

## 고압 회전기에서 코일 단부의 전개 해석

박 승배, 김 도완, 정 현교  
서울대학교 전기공학부

### Field analysis of end\_turn coil of HV induction motor

Seung bae Park, Do wan Kim, Hyun kyo Jung  
School of Elec Eng. Seoul National University

**Abstract** - Because of using PWM inverters and converters, The problems of insulation breakdown is emerging in both high voltage motors and general motors. In conventional methods, the viewpoint of surge problems is wave propagation with or without cable and inverter. For the purpose of knowing the situation of insulation breakdown, the end-turn coil of windings in the motor winding insulation structure is modelled by FEM, and field analysis of that is done. For first step, only end-turn coil is modelled and the model is simulated with FEM by approximating the resistivity of metallic foil surrounding insulation layers with having nonlinear property. next, the result of simulation with nonlinear resistivity are compared with the result of linear resistivity. Because of microscope analysis, there is the problem of generalization but the situation of corona discharge in end-turn coil will be explained from this simulation.

#### 1. 서 론

발전기는 교류회전기의 대응량화에 동반한 고전압화에 의해 고정자 코일단부의 절연층 표면에 발생할 가능성이 있는 코로나 방전을 방지하는 것이 절연 기술상의 중요한 문제가 되고 있다. 층표면에 선형고저항도료를 입혀 저항율이 전체에 의존하는 고저항도료를 도포하여 코로나·실드부를 형성하는 방법이 있다. 최근에는 연면 전개완화효과와 작업성을 고려한 탄화규소(SiC) 등의 비선형 고저항 도료에 의한 코로나·실드부를 형성하는 방법이 널리 이용되고 있다.

이 논문에서는 유한요소법을 적용한 고저항도료의 비선형저항을 특성을 고려한 경우의 코로나·실드부의 전개해석을 행한다. 코일 연면의 전위, 전개 분포를 본 논문에서는 비선형 고저항 도료를 도포시킨 코로나·실드부에 해당하는 전개 방정식에 대하여 유한요소법을 적용한 실드부의 해석 영역의 공간요소군에 절점방정식을 도입해서 전압과 전계를 구하고 있다. 다음에, 그 절점방정식중의 시간미분항의 처리에 종래에 이용되어온 기본과법, 스텝바이스텝법을 적용하고 계산된 전위 전계의 수치를 비교한다..

#### 2. 기초방정식과 유한 요소법 적용

##### 2.1 해석 모델

옆 단의 그림에 고압 회전기 절연구성을 나타내었다. 고정자 철심의 슬롯내의 코일절연층 표면에 걸쳐있는 코로나 방전을 방지하기 위해 표면에 도포되어 있는 저저항도료가 철심단부로부터 조금 나와 있다. 철심이 접지되어 있는 한편, 코일도체가 고전위로 되어 있는 경우에 생겨나는 절연층표면위의 강한 연면 전계를 완화시키기 위하여, 저저항도료에 연결되어 고저항도료가 도포되

어 진다. 이 고저항도료는 전계의 증대와 함께 저항율이 급격하게 저하되는 비선형특성을 가지고 있다.

다음으로, 아래 그림에서 빗금친 부분은 본 논문에서 해석하고 있는 영역이고 좌표는 그림과 같다. 동일한 그림에서 1은 고저항도료의 코일연면방향 도포 길이, S1, S2는 각각 코일 도체 표면, 고저항도료와 저저항도료의 경계면에 있다. 또한,  $x=0$  및 1의 위치를 각각의 저저항단부 및 고저항단부라 한다. 고저항단의 전위와 코일도체 전위와의 차는 이 부분의 방전전압의 지표가 되는 경우, 특히 잔류 전압 V<sub>end</sub>라 칭하고 또한 해석을 위해 다음의 가정을 행한다.

- (1) 고저항도료의 가운데에는 전도 전류, 절연층 가운데에는 변위전류 등이 흐르는 것으로 하여 S1, S2 이외의 경계면에 걸친 전류의 누설은 없는 것으로 한다.
- (2) 저저항도료에서의 전위강하는 무시한다.
- (3) 고저항도료 가운데에서의 전류는 무시한다.
- (4) 고저항도료의 저항율은 전계의 함수를 가정한다.

##### 2.1 지배 방정식과 경계 조건

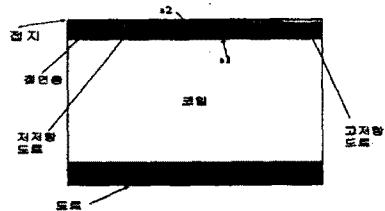


그림 1. 코일단과 해석영역

위의 그림에 나타난 해석 영역에 대하여는 다음의 맥스웰 방정식

$$\nabla \times E = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \cdot (J_a + J_e) = 0 \tag{2}$$

$$\text{단 } J_e = E/\rho \quad J_a = \epsilon \left( \frac{dE}{dt} \right) \tag{3}$$

여기서 E : 전계 강도,  $\epsilon$ : 절연층의 유전율,  $\rho$ : 고저항도료의 저항율,  $J_a$ : 변위전류밀도,  $J_e$ : 전도전류밀도 로 주어진다.

다음에 맥스웰 방정식을 풀기 위해 다음 식으로 정의되는 전위  $E = -\nabla \phi$  (4) 를 도입한다. 그리고, (2)식에 (3), (4)식을 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla \phi = 0 \tag{5}$$

다음에 S1, S2상에 걸친 경계조건을 잡으면, 각각  $\phi = \sqrt{2} \phi_e \sin \omega t$  : S1상 (6)

$$\varphi=0 \quad : \text{S2상} \quad (7)$$

으로 주어진다.  $\varphi_e, \omega$  는 각각 코일도체 전위의 실효치와 각주파수이다. 또한 S1, S2이외의 경계면상에서는 가정 (1)로부터 다음의 자연경계조건, 단,

$$E \cdot n = 0 \quad (8)$$

이 얻어진다. 여기서 n은 경계면상에서의 단위법선벡터이다. 다음에, 잔류전압 V<sub>end</sub>를 직접 계산 가능하도록 해석 영역내의 고찰점과 S1, 코일도체전압 V를

$$V = \varphi - \sqrt{2} \varphi_e \sin \omega t \quad (9)$$

를 도입한다.

(9)식 우변 제 2항은 t중에 의존하는 관계가 되도록 그 배치는 영이 되게 하면

$$E = -\nabla \varphi = -\nabla V \quad (10)$$

E를 V로부터 직접 구하는 것이 가능하다. 가정 (5)와 첫 식으로부터 고저항 도료의 저항율은

$$\rho = \rho(|E|) = \rho(|-\nabla V|) \quad (11)$$

이고, 는 V의 관계가 된다.

여기서  $\rho$  (9)식을 (5)식에 대입하면 V에 관계된 기초방정식에서 다음식이 얻어진다.

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla V = 0 \quad (12)$$

다음으로, 경계조건은 (6), (7)식에 (9)식, (8)식에 (10)식을 각각 대입하면 다음식이 된다.

$$V = 0 \quad : \text{S1상} \quad (13)$$

$$V = -\sqrt{2} \varphi_e \sin \omega t \quad : \text{S2상} \quad (14)$$

$$\nabla V \cdot n = 0 \quad : \text{S1, S2이외의 경계면상} \quad (15)$$

### 2.3 유한요소법의 적용

지배방정식 (12)는 시간미분항을 포함하고 있기 때문에 통상의 포아손 방정식과 다르지만, (12)식이 시간미분항과 나브라 연산자가 적분항으로 표시되어지기 위하여 비정상열전도방정식에 유한요소법을 적용하는 경우에 시간미분항을 등가발열밀도로 취급하는 것이 불가능하다. 따라서 통상의 포아손 방정식에 대하여 유사한 수법을 이용한다. 즉, 가령 범함수는

$$\chi = \iint_S \left( \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy \right) \quad (16)$$

단, S : 해석영역

다음에 유한요소법의 방법에 의하여 영역을 몇 개의 요소로 분할하면 각 요소내에 걸친 전압 V<sub>e</sub>를 다음식으로

$$\{V_e\}^e = \{N^e\}^T \{V^e\} \quad (17)$$

로 근사화시킨다.  $\chi^e$  는 다음식으로 얻어진다. 단 {N<sub>e</sub>}, {V<sub>e</sub>}는 각각 요소의 보간관계벡터와 절점전압벡터이고, 첨자 T는 전치의 의미이다. (16), (17)식으로부터 요소의 범함수

$$\chi^e = (1/2) \{V^e\}^T (d/dt [C^e] + [G^e]) \{V^e\} \quad (18)$$

여기서, [C<sub>e</sub>] 및 [G<sub>e</sub>]는 각각 요소의 등가정전용량행렬 및 등가컨덕턴스행렬이며 다음식으로 주어진다.

$$[C^e] = \int_S \varepsilon [Q^e] dx dy \quad (19)$$

$$[G^e] = \int_S 1/\rho [Q^e] dx dy \quad (20)$$

단, S<sub>e</sub>는 요소의 면적, 또한 [G<sub>e</sub>]는 요소의 형상으로 정해지는 행렬로 다음식처럼 된다.

$$[Q^e] = \left( \frac{\partial}{\partial x} (N^e) \right) \left( \frac{\partial}{\partial x} (N^e) \right)^T \left( \frac{\partial}{\partial y} (N^e) \right) \left( \frac{\partial}{\partial y} (N^e) \right)^T \quad (21)$$

$\chi^e$ 는  $\chi^e$ 의 합으로 주어지고 라그랑제 미정승수법을 적

용해서 최종적으로 구할 수 있는 {V<sub>e</sub>}들을 잡은 절점방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$(d/dt [C_f] + [G_f]) \{V_f\} = \{I\} \quad (24)$$

$$\{I\} = -(d/dt [C_q]^T + [C_q]^T) \{V\} \quad (25)$$

여기서 f<sub>c</sub>의 아래첨자는 자유 절점과 지지 절점을 의미한다.

### 2.4 기본파법과 step by step법

기본파법은 고저항도료가 전계의 크기에 영향을 받지 않으므로 시간 미분항을 처리할 때 jω로 치환하여 풀린다.

다음으로 step by step법은 고저항도료의 전계에 따른 저항을 변화를 고려하므로 각 step마다 field를 계산하여 행렬을 바꿔주며 수렴할 때까지 연산하는 것이다. 그 과정을 보면 위의 지배 방정식으로부터

$$[C_f] \{V_f\}_k + [G_f]_k \{V_f\}_k = \{I\}_k \quad (26)$$

첫 식의 {V<sub>f</sub>}<sub>k</sub>의 미분항을 Newmark의 근사공식을 적용하여 대입하면

$$-\beta [C] \{V_f\}_{k-1} + [Y]_k \{V_f\}_k + (1-\beta) [C] \{V_f\}_{k+1} = \{I\}_k \quad (27)$$

$$\text{단, } [Y]_k = (2\beta - 1)[C] + [G_f]_k \quad (28)$$

[Y] = β[C], [Y'] = (1-β)[C] 여기서 수치계산상의 안정성과 수렴성이 가장 좋고 가능한 한 간단한 형태의 행렬로 만들기 위하여 β=1을 대입하고 경계조건

$$\{V_f\}_0 = \{V_f\}_m \quad (29)$$

을 부가하고, 전 시간영역에 대해 정리하면 다음과 같은 계수행렬을 가지는 연립미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [Y]_1 & [0] & [0] & \otimes & [0] & [C] \\ -[C] & [Y]_2 & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & -[C] & [Y]_3 & [0] & [0] & \bullet \\ \bullet & [0] & -[C] & [Y]_4 & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & -[C] & [Y]_m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \{V_f\}_1 \\ \{V_f\}_2 \\ \{V_f\}_3 \\ \{V_f\}_4 \\ \bullet \\ \{V_f\}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{I\}_1 \\ \{I\}_2 \\ \{I\}_3 \\ \{I\}_4 \\ \bullet \\ \{I\}_m \end{bmatrix} \quad (30)$$

위의 (30)식을 풀어가는 알고리즘을 간단히 설명하면 일단 step\_size를 설정하고 [C], 초기 전압 분포를 설정한다. 다음에 k를 1씩 증가시키고 초기 전압 분포로부터 나온 전계를 구해 그에 따른 저항률을 계산한다. k번째 단계에서의 컨덕턴스 행렬을 구한다. 이의 역행렬을 구해 자유 절점의 그 스텝에서의 전압분포를 구한다. 다음 스텝에서 같은 식으로 전압분포에서 나온 전계로부터 저항율을 계산하고 행렬을 완성하여 다음 스텝에서의 전압 분포를 구한다. 이를 1주기를 반복하고 주기 조건이 만족하는 지 확인한다 이를 만족하면 연산을 끝내고 그렇지 않으면 계속 위의 과정을 반복한다.

### 2.4 결과

먼저 도료의 저항율은 다음과 같이 E field(kV/mm)의 함수로 주어진다. 모델을 설명하면 절연층의 수평방향 길이는 58mm, 수직방향 길이는 18mm, 도료의 수직방향 너비는 0.5mm, 입력전압의 크기는 15kV이다.

음은 도료의 저항률을  $1e7$ 으로 주었을 때의 전압과 전계파형이다.

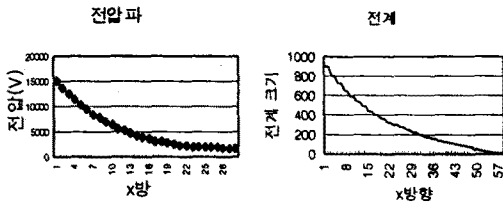


그림 2. 기본파법에서 전압 전계 파형

저항률을  $5e6$ 으로 주었을 때보다 전압의 감쇠율이 크고 전계의  $x=0$ 지점에서의 값 크기가  $200kV/mm$ 정도 더 크다. 다음으로 입력을  $3kV$ 로 주고 step by step법으로 풀었을 경우 저항률과 스텝에 따른 전압 전계 파형이다.

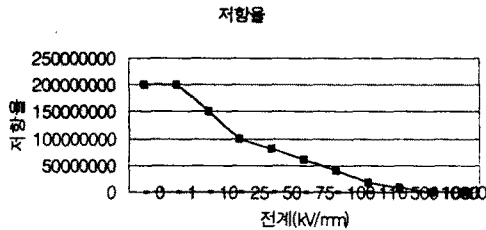


그림 3. 고저항도료의 저항률

위의 같이 저항률이 주어졌을 때 전계파형이다.

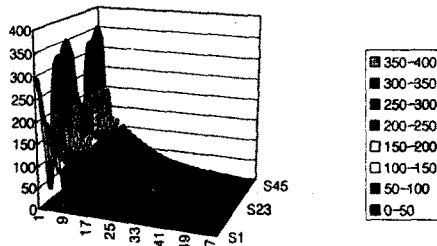


그림 4. 도료에서의 전계파형

여기에서 x방향은 수평방향이고 y방향은 스텝이고 z 방향은 전계의 크기이다. (kV/mm) 다음으로 파크치에서의 전계를 한 주기에서만 plot하면

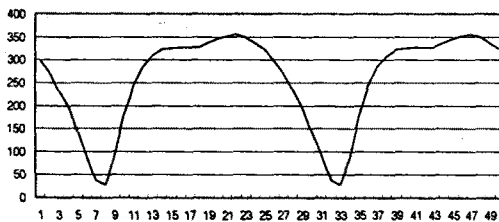


그림 5. 파크치의 전계파형

그림 5에서 볼 수 있듯이 스텝에 따른 전계가 정확한

정현적인 흐름을 보이지 않고 마치 전하가 충전이 된 듯 다소의 유동이 있음을 알 수 있다. 마지막으로 모두 입력을  $3kV$ 를 주고 기본파법과 step by step 법의 결과를 plot해보면

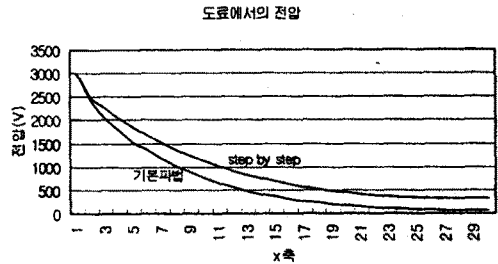


그림 6. 입력이  $3kV$ 일때 전압파형

그림 6에서 볼 수 있듯이 도료의 저항률이 일정할 때에 비해 step by step법은 감쇄속도가 느린 것을 확인 할 수 있다. 이는 저항률의 비선형성 때문에 생기는 고주파 성분을 고려하지 않음으로 인해 생기는 것이다.

### 3. 결 론

위의 시뮬레이션은 경계조건이 각 step마다 변하는 일종의 교류전장 문제의 해석이다. 위 결과로부터 정현파 고전압이 입력으로 들어왔을 경우 표면에 걸리는 잔류 전압과 전계의 크기를 구할 수 있었다. 이를 통해 모터 절연 파괴의 원인이 되는 코로나 방전 즉 표면 전계가 어느 정도로 도료에 의해 감쇄되는지 간접적으로 확인할 수 있었다. 위의 유한요소 해석결과를 토대로 다음에는 전체 코일단을 최대로 모델링할 수 있는지를 검토하고, 실제 회로와 PWM 인버터나 컨버터의 cable에 따른 peak 치로 인한 과전압 때문에 코일 단에 걸리는 전압과 전계를 확인가능한 모델링을 할 수 있는지도 검토하도록 하겠다.

### [참 고 문 헌]

- (1) 원 무구(경도대) "시간주기유한요소법을 이용한 고압회전기 코로나 실드부의 전계 해석 1,2부" 일본전기학회지 57-B53, 1982
- (2) Austin H. Bonnett, George C. Soukup "Cause and Analysis of Stator and Rotor Failures in Three-phase Squirrel-Cage Induction Motors", IEEE transactions on industry applications vol 28, No.4 july/august 1992