

설동이 있는 제어기를 갖는 시스템의 안정도 향상에 관한 연구

°차영호, 정태진, 정찬수
숭실대학교 대학원 전기공학과 자동제어연구실

A Study of Improving Stability of a System with Perturbed Controller

°Young-ho Cha, Tea-Jin Chung, Chan-Soo Chung
Soongsil Univ. Electrical Eng. Automatic Control Lab.

Abstract - This paper designs a robust controller with improved stability of a system. Robust control theory has been developed by many researchers. The controller derived in that using robust control theory has an assumption that it will be exactly implementation. But, It is very hard because of truncation errors, D-A, A-D transformation, and finite resolution, etc. Such perturbations would make problems in the stability of the system. Recently, Keel's paper presents some examples which shows controllers based on the robust controller design method are very fragile on its own perturbation. In this paper, we try to improve the stability of the closed-loop system in which there exist perturbation in the plant as well as in the controller. The results shows that the stability is improved and the performance is still satisfied.

1. 서 론

J.C.Doyle과 B.A.Francis를 중심으로 발전하게된 강인제어이론은 불확실한 시스템에 대해서 강인 안정도를 유지하는 제어기를 설계한다. 이렇게 설계된 제어기는 정확히 구현됨을 가정하고 있으나, 실제 제어기 구현시 A-D, D-A변환, truncation error, 유한 분해능과 수치계산시 반올림 등의 부정확성 등 때문에 정확히 구현하는데는 어려움이 많다. 따라서 제어기의 구현시에 제어기 계수의 설동을 피할 수가 없다. 최근 Keel은 [2]에서 강인제어기 설계방법으로 설계된 제어기가 제어기 계수의 설동에 대해서 상당히 작은 안정도 여유를 갖고 있음을 몇 가지 예를 들어 보이고 강인제어를 실제 시스템에 적용 할 때에 고려해야 할 점들을 지적하였다. 본 논문에는 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 플랜트 뿐만 아니라 제어기 자체에도 불확실성이 있다고 가정하고 이를 불확실성에 대해서 강인 안정도를 유지할 수 있는 제어기를 설계한다. 우선 플랜트의 설동에 대하여 강인한 제어기를 설계하고 설계된 제어기의 l_2 parametric stability margin을 구한다. 이렇게 구해진 안정도여유에 기초해서 제어기의 설동범위를 구할 수 있다. 마지막으로 제어기의 설동범위에 대한 정보를 mu-synthesis 과정에 포함함으로써 전체적으로 제어기의 설동까지 고려한 제어기를 설계할 수 있다.

2. 예 비 이 론

본 논문의 목적은 플랜트뿐만 아니라 제어기에도 설동

이 존재 할 경우 제어기를 포함하는 폐루프 시스템이 예측할 수 있는 모든 최악의 경우에도 안정도를 만족 할 수 있는 제어기를 설계하는 것이다. 이런 제어기를 설계 하기 위하여 구조화된 불확실성과 관련된 mu-synthesis 방법을 사용한다.

기본적인 구간 다양식의 형태를 갖는 시스템에서의 기본적인 폐루프 구조를 그림(1)에 도시하였다.

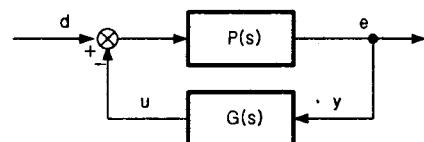


그림 1 기본적인 폐루프 구조

그림(2)는 그림(1)과 동가의 시스템을 도시한 것이다.

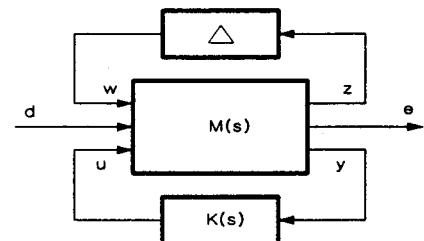


그림 2. 그림 (1)과 동가의 시스템

그림(2)에서 Δ 는 식(1)과 같이 정의한다.

$$\Delta = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \\ & \lambda_2 \end{bmatrix} : \lambda_i \in [1, -1], \forall, \quad (1)$$

개루프 시스템의 상호결합 행렬 M 으로부터, 우리는 제어기 $K(s)$ 에 의한 $M(s)$ 에 대한 하위 LFT를 얻을 수 있다.

$$F(M, K) := M_{11} + M_{12}K [I - M_{22}K]^{-1}M_{21} \quad (2)$$

mu-synthesis 문제는 식(2)를 풀음으로써 해결 할 수 있다.

$$\min_k \inf_{D, D^{-1} \in H_\infty} \|DF(M, K)D^{-1}\|_\infty \quad (3)$$

이러한 mu-synthesis 방법을 사용함으로써 불확실성이 존재하는 플랜트에 대하여 강인안정성을 유지하는 강인

한 제어기를 설계 할 수 있다. [1]에서는 전자기 부유 시스템에 mu-synthesis 방법을 적용하여 강인한 제어기를 설계하였다. 하지만 [2]에서 Keel은 [1]의 제어기가 제어기 자체의 계수변화에 대해 상당히 작은 안정도 여유를 가짐을 보임으로써 문제점을 제시하였다. 즉, 제어기를 실제 구현할 때 발생할 수 있는 섭동을 고려하지 않는다면 전체 페루프 시스템의 안정도에 심각한 문제가 발생할 수 있음을 보였다. 이 문제에 대한 간단한 해결책으로 기존의 mu-synthesis 방법은 그대로 이용하면서 제어기 계수의 섭동에도 강인한 제어를 설계한다. 설계과정은 다음과 같다.

- Step1. 플랜트의 섭동에 대한 정보를 구한다.
- Step2. 플랜트의 계수변화에 대한 안정도 여유를 구한다.
- Step3. 제어기의 계수변화에 대한 안정도 여유를 구한다.
- Step4. 구해진 안정도 여유를 바탕으로 제어기의 섭동에 대한 정보를 구한다.
- Step5. 제어기 섭동에 대한 정보를 Step2의 mu-synthesis 방법에 적용한다.

3절에서는 위에서 설명한 제어기 설계방법을 [1]의 시스템에 적용함으로써 제시한 설계방법이 제어기의 섭동에 대해서도 강인안정성을 유지 할 수 있음을 보인다.

3. 전자기 부유 시스템[1]

mu-synthesis에서 사용한 플랜트 가중함수는 (5)(6)과 같다.

$$P(s) = \frac{-36.27}{(s+66.94)(s-66.94)(s+45.69)} \quad (4)$$

$$W_{add} = \frac{1.4 \times 10^{-5}(1+s/8)(1+s/170)(1+s/420)}{(1+s/30)(1+s/35)(1+s/38)} \quad (5)$$

$$W_{perf} = \frac{200}{1+s/0.1} \quad (6)$$

식(4)(5)(6)에 근거하여 설계된 제어기는 시스템의 섭동에 대해 강인 안정성을 유지한다.

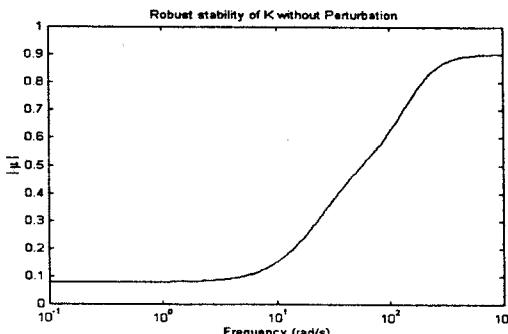


그림 3. 제어기 섭동이 없을 때의 mu-plot

그림(3)은 페루프 시스템이 플랜트의 섭동에 섭동에 대해 강인 안정성을 보장함을 보여주고 있다. 그러나 앞에서도 언급한 바와 같은 이유로 제어기 자체의 섭동에도 강인안정성을 유지하는기는 아직 미지수이다. 따라서 제어기 계수변화에 대한 안정도 여유를 구해 보았다.

안정도 여유는 [8]에서 정의한 l_2 parametric stability margin을 사용하였으며 플랜트는 공정모형을 사용하였다. 이렇게 구한 l_2 parametric stability margin은 식(7)과 같다.

$$\rho = 152858.86834575 \quad (7)$$

제어기 계수의 섭동을 ρ 보다 작고 균질한 섭동으로 하고 10개의 그림을 그린 결과 그림(4)의 점선과 같이 나타났다. 이렇게 본다면 제어기의 섭동은 그림에서의 최대, 최소를 포함해야 탄당할 것이다. 따라서 2점 쇄선과 같이 구간의 변화에도 시스템의 안정도를 유지하게 하기 위하여 식 (8)과 같은 가중함수를 가정하였다.

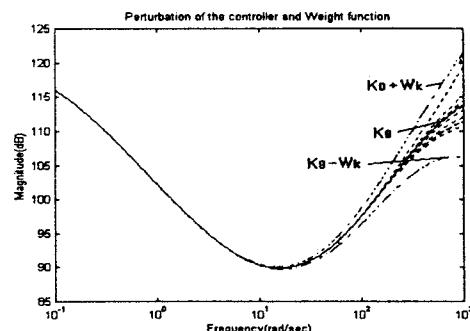


그림 4 제어기의 섭동에 대한 고찰

$$W_k = \frac{0.001429s+1}{4 \times 10^{-5}s+1} \quad (8)$$

우선 [1]에서 구한 제어기가 제어기 자체의 섭동에 대해서 어떤 영향을 받는지를 알아보기 위해 [1]에서 구한 제어기에 W_k 의 섭동을 주고 mu-synthesis를 해 보았다.

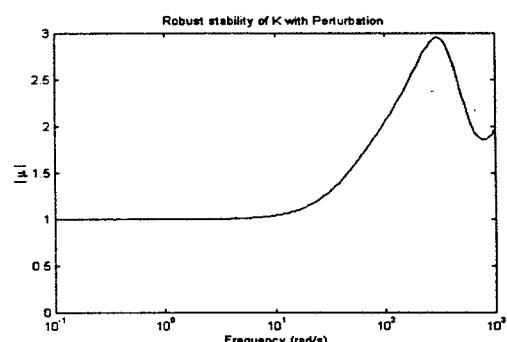


그림 5 제어기 섭동이 있을 때의 mu-plot

제어기 섭동이 없을 때에는 전체 시스템이 그림(3)처럼 안정하지만 제어기에 섭동이 들어갔을 때는 불안정해지는 것을 그림(5)에서 볼 수 있다. 이런 점을 극복하기 위하여 본 논문에서는 제어기의 섭동을 고려하여 제어기를 설계하고 설계된 제어기의 안정도 여유를 앞의 제어기와 비교하여 보았다.

4. 설계

제어기 기증함수를 포함한 시스템 개념도는 그림(7)과 같다. 그림(7)처럼 제어기에 W_k 를 이용하여 섭동이 존재한다고 가정하였다. 설계방법은 기존의 D-K 반복법을 그대로 사용하였다.

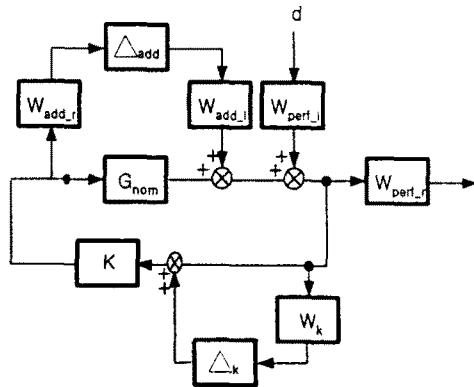


그림 7. 섭동을 고려한 페루프 시프트의 개념도

설계된 제어기는 11차이고 $\gamma = 0.9915$ 이고 전달함수의 분자와 분모의 계수는 식(9)과 같다.

$$K_2(s) = \frac{q_0 s^{11} + q_1 s^{10} + q_2 s^9 + \dots + q_{10} s + q_{11}}{p_0 s^{12} + p_1 s^{11} + p_2 s^{10} + p_3 s^9 + \dots + p_{11} s + P_{12}}$$

분자	
$q_0 = -1.53491 \times 10^{14}$	$p_0 = 1$
$q_1 = -4.40852 \times 10^{18}$	$p_1 = 1.74809 \times 10^8$
$q_2 = -3.53832 \times 10^{21}$	$p_2 = 4.64077 \times 10^{12}$
$q_3 = -9.30394 \times 10^{23}$	$p_3 = 6.94926 \times 10^{15}$
$q_4 = -1.22953 \times 10^{26}$	$p_4 = 4.30922 \times 10^{18}$
$q_5 = -9.49628 \times 10^{27}$	$p_5 = 1.29200 \times 10^{21}$
$q_6 = -4.56728 \times 10^{29}$	$p_6 = 1.78597 \times 10^{23}$
$q_7 = -1.39390 \times 10^{31}$	$p_7 = 1.25511 \times 10^{25}$
$q_8 = -2.65782 \times 10^{32}$	$p_8 = 4.77506 \times 10^{26}$
$q_9 = -2.99555 \times 10^{33}$	$p_9 = 9.77049 \times 10^{27}$
$q_{10} = -1.76700 \times 10^{34}$	$p_{10} = 9.66218 \times 10^{28}$
$q_{11} = -4.09118 \times 10^{34}$	$p_{11} = 3.20429 \times 10^{29}$
	$p_{12} = 3.10864 \times 10^{28}$

(9)

설계된 제어기가 페루프 시스템을 안정화시키는지를 알아보기 위해 mu-analysis를 한 결과 그림(8)과 같이 안정화시킬 수 있다.

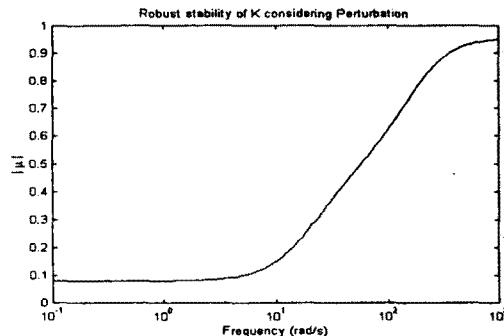


그림 8 제어기 섭동을 고려해서 설계한 제어기의 mu-plot

따라서 본 논문이 제안한 설계방법을 이용함으로써 플랜트의 불확실성뿐만 아니라 제어기의 불확실성에 대해서도 강인 안정성을 유지 할 수 있는 제어기를 설계할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

현재까지의 강인 제어기법으로 설계된 제어기들이 자체의 섭동에 대해 작은 안정도 여유를 갖고 있기 때문에, 실제 플랜트에 적용하기에 있어 어려움이 많았다.[2] 이에 본 논문에서는 실제 설계된 제어기의 섭동을 인가하여 제어기의 불안정여부를 확인하였으며 그 해결방안으로 시스템의 불확실성뿐만 아니라 제어기 자체의 불확실성도 고려하여 강인한 제어기를 설계하였으며 설계된 제어기가 강인 안정도를 유지함을 확인하였다.

참고논문

- [1] Masayuki Fujita, Toru Namerikawa, Fumitomo Matsumura, and Kenko Uchida, "μ-synthesis of Electromagnetic Suspension System" IEEE Trans. Automat Contr. VOL40 1995.
- [2] L. H. Keel, S. P. Bhattacharyya " Robust, Fragile, or Optimal" IEEE Trans Automat Contr vol42 p1098-1105 1997
- [3] John Doyle, "Analysis of feedback systems with structured uncertainties", IEEE Ptcl, vol.129, Pt.D,no.6, pp.242-250, Nov 1982
- [4] Gray J. Balas, John C. Doyle Keith Glover, Andy Packard, and Roy Smith, mu-Analysis and Synthesis TOOLBOX, The Math-Works, 1993
- [5] Kemin Zhou, J. C. Doyle, and Keith Glover, Robust Optimal Control, Prentice-Hall, 1996
- [6] 정태진, 차영호, 정천수 "인정도가 확장된 계획 능동 소음 제어기의 설계에 관한 연구" '98KACC vol2. pp1594-1597. Otc,15-17,1998
- [7] S. S. Ahmad, J. S. Lew, and L.H. Keel, "Robust control of Flexible structures against structural Damage" Proce of ACC June, 1998 pp2460-2464
- [8] S.P.Bhattacharyya, H. Chapellat, and L.H. Keel, Robust Control - The Parametric Approach, Prentice-Hall, 1995