

INS/GPS 결합 시스템의 안정도 및 성능 분석*

양철관, 심덕선
중앙대학교 공과대학 제어계측학과

Analysis for stability and performance of INS/GPS integration system

Cheol-Kwan Yang, Duk-Sun Shim
Department of control & instrumentation engineering, Chung-Ang university

Abstract - This paper shows simulation results for stability and performance of two INS/GPS integration systems. First, the code tracking error of GPS receiver is analyzed by spectrum analysis and simulated for the tight and loose INS/GPS integrations. Next, stability of the integrated systems are simulated using root locus method. As loop filter in the GPS receiver, passive filter and active filter are used and compared.

1. 서 론

관성항법시스템(INS)이란 가속도계와 자이로를 이용하여 항체의 항법 정보(위치, 속도, 자세)를 알아내는 시스템으로써 주로 비행체와 선체에 이용되어지고 있다 [1]. 이러한 시스템은 외부 환경에 영향을 받지 않으며 짧은 항해 기간 동안에는 항법 데이터가 매우 정확하고 연속적인 항법 데이터를 제공하는 장점이 있다. 그러나 긴 시간을 항해할 경우 오차가 누적된다는 단점이 있으며 시스템이 매우 고가라는 단점이 있다. 이에 비해서 GPS(Global Positioning System)란 지구 주위를 도는 24개의 위성 중 최소한 4개의 위성으로부터 항체까지의 거리(pseudo range)를 측정하여 항체의 위치, 속도 등을 구하는 시스템으로써 이러한 시스템은 시간이 지남에 따라서 오차가 누적이 되지 않으며 장비 가격 또한 매우 저렴하다는 장점이 있다. 그러나 다른 전파의 외란(jamming)이 심할 경우와 가시위성의 수가 4개 이상 확보되지 않을 경우에는 성능에 크게 떨어지는 단점이 있다[2]. 이러한 두 시스템은 서로 상호 보완적인 특성이 있기 때문에 이 두 시스템을 결합하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다.

관성항법시스템(INS)과 GPS를 결합하는 방식에는 크게 강한 결합 방식(tight INS/GPS integration system)과 약한 결합 방식(loose INS/GPS integration system)으로 나눌 수 있다[3]. 이러한 결합 시스템은 GPS 수신기의 부호 추적 루프(code tracking loop)와 반송파 추적 루프(carrier tracking loop)의 추적 성능을 향상시켜서 결합 시스템의 성능을 향상시키는 특징이 있다. 그러나 이러한 구조는 되먹임 구조로 되어 있기 때문에 결합 시스템의 안정도에 문제가 발생할 수 있다는 단점도 있다.

본 논문에서는 먼저 각각의 결합 시스템의 부호 추적 루프 성능을 시뮬레이션을 통하여 분석하고 다음으로 근제적(root locus) 방법을 통하여 각각의 결합 시스템의 안정도에 관하여 비교 분석한다. 여기서 GPS 수신기의 루프 필터로써 능동 필터와 수동 필터를 사용하였을 경우 각각에 대하여 위의 분석을 하였다.

*본 연구는 국방과학연구소 및 서울대학교 자동제어특화 연구센터의 지원에 의한 것임.

2. INS/GPS 결합 시스템

먼저 강한 INS/GPS 결합 시스템의 구조는 그림1과 같다[4]. 여기서 GPS 수신기로부터 측정된 데이터(pseudo range, pseudo range rate)에는 여러 가지 오차가 있으며 마찬가지로 INS의 데이터(위치, 속도, 자세)에 또한 여러 가지 오차가 있다. 이러한 오차들은 하나의 결합 칼만 필터에서 추정되어 진다.

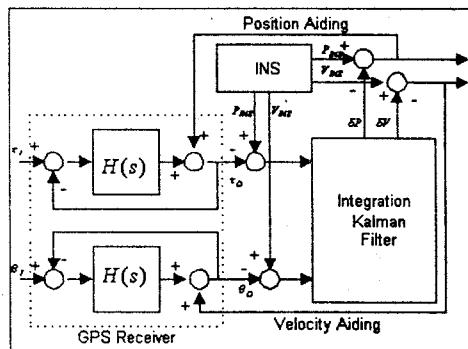


그림 1 강한 INS/GPS 결합 시스템

그림1에서 τ_1, θ_1 은 각각 psedo range와 psedo range rate이고 τ_2, θ_2 는 각각 부호 추적 루프와 반송파 추적 루프의 출력이다.

다음으로 약한 INS/GPS 결합 시스템 중 직렬 연결 결합 시스템은 그림2와 같다[4].

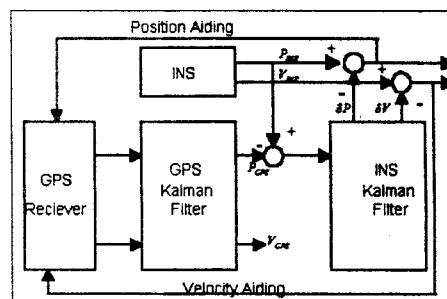


그림 2 약한 INS/GPS 결합 시스템

위와 같은 시스템은 GPS 측정치에 있는 오차들과 INS 데이터에 있는 오차들을 각각의 칼만필터에서 추정하고 GPS 칼만필터에서 오차가 보상된 데이터(위치, 속도)가 INS 칼만필터의 측정식에 이용되는 구조로 되

어있다. 일반적으로 위의 두 시스템의 안정도는 τ_i 에서 τ_0 까지의 전달함수 즉 부호 추적 루프의 전달함수의 안정도로 정의된다. 위의 두 시스템에서 position aiding과 velocity aiding이 없을 경우에 부호 추적 루프는 안정한 시스템이며 추적 루프(부호 추적 루프, 반송파 추적 루프)는 등가 PLL(Phase-Locked Loop)로 모델링 될 수 있다. Aiding이 없을 경우 추적 루프의 등가 모델링식은 아래와 같다[5].

$$\frac{\tau_0}{\tau_i} = T(s) = \frac{H(s)}{1+H(s)} \quad (1)$$

여기서 $H(s)$ 는 루프 필터로써 수동 필터를 사용하였을 경우(식2)와 능동 필터를 사용하였을 경우(식3) 두 가지로 나누어 볼 수 있다[4].

$$H(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s} \quad (2)$$

$$H(s) = \frac{2\xi w_n s + w_n^2}{s^2} \quad (3)$$

여기서 부호추적루프의 입력($u(t)$)을 다음과 같이 놓고 $u(t) = \tau_i(t) + n(t) = \sqrt{2} V_s \sin[w_0 t] + n(t)$

부호 추적 오차(e)를 다음과 같이 정의한다.

$$e = \tau_0 - \tau_i$$

즉 τ_0 이 τ_i 를 잘 추적 하는 것($e \rightarrow 0$)이 부호 추적 루프의 성능을 말하여 주는 것으로써 이러한 추적 오차의 분산(σ_e^2)은 다음과 같이 된다.

$$\sigma_e^2 = \sigma_{\tau_i}^2 + \sigma_n^2 \quad (4-1)$$

$$\sigma_{\tau_i}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |1 - T(w)|^2 \Phi_i(w) dw \quad (4-2)$$

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |T(w)|^2 \frac{\Phi_n(w)}{V_s^2} dw = \frac{N_0 B_L}{V_s^2} = \frac{1}{SNR_L} \quad (4-3)$$

여기서 $\Phi_i(w)$, $\Phi_n(w) (= N_0)$ 은 각각 τ_i , n (잡음)의 파워 스펙트럼이고 B_L (loop noise bandwidth)은 아래와 같이 정의 된다.

$$B_L \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |T(w)|^2 dw \quad (5)$$

만약에 aiding 정보를 이용하지 않을 경우에 B_L 은 다음과 같이 w_n 과 선형적인 관계가 있다.

$$B_L = \frac{w_n}{8\xi} \quad (\text{수동 필터를 사용하였을 경우}) \quad (6)$$

$$B_L = \frac{w_n}{2} \left(\xi + \frac{1}{4\xi} \right) \quad (\text{능동 필터를 사용하였을 경우})$$

식4에서 σ_e^2 값이 작을수록 부호 추적 루프의 성능이 좋음을 나타내는 것인데 식6에서 w_n 이 작아질수록 B_L 이

작아 지고 SNR_L (신호 대 잡음 비: $= \frac{V_s^2}{N_0 B_L}$)은 커

져서 식4를 보면 σ_n^2 는 작아지는 반면에 $\sigma_{\tau_i}^2$ 는 커짐을 알 수 있다. 즉 $\sigma_{\tau_i}^2$ 과 σ_n^2 는 서로 반비례 관계가 있기 때문에 w_n 값을 변화시켜서는 이 두 값을 동시에 줄

이지는 못함을 알 수 있다. 그러나 만약에 aiding 정보가 추적 루프에 사용되면 동시에 이 두 값(σ_n^2 , $\sigma_{\tau_i}^2$)을 줄일 수가 있다. 즉 항체의 움직임의 변화가 큰 경우에

도 부호 추적 루프가 이를 잘 쫓아 가고(σ_e^2 값이 작아짐) 또한 잡음(n)의 영향을 크게(σ_n^2 값이 작아짐) 할 수 있다. 그림3은 aiding 정보를 이용하지 않은 경우(실선)와 aiding 정보를 사용하였을 경우(점선:약한 결합 시스템, 가는점선:강한 결합 시스템)에 그림 1, 2와 같은 시스템에 대하여 시뮬레이션을 수행하여 부호

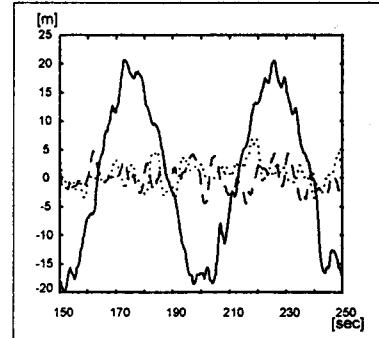


그림 3 추적 루프의 오차

추적 오차(e)의 값을 나타낸 것이다. 여기서 항체의 운동 모델은 정현파의 운동을 하는 것으로 모델링하였다. 그림3에서 알 수 있는 것 같이 aiding 정보를 이용하였을 경우가 이용하지 않은 경우 보다 추적 성능이 훨씬 좋음을 알 수 있다. 그러나 aiding 정보를 사용할 경우에 w_n 값을 크게 하면 할수록 부호 추적 오차(e)가 작아지지만 w_n 값이 어떤 값보다 작을 경우에는 e 값이 발생하게 된다. 그 이유는 aiding에 의한 피드백 구조에 의해서 τ_i 에서 τ_0 까지의 전달함수에 불안정한 pole이 발생하기 때문이다. 이러한 것을 보이기 위하여 그림 1, 2에 대해서 w_n 값을 변화시켰을 경우에 τ_i 에서 τ_0 까지의 특성 다항식의 근 궤적을 그려 보고자 한다.

3. 결합 시스템의 칼만필터 구성

본 연구에서는 항체가 1차원 직선 운동을 하는 것으로 가정하였다. 먼저 강한 결합 시스템의 결합 칼만필터는 다음과 같이 구성하였다.

먼저 항체의 운동은 2차 랜덤 워크로 모델링하였다.

$$\dot{x} = w(t) \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ w \end{bmatrix} \quad w(t) \sim N(0, q)$$

여기서 x_1, x_2 는 각각 위치 오차와 속도 오차이다. 다음으로 결합 칼만필터의 오차 추정 개신식은 다음과 같다.

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 + v_1 - \hat{x}_1 \\ x_2 + v_2 - \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 $v_1 \sim N(0, r_1)$, $v_2 \sim N(0, r_2)$ 는 각각 위치 오차 측정 잡음과 속도 오차 측정 잡음이며 서로 상관관계가 없는 것으로 가정하였다. 식8의 전달함수를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1(s) \\ \hat{x}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_1(s)}{z_1(s)} & \frac{\hat{x}_2(s)}{z_1(s)} \\ \frac{\hat{x}_1(s)}{z_2(s)} & \frac{\hat{x}_2(s)}{z_2(s)} \end{bmatrix} =$$

$$\frac{\begin{bmatrix} K_{11}s + K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21} + K_{21} & K_{12}s + K_{22} \\ K_{21}s & K_{22}s + K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21} \end{bmatrix}}{s^2 + (K_{11} + K_{22})s + K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21} + K_{21}} \quad (9)$$

이러한 조건에서 정상상태 칼만필터의 칠만 이득 값은 아래와 같이된다.

$$K_w = \begin{bmatrix} \left(\frac{r_1}{q}\right)^{1/2} \frac{(q^2 r_1^2 + 2 q^2 r_1^2 r_2)^{1/2}}{r_1((qr_1)^{1/2} + r_2)} & \frac{(qr_1)^{1/2}}{(qr_1)^{1/2} + r_2} \\ \frac{(qr_1)^{1/2} r_2}{(qr_1)^{1/2} + r_2} & \left(\frac{1}{r_1 r_2}\right)^{1/2} \frac{(q^2 r_1^2 + 2 q^2 r_1^2 r_2)^{1/2}}{(qr_1)^{1/2} + r_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

약한 결합 시스템에서 GPS 칼만필터의 구성은 식8과 같으며 INS의 오차 추정 생신식과 전달함수는 식11.12와 같다.

$$\dot{x}_{INS} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{1,INS} \\ \hat{x}_{2,INS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} [x_1 + v_1 - \hat{x}_{1,INS}] \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\hat{x}_1(s)}{z(s)} \\ \frac{\hat{x}_2(s)}{z(s)} \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2 + K_1 s + K_2} \begin{bmatrix} K_1 s + K_2 \\ K_2 s \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 $\hat{x}_{1,INS}$, $\hat{x}_{2,INS}$ 는 각각 위치 오차 및 속도 오차이다. 그리고 정상 상태의 칠만 이득은 다음과 같다.

$$K_\infty = P_\infty H^T R^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \left(\frac{q}{r}\right)^{1/4} \\ \left(\frac{q}{r}\right)^{1/2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

4. 시뮬레이션

식2,3,9,10,12,13로부터 가지고 aiding이 있는 경우 τ_i 에서 τ_0 까지의 전달함수의 특성 다항식을 구하여 보면 강한 결합 시스템일 경우는 7차 다항식이 되고 약한 결합 시스템일 경우는 9차 다항식이 된다. 이러한 특성 다항식에서 w_n 값을 3(Hz)에서 0.03(Hz)까지 변화 시켰을 경우의 근 채적을 구하여 보았다. 여기서 w_n 이 작으면 작을수록 식(4-3)에 의해서 GPS 수신기가 외부 전파 외란(jamming)에 더 강인하게 된다.

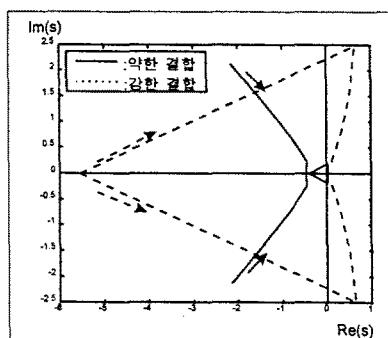


그림 4 수동 필터를 사용하였을 경우

먼저 그림4를 보면 이는 루프 필터로써 수동 필터를 사용하였을 경우에 근의 채적이다. 여기서 강한 결합 시스템과 약한 결합 시스템 두 경우에 대하여 특성근 중에서 불안정해지는 근의 채적을 그린 것이다. 강한 결합 시스템일 경우 $w_n = 1.5$ (Hz)일 경우 불 안정한 근이 발생하였고 약한 결합 시스템에서는 $w_n = 0.25$ (Hz)일 경우 불안정한 근이 발생하였다. 이 두 시스템을 보면 루프 필터로써 수동 필터를 사용하였을 경우에는 약한 결

합 시스템이 결합 시스템의 안정성 면에서 유리함을 알 수 있다.

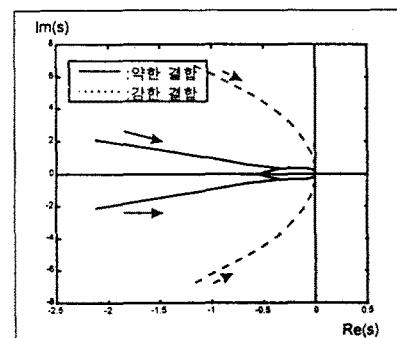


그림 5 능동 필터를 사용하였을 경우

다음으로 그림5를 보면 강한 결합 시스템은 w_n 이 매우 작을 경우에도 특성근중에서 불안정해지는 근이 없으며 약한 결합 시스템일 경우에는 $w_n = 0.04$ (Hz)일 경우 불안정한 근이 발생하였다. 따라서 능동 필터를 루프 필터로 사용하였을 경우에는 강한 결합 시스템이 결합 시스템의 안정성 면에서 더 유리함을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 강한 결합 시스템과 약한 결합 시스템에서 aiding이 있을 경우가 부호 추적 루프의 추적 성능이 향상 됨을 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 또한 이 두 시스템에 대하여 GPS 수신기 필터의 natural frequency(w_n)값을 변화 시켰을 경우에 τ_i 에서 τ_0 까지의 특성 다항식의 근 채적을 그려봄으로써 이 두 시스템의 안정도를 분석하였다. 분석한 결과 루프 필터로 수동 필터를 사용할 경우에는 약한 결합 시스템이 더 작은 GPS 수신기의 natural freq. (w_n)를 사용할 수가 있는데 이는 외부 전파 외란(jamming)에 더 좋음을 의미하는 것이다. 다음으로 루프 필터로써 능동 필터를 사용할 경우는 강한 결합 시스템이 외란에 더 강인한 시스템을 설계할 수 있음을 알 수 있었다. 그리고 이러한 두 개의 결합 시스템에서 수동 필터보다는 능동 필터를 루프 필터로써 사용하는 것이 더 작은 w_n 값을 사용할 수 있기 때문에 결합 시스템을 설계하는데 더 좋음을 알 수 있었다.

(참 고 문 헌)

- [1] George M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press, Inc., 1993.
- [2] Elliott D. Kaplan, *Understanding GPS Principles and Applications*, Artech House, Inc., 1996.
- [3] Bradford W. Parkinson, James J. Spilker Jr., *Global Positioning System: Theory and Applications Volume II*, AIAA, Inc., 1996.
- [4] Dah-Jing Jwo, Dan G. Tuckness, Jr., "On the Stability Investigation of Integrated GPS/INS Navigation Systems", ION GPS-96, pp.989-1000, 1996.
- [5] 최형진, 동기방식 디지털 통신, (주)교학사, 1995.