

등가회로를 이용한 전력용 변압기의 과도응답 특성 해석

장 경운, 한 송엽
서울대학교 전기공학부

Analysis of Impulse Response of Power Transformer using Electric Equivalent Circuit

Kyung-Woon Chang, Song-yop Hahn
Seoul National University

Abstract - This paper presents a numerical study of the behavior of the transformer winding, when stressed by the standard impulse voltage. The mathematical model of the transformer takes several points into the account. Capacitance of not adjacent winding as well as adjacent winding, eddy current loss caused by self and mutual inductance given as the functions of frequency. Not like the previous approach where calculation of capacitance is performed in average sense. In this paper, capacitance of both adjacent and not adjacent winding is calculated using the numerical approach(B.E.M.), so they can get the more accurate value of capacitance. Because of frequency dependency of inductance, numerical-Laplace-transform technique is required.

Finally, to validate this approach, a simple test winding is simulated.

1. 서 론

전력용 변압기의 입력 단에는 여러 종류의 임펄스 전압이 인가된다. 특히 변압기의 스위치를 켜 때에 인가되는 스텝전압은, 정상상태에서 인가되는 전압보다 더 큰 스트레스를 변압기 권선에 주고, 심한 경우 권선의 절연을 파괴하여 변압기 사고의 주된 원인으로 작용한다.

변압기의 안정적인 동작을 보장하기 위해서는 이러한 과도상태에서의 전압스트레스를 예측할 수 있어야 한다. 그러나 다음과 같은 변압기의 특성으로 이에 대한 해석에 어려움을 주고있다.

- 1) 권선이 감겨져 있어 기존의 전송선 해석 방법을 적용할 수 없다.
- 2) 내부에 철심이 있어 주파수에 따라 임피던스가 바뀐다.
- 3) 권선 방법이 다양하고, 복잡한 변압기 내부의 형상으로 등가적인 회로를 구현하기 어렵고, 결과적으로 등가회로의 각 변수들을 찾는 것이 용이하지 않다.

이를 위해 많은 연구가 진행중이다. 등가회로를 구성하여 변압기의 과도특성을 구하려는 시도가 주를 이루고 있으며[1]-[4], 이를 위해 등가회로의 변수들을 찾기 위한 다양한 노력들이 이루어지고 있다[2]-[4]. Maxwell's 방정식을 풀어서 변압기 내부의 철심(ferro-magnetic core)에 발생하는 와전류에 의해 인덕턴스가 감소하는 현상에 대한 연구가 수행되었고[2], 3차원 유한요소법(3-D F.E.M)을 이용하여 변수를 찾는 연구도 수행되었다[3]-[4].

본 연구는 이러한 바탕에서 인덕턴스는 기존의 연구 결과를 사용하고[2], 캐패시턴스를 유한요소 해석을 이용하여 보다 정확하게 추출하여 보다 나은 결과를 얻고자 하는 것이다. 특히 3차원 유한요소법 보다는 표면에서의 전하분포를 보다 정확하게 직접 구할 수 있고, 무한 공간을 해석할 수 있는 경계요소법(Boundary Element Method)을 사용하였다. 마지막으로, 연구의 타당성을 검

증하기 위하여 하나의 섹션에 대해 다음 두가지의 해석 결과를 비교하였다.

- 1) 에너지법에 의한 캐패시턴스 계산
- 2) 경계요소법에 의한 캐패시턴스 계산

2. 본 론

2.1 변압기 권선

그림1은 변압기의 권선을 나타낸 것이다. 전체 모델링에서는 하나의 디스크 섹션을 기본 단위로 선택하고 본 연구에서처럼 전체 변압기가 아닌 하나의 디스크 섹션을 모델링할 때는 기본단위로 권선의 한 턴(turn)을 사용한다. 해석의 정확성과 모델의 복잡성을 동시에 고려하여 두 가지 방법을 동시에 적용하기도 한다.

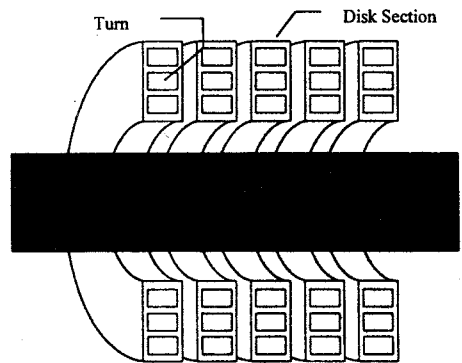


그림1. 변압기 권선

연구의 가장 중요한 특징은 모든 절점 사이의 캐패시턴스를 경계요소법을 이용하여 모두 구한 것이다.

그림2에서 C_{13} 은 C_{12} 나 C_{23} 보다 상대적으로 작다. 그러나 전체적인 변압기 모델을 고려할 때 이런 요소들의 상대적 크기가 커지고 누적되기 때문에 무시되어질 수 없다.

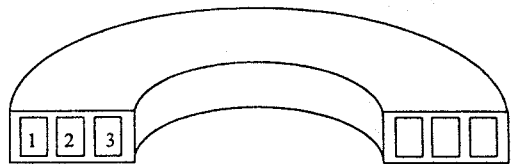


그림2. 디스크 섹션

만약 그림2의 경우에 디스크가 4개의 턴으로 이루어져 있다면 그림3과 같은 등가회로를 구할 수 있다.

그림3.에서 인덕턴스와 저항은 주파수의 종속변수이므로 나열되지 못하고, 부록1에 각각을 구하는 방법이 주어 있다. 캐패시턴스의 경우에는 경계요소법을 이용하여 구해지며, 자세한 내용은 '2.3절 경계요소법에 의한 캐패시턴스'에서 다루어진다.

2.2 등가회로

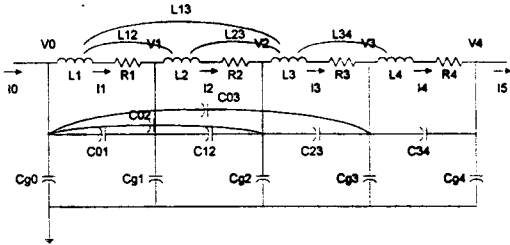


그림3. 등가 회로도

변압기를 그림3.과 같이 모델링함에 있어서 두 가지 요소를 재고해야한다.

- 1) 기하학적 모델(topology)의 정확성
- 2) 들깨는 변수들의 정확성이다.

본 연구에서는 회로방정식을 만들고 이의 해를 구함에 있어 용이성 때문에 위의 기하학적 모델을 받아들이고, 대신 위의 기하학적 모델을 고려하는 변수 값들을 선택하였다.

그림3.과 같은 형식의 등가회로에 대해 다음과 같은 일반적인 회로방정식을 구성할 수가 있다.

$$V_i - V_{i-1} = - \sum_{j=1}^{N_v} Z_{ij} I_j \quad i=1, 2, \dots, N_v \quad (1)$$

$$I_i - I_{i-1} = - \sum_{j=0}^{N_l} Y_{ij} V_j \quad i=1, 2, \dots, N_l \quad (2)$$

$$V_i = V_{N_v} + \sum_{j=1}^{N_v} \bar{Z}_{ij} I_j \quad i=0, 1, \dots, N_v-1 \quad (3)$$

$$I_i = I_{N_l} + \sum_{j=0}^{N_l} \bar{Y}_{ij} V_j \quad i=0, 1, \dots, N_l-1 \quad (4)$$

$$\bar{Z}_{ij} = \sum_{k=i+1}^{N_v-1} Z_{ik} \bar{Y}_{kj} \quad (5) \quad \bar{Y}_{ij} = \sum_{k=i+1}^{N_l-1} Y_{ik} \bar{Z}_{kj} \quad (6)$$

그림3.의 경우 $N_v=4$ 이고 $N_l=5$.

식(1)-(6)을 전개하여 다음 식(7)-(10)의 배열 방정식을 구성할 수 있다.

$$V_S = z \dot{I} + V_R \quad (7)$$

$$\dot{V} = Z \dot{I} + U_V V_R \quad (8)$$

$$I_S = y_1 V_S + y \dot{V} + y_3 V_R + I_R \quad (9)$$

$$\dot{I} = y_2 V_S + Y \dot{V} + y_4 V_R + U_I I_R \quad (10)$$

인덕턴스와 저항이 모두 주파수의 종속변수이므로, 모든 변수들은 라플라스 변환 변수 's'의 함수이고, 모든 식의 전개도 복소평면에서 이루어진다.

식(7)-(10)을 정리하면 다음의 최종 방정식이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} I_B \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_B \\ V \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\dot{V} = (1-D)^{-1} C V_B \quad (12)$$

$$I_B = [A + B(1-D)^{-1} C] V_B \quad (13)$$

여기서 I_B V_B 는 각각 입출력 전류와 입출력 전압이

다.

2.3 경계요소법에 의한 캐패시턴스

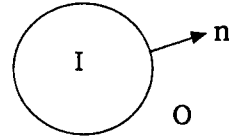


그림4. 단순 경계

경계면에서의 방정식

$$a\phi_i = \int_a G(r, r) \frac{\partial \phi_i}{\partial n} - \int_a \frac{\partial G(r, r)}{\partial n} \phi_i \quad (14)$$

$$(1-a)\phi_o = - \int_a G(r, r) \frac{\partial \phi_o}{\partial n} + \int_a \frac{\partial G(r, r)}{\partial n} \phi_o \quad (15)$$

여기서 a = 입체각(solid angle)이다.

경계조건 (경계에 전하가 없음)

$$\phi_i = \phi_o \quad (16) \quad \epsilon_i \frac{\partial \phi_i}{\partial n} = \epsilon_o \frac{\partial \phi_o}{\partial n} \quad (17)$$

경계면을 N개의 절점으로 나누면(mesh), 식(14)-(17)로부터 $4*N$ 개의 방정식이 얻어지고, 그때의 미지수는 $4*N$ 개이므로 방정식을 풀 수 있다.

따라서 각 절점에서 ϕ_i ϕ_o $\frac{\partial \phi_i}{\partial n}$ $\frac{\partial \phi_o}{\partial n}$ 들이 구해진다..

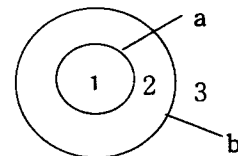


그림5 이중 경계

경계면에서의 방정식

$$(1-a)\phi_{a1} = - \int_a G(r, r) \frac{\partial \phi_{a1}}{\partial n} + \int_a \frac{\partial G(r, r)}{\partial n} \phi_{a1} \quad (18)$$

$$a\phi_{a2} = \int_{a,b} G(r, r) \frac{\partial \phi_{a2}}{\partial n} - \int_{a,b} \frac{\partial G(r, r)}{\partial n} \phi_{a2} \quad (19)$$

$$(1-a)\phi_{b3} = - \int_b G(r, r) \frac{\partial \phi_{b3}}{\partial n} + \int_b \frac{\partial G(r, r)}{\partial n} \phi_{b3} \quad (20)$$

1. 영역1은 도체이고 V_a 가 인가되었다.

2. 경계 b에는 전하가 없다.

1,2에 의해 다음의 경계조건식을 만족해야한다.

$$\phi_{a1} = \phi_{a2} = v_o \quad (21) \quad \epsilon_1 \frac{\partial \phi_{a1}}{\partial n} - \epsilon_2 \frac{\partial \phi_{a2}}{\partial n} = \rho \quad (22)$$

$$\phi_{a2} = \phi_{b3} \quad (23) \quad \epsilon_2 \frac{\partial \phi_{a2}}{\partial n} = \epsilon_3 \frac{\partial \phi_{b3}}{\partial n} \quad (24)$$

식(18)-(20)을 경계조건식(21)-(24)를 이용하여 정리하면 다음 식들이 얻어진다.

$$\int_a G \frac{\partial \phi_{a1}}{\partial n} = \int_a \frac{\partial G}{\partial n} \phi_{a1} + (1-a)\phi_{a1} \quad (25)$$

$$\int_a G \frac{\partial \phi_a}{\partial n} + \int_b G \frac{\partial \phi_b}{\partial n} - \int_b \frac{\partial G}{\partial n} \phi_b = \int_a \frac{\partial G}{\partial n} \phi_a + \alpha \phi_a \quad (26)$$

$$\int_a G \frac{\partial \phi_a}{\partial n} + \int_b G \frac{\partial \phi_b}{\partial n} + (\alpha - \int_b \frac{\partial G}{\partial n}) \phi_b = \int_a \frac{\partial G}{\partial n} \phi_a \quad (27)$$

$$-\frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} \int_b G \frac{\partial \phi_b}{\partial n} + [\int_b \frac{\partial G}{\partial n} - (1-\alpha)] \phi_b = 0 \quad (28)$$

방정식(25)-(28)에서 등호의 오른쪽의 변수는 주어진 값이다. 특히 식(25)은 하나의 미지수만을 포함하므로 $\frac{\partial \phi_{a1}}{\partial n}$ 이 다른 식(26)-(28) 과는 독립적으로 구해진다.

식(26)-(28)을 결합하여 다음의 최종적인 행렬 방정식이 얻어진다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_a}{\partial n} \\ \frac{\partial \phi_b}{\partial n} \\ \phi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad (29)$$

식(29)에 의해서 $\frac{\partial \phi_a}{\partial n}$ $\frac{\partial \phi_b}{\partial n}$ ϕ_b 의 값을 구할 수 있다. $\frac{\partial \phi_{a1}}{\partial n}$ 은 도체 내부에서 영이기 때문에 $\epsilon \frac{\partial \phi_a}{\partial n}$ 자체가 표면전하 밀도이고 캐패시턴스를 구하기 위해 필요한 값이다.

2.4 해석 결과

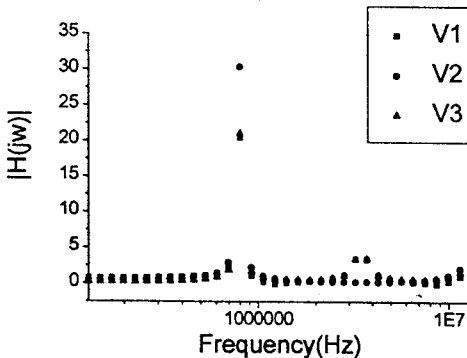


그림6 전통적인 방법으로 캐패시턴스 계산

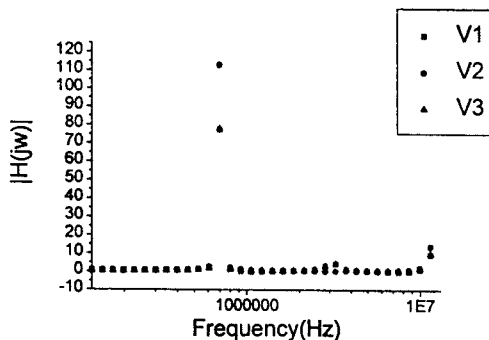


그림7 B.E.M에 의한 캐패시턴스 계산

식(12)를 수치적인 방법으로 계산하여 그림6.과 그림7.의

결과를 얻을 수 있다.

그림6. 과 그림7. 은 그림3. 의 V0와 V4의 두 입력단에 단위 임펄스가 인가되었을 때의 주파수 특성이다. RLC 회로와 같이 일정 갯수의 공진주파수를 갖는다. 이 공진주파수로부터 식(30)과 같은 형태의 전달함수를 갖는 등가적인 RLC-공진회로를 얻을 수 있다.

$$h_k(s) = a_k + \frac{b_k s(s + \delta_k \omega_k)}{(s + \delta_k \omega_k)^2 + \omega_k^2} \quad (30)$$

3. 결론

본 논문에서는 변수들의 주파수 종속성을 고려하고 캐패시턴스를 B.E.M.을 이용해서 구했다. 기존의 방법이나 F.E.M.과 비교해서 B.E.M.을 이용하면 캐패시턴스를 직접적인 방법으로 정확하게 구할 수 있다. 물론 보다 정확한 값을 얻기 위해서는 모서리 근처에서 요소의 수가 많아져야 한다. 이는 결과의 정확성과 타협을 이룰 수 있다.

연구는 변압기의 실제적인 해석에 직접 사용되어질 수 있는 해석도구의 개발을 목표로 하였다. 즉 본 연구 결과를 쉽게 산업현장에 적용할 수 있다.

[참 고 문 헌]

1. WILCOX, D.J.: 'Theory of transformer modeling using modal analysis', IEE Proc. C, Gen. Trans & Distrib., 1991, 138, pp.121-128
2. WILCOX, D.J., HURLEY, W.G., and CONLON, M.: 'Calculation of self and mutual impedances between sections of transformer winding', IEE Proc. C, Gen. Trans & Distrib., 1989, 136, pp.308-314
3. Z.Azzouz, A., Foggia, L., Pierrat, G., Meunier : '3D Finite Element Computation of the High Frequency Parameters of Power Transformer Windings', IEEE Transaction on magnetics, vol. 29, no.2, pp.1407-1410 march 1993
4. S.Tabaga, L.Pierrat, A.Foggia : 'Discretization Effect on the Frequency Response of the Equivalent Circuit of a Power Transformer', ICEM94 september no3 pp.753-756.

[부 록]

1 인덕턴스 계산[2]

$$Z = sL + Z_1 + Z_2$$

$$L \cong \mu_0 N_k N_m \sqrt{ra} \frac{2}{x} [(1 - \frac{x^2}{2})K(x) - E(x)]$$

$$Z_1 = sN_k N_m \frac{\pi b^2}{\lambda} [\frac{2\mu_r I_1(mb)}{mbI_0(mb)} - \mu_1]$$

$$Z_2 = sN_k N_m \frac{\pi}{\lambda} [\frac{4}{h_1 h_2 w_1 w_2} \times \prod_{n=1}^N P_1(\beta_n a_1, \beta_n a_2) P_1(\beta_n r_1, \beta_n r_2) \times Q_1(\beta_n w_1, \beta_n w_2) \frac{I_1(\beta_n b) F_1(\beta_n b)}{K_1(\beta_n b)} \cos(\beta_n z)]$$

μ_1 코어 바깥의 투자율

ρ 적층된 철심코어를 적층되지 않은 것으로 간주할 때의 등가적인 비저항

μ_2, μ_r 각각 철심코어의 축방향과 radial 방향의 투자율

λ 실제적인 자기회로의 길이

b, z 각각 철심코어의 반지름과 축 방향의 코일 간격