠재적으로 불안정한 평형점에서 중요 파라미터를 색출해내는 알고리즘을 개발하였다. 연구의 목적을 위해 불안정한 점에서도 강인한 수렴성을 보이는 평형해의 추적기법과 계통의 미분대수방정식(DAE)의 미소신호 안정도 해석법을 결합하고 실제계에 적용가능한 감도해석법을 적용하였다.

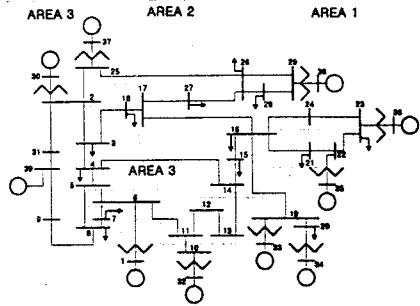


그림 3. New England 39모선 계통

제안하는 종합적인 미소신호 안정도 해석 알고리즘들은 사용하는 모델의 정확성과 관계없이 그 체계를 유지하고 있으며 어떠한 경우에도 주어진 계통파라미터의 점진적인 변화에 대한 계통임계점의 색출이 가능하다. 미래의 상업적 경쟁체제의 전력시장에서 계통은 강한 제약하에서 운전되어질 것으로 예상된다. 이러한 환경하에서 미소신호 안정도에 대한 관심은 높아질 것이며, 본 프로그램이 제안하는 종합알고리즘은 매우 유용하리라 예상된다. 특히 전력 수요공급의 변화, 새로운 계통제어기기(예: FACTS)의 투입 등 예상되는 시나리오에 대해 쉽게 적용이 가능한 프로그램이라 사료된다.

#### (참고 문헌)

- [1] V. Ajarapu and C. Christy, "The Continuation Power Flow : A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 416-423, February, 1992.
- [2] C. A. Cañizares and F. L. Alvarado, "Point of collapse and continuation methods for large ac/dc systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 1, pp. 1-8, February, 1993.
- [3] H. D. Chiang, A. J. Flueck, K. S. Shah, and N. Balu, "CPFLOW: A practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 2, pp. 623-634, May, 1995.
- [4] L. Wang, A. Semlyen, "Application of sparse eigenvalue techniques to the small signal stability of large power systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5 pp. 635-642, 1990.
- [5] B. Lee and V. Ajarapu, "Invariant Subspace Parametric Sensitivity (ISPS) of Structure-Preserving Power System Models", *IEEE Transaction on Power Systems*, Vol. 11, No. 2, pp.845-850, May, 1996.
- [6] Bo Long, *The Sparse formulation fo ISPS and its Application to Transfer Margin Estimations Limited by Dynamic Voltage Collapse*, Master of Science Thesis, Iowa State University, Ames, Iowa, 1997.
- [7] Y. Mansour, editor, *Suggested techniques for voltage stability analysis*, Technical Report 93TH0620-5PWR, IEEE/PES, 1993.
- [8] B. Lee, "Calculation of the Rightmost Eigenvalue Using Implicit Shift QR modified Arnoldi Method", *Journal of KIEE*, Vol.46, No.1, Dec. 1997.
- [9] 김동명, 이병준, "전력계통의 임계 고유치 계산에 관한 연구 (아놀드제비세프법의 적용)," 대한전기학회 논문지, 47권 6호, 1998.
- [10] V. Ajarapu and Geng Wang, "The Influence of Dynamic Voltage Stability on Availability Transfer Capability", *IEEE Transactions on Power Systems*.