

## 비선형 마찰 보상기를 이용한 램프추종 서보제어기에 관한 연구

\*최승환·임동진  
한양대학교 제어계측공학과

### A study on the ramp tracking servo controller using nonlinear friction compensator

Seung Hwan Choi · Dong Jin Lim  
Dept. of Control and Instrumentation Engineering at Hanyang Univ.

**Abstract** - In this paper, a ramp tracking controller design method is proposed for the systems with nonlinear frictions. The objective is to design a controller which is capable of tracking a ramp reference input without steady state error. The controller is composed of a linear controller, integrators for error compensation, and a friction compensator. The compensator estimates the parameters of friction model. The friction parameters are estimated using two different method. Simulation and experimental results show that the proposed method is effective.

### 1. 서 론

마찰력은 mechanical system에 필연적으로 존재하며, 그로 인한 비선형 효과에 의해 시스템 성능이 제한을 받는다. 또한 마찰력이 존재하는 시스템은 마찰력의 특징으로 인하여 일반적인 control method를 시스템에 적용하는 것은 적합하지 못하다. 따라서 시스템의 성능 개선과 일반적인 control method를 적용하기 위해서는 시스템에 존재하는 마찰력을 보상해야 한다. 본 연구에서는 마찰이 존재하는 시스템에 대해서 마찰력을 보상하기를 도입하여 램프추종 서보제어기를 설계하는 방법을 제시한다.

램프추종 서보제어기의 구성은 오차 적분기, 선형 제어기, 마찰 보상기로 구성되어 있다. 오차 적분기는 램프 입력을 정상상태 오차없이 추종하기 위하여 원래의 시스템에 적분기를 추가하였고, 선형 제어기는 시스템의 비선형적인 요소를 제거하고 선형화된 시스템으로 고려하였을 경우 적용할 수 있는 제어기이다. 마찰 보상기는 보상을 위해서 마찰력을 표현할 수 있도록 그 특성을 고려하여 마찰 모델을 설정하고, 모델에 제시된 추정변수를 추정하여 마찰력을 추정한다. 보상기의 보상방법은 관측자(observer)를 사용한 보상방법과 파라미터 추종 알고리듬을 사용하여 보상한 방법으로 보상기를 구성하였다. 시뮬레이션과 실험으로 보상기를 사용한 제어기의 설계의 유용성을 확인하였다.

### 2. 본 론

#### 2.1 모델

##### 2.1.1 마찰 모델

마찰 모델은 마찰의 특성 즉 마찰구조의 불확실성의 특성으로 인하여 정확한 모델을 설정하는 것은 불가능하나 각속도의 함수로서 표현할 수 있는 모델을 설정할 수 있다. 그림 1.은 마찰력의 특성을 고려하여 설정된 마찰 모델을 보여주고 있다.

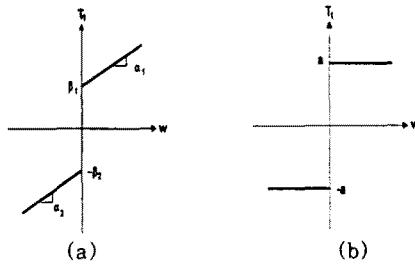


그림 1. 마찰 모델

그림 1.(a)는 각속도가 0인 경우에 마찰력의 크기가 등작을 방해하려는 일정한 마찰력이 발생하는 쿠лон마찰 모델을 보여주고 있으며, 그림 1.(b)는 쿠лон 마찰과 점성 마찰을 포함하는 마찰모델을 보여 주고 있다.

관측자를 사용한 보상기일 경우의 마찰 모델은 그림 1.(a)의 마찰 모델을 사용하였으며 수학적 표현은 다음과 같다.

$$T_f(w, a) = a \operatorname{sgn}(w) \quad (1)$$

추정알고리듬을 사용한 보상기일 경우의 마찰 모델은 그림 1.(b)의 마찰 모델을 사용하였으며 수학적 표현은 다음과 같다.

$$T_f(w) = \begin{cases} a_1 w + \beta_1, & w > 0 \\ a_2 w + \beta_2, & w < 0 \end{cases} \quad (2)$$

#### 2.1.2 DC 모터 모델

본 연구에서는 로봇과 서보시스템에서 흔히 사용되는 DC 모터를 사용하였다. 모든 관성(inertia)이 모터축에 존재한다고 가정을 하면 모터는 다음과 같은 모델로서 표현 할 수 있다.

$$J \frac{d\omega}{dt} = KI(t) - T_f(w) + T_i(w) \quad (3)$$

J: 모터축의 총 관성 모멘트

K: 전류상수

I: 모터전류(제어입력)

$T_f(w)$ : 마찰력

$T_i(w)$ : 외란에의한토크

#### 2.2 제어기 설계

제어기의 구성은 오차 적분기, 선형 제어기, 마찰 보상기로 구성되어 있다. 오차 적분기는 시스템의 타입을 변화하여 램프 기준입력에 대하여 정상상태에서 오차를 0으로 하기 위해 적용하였으며, 선형제어기는 일반적인 선형 시스템에 적용할 수 있는 제어기를 적용하였다. 마찰 보상기는 마찰력에 대한 추정 성능이 우수한 보상기를 적용하였다.

### 2.2.1 제어기 설계 개념

외란을 무시하고 (3)식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$J \frac{d\omega}{dt} = KI(t) - T_f(\omega) \quad (4)$$

제어 변수  $I(t)$ 를 다음과 같이 도입하자.

$$I(t) = u(t) + \frac{\hat{T}_f(\omega)}{K} \quad (5)$$

여기서

$u(t)$  : 새로운 제어 변수

$\hat{T}_f$  :  $T_f$ 의 추정치 .

(5)식을 (4)식에 대입하여 정리하면, 다음과 같다.

$$J \frac{d\omega}{dt} = Ku(t) + \{ \hat{T}_f(\omega) - T_f(\omega) \} \quad (6)$$

(6)식의 중괄호 부분은 추정오차를 의미하는데 추정성능이 우수하여 추정오차가 아주 작다면 이 부분은 무시할 수 있다. 즉 마찰력이 존재하지 않는 선형시스템을 의미할 수 있으며 새로운 제어변수  $u(t)$ 는 선형제어기로 설명할 수 있다.

### 2.3 마찰 보상기

본 연구에서는 관측자를 사용한 보상 방법과 파라미터 추종 알고리듬을 사용한 보상방법으로 보상기를 적용하였다.

#### 2.3.1 관측자를 사용한 보상기(2)

관측자를 사용한 보상기를 사용할 경우 마찰력의 추정 변수인 마찰 크기에 대하여 형태와 동역학을 다음과 같이 가정하여 관측자를 설계하였다.

$$\hat{a} = z - k|w|^\mu \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{z} &= k\mu|w|^{\mu-1}[I - T_f(w, \hat{a})]sgn(w) \\ &= k\mu|w|^{\mu-1}usgn(w) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$k > 0, \mu > 0$  : 설계 변수

제시한 관측자의 성능을 점검하면 다음과 같다.

마찰력의 크기  $a$ 를 상수라고 가정하고 추정오차  $e$ 를 시간에 대하여 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$e = a - \hat{a} \quad (9)$$

$$\dot{e} = - \hat{a}$$

$$\begin{aligned} &= - \dot{z} + k\mu|w|^{\mu-1}usgn(w) \\ &= k\mu|w|^{\mu-1}sgn(w)[\dot{w} - I + T_f(w, \hat{a})] \\ &= - k\mu|w|^{\mu-1}sgn(w)[T_f(w, a) - T_f(w, \hat{a})] \\ &= - k\mu|w|^{\mu-1}sgn(w)[(a - \hat{a})sgn(w)] \\ &= - k\mu|w|^{\mu-1}e \end{aligned} \quad (10)$$

(10)식에서 설계 변수를  $k > 0, \mu > 0$ 로 설정하여 관측자를 설계한다면 위에서 제시한 관측자는 추정오차가 정상상태에서 0으로 수렴하는 특징을 가진 관측자를 설계할 수 있다.

#### 2.3.2 추종 알고리듬을 사용한 보상기(1)

파라미터 추종 알고리듬을 전개하기 위하여 앞서 표현한 모터모델을 차동 방정식으로 변환하면 다음과 같다.

$$\omega(t+h) = \omega(t) + \frac{h}{J}[KI(t) - \alpha_i\omega(t) - \beta_i] \quad (11)$$

(11)식을 간결한 식으로 (12)식과 같이 정리 하였다.

$$\omega(t+h) = A\omega(t) + BI(t) + g(t) \quad (12)$$

여기서

$$g(t) = g_1(t)m(t) + g_2(t)(1-m(t))$$

$$g_1(t) = \bar{A}_1\omega(t) + \bar{B}_1I(t) + \delta_1$$

$$g_2(t) = \bar{A}_2\omega(t) + \bar{B}_2I(t) + \delta_2$$

$$m(t) = \begin{cases} 1, & \text{if } \omega(t) > 0 \\ 0, & \text{if } \omega(t) < 0 \end{cases}$$

$$A = 1, B = \frac{hK}{J}$$

$$\bar{A}_i = -h\alpha_i/J, \bar{B}_i = 0, \delta_i = -h\beta_i/J$$

(12)식에서  $g(t)$ 는 마찰력에 대한 효과가 포함되어 있는 불확실성이 포함되어 있는 변수로서, 추종 알고리듬을 사용하여 추종하고자 하는 변수이다.

추종알고리듬을 전개하기 위하여 예언자를 다음과 같이 정의하였다.

$$\hat{\omega}(t+h|t) = A\omega(t) + Bu(t) + \hat{g}(t) \quad (13)$$

여기서

$$\hat{g}(t) = \phi(t)^T \hat{\theta}(t)$$

$$= [\phi_1(t)^T m(t), \phi_2(t)^T (1-m(t))] \cdot [\begin{array}{c} \hat{\theta}_1(t) \\ \hat{\theta}_2(t) \end{array}] \quad (14)$$

$$\phi_1(t)^T = [\omega(t), \dots, \omega(t-hn\tilde{a}1), u(t), \dots, u(t-hn\tilde{b}1), 1]$$

$$\phi_2(t)^T = [\omega(t), \dots, \omega(t-hn\tilde{a}2), u(t), \dots, u(t-hn\tilde{b}2), 1]$$

$$\hat{\theta}_1(t)^T = [\tilde{a}_1^{-1}(t), \dots, \tilde{a}_{n\tilde{a}1}^{-1}(t), \tilde{b}_1^{-1}(t), \dots, \tilde{b}_{n\tilde{b}1}^{-1}(t), \delta_1(t)]$$

$$\hat{\theta}_2(t)^T = [\tilde{a}_1^2(t), \dots, \tilde{a}_{n\tilde{a}2}^2(t), \tilde{b}_1^2(t), \dots, \tilde{b}_{n\tilde{b}2}^2(t), \delta_2(t)]$$

예언자의 오차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e(t) = \omega(t) - \hat{\omega}(t|t-h) = g(t-h) - \hat{g}(t-h) \quad (15)$$

RLS(recursive least) 알고리듬을 사용하여 (15)식의 예언자 오차를 최소화는  $\hat{g}(t)$ 를 구할 수 있다.[3] 여기서 구한 추정치를 사용하여 마찰력을 보상하는 제어기를 설계하면 다음과 같다.

$$I(t) = u(t) - \frac{\hat{g}(t)}{B} \quad (16)$$

### 2.4 시뮬레이션 및 실험

제시한 램프 추종 서보제어기를 모터 시스템에 적용하여 보았다. 그림 2는 적용시스템의 블록 다이어그램을 보여 주고 있다. 모터의 위치 데이터는 포텐셔미터를 사용하여 측정하였으며, 시뮬레이션과 실험으로 보상기를 사용한 램프 추종 서보제어기의 유용성을 검증하였다.

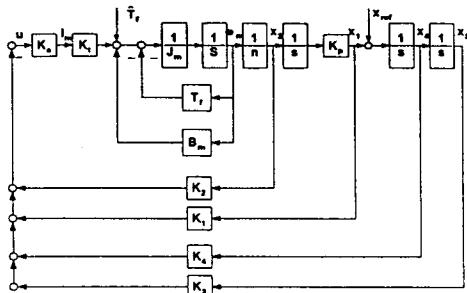


그림 2. 시스템 블록 다이어그램

#### 2.4.1 선형제어기 설계(4)

최적제어이론을 적용하여 (17)식의 성능 지수 함수를 최소화하는 상태귀환 제어기를 설계하여 적용하였다.

$$J = \int_0^{\infty} (xQx + u^2) dt \quad (17)$$

$$u = -kx \quad (18)$$

#### 2.4.2 결과분석

시뮬레이션과 실험의 결과는 그림 3, 그림 4, 그림 5와 같다. 시뮬레이션과 실험의 결과에서 보상기를 사용하지 않을 경우보다는 보상기를 사용하였을 경우가 리밋 사이클의 존재가 줄어들거나 없어지는 것을 확인할 수 있다. 또한 램프입력의 추종성능이 보상기를 사용하지 않을 경우보다는 우수한 것을 확인해 볼 수 있다.

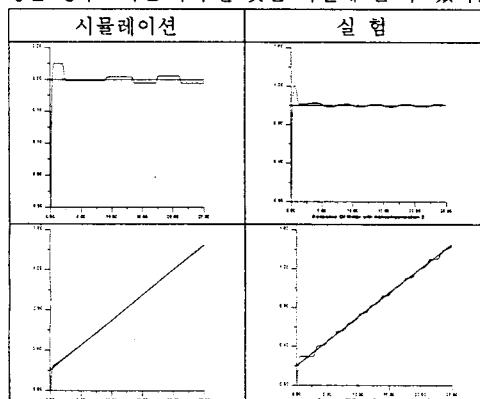


그림 3. 보상기를 사용하지 않을 경우

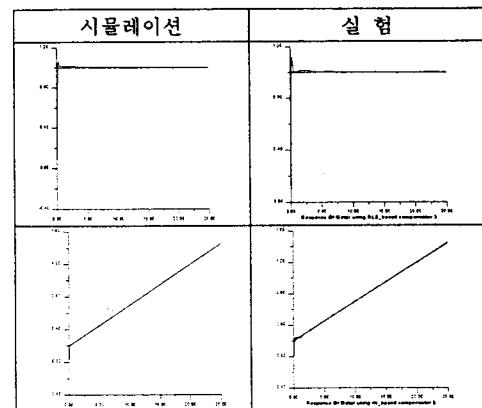


그림 5. 추종 알고리듬을 사용하였을 경우

### 3. 결 론

본 연구에서는 비선형 마찰 보상기를 사용하여 램프추종이 가능한 서보 제어기를 설계하였다. 램프 추종 서보 제어기의 구성은 오차 적분기, 선형 제어기, 마찰 보상기로 구성되어 있다. 오차적분기는 시스템 타입에 변화를 주어 램프추종을 가능하게 하는 기능을 하며, 마찰 보상기는 마찰 모델의 변수를 추정하여 제어기 설계시 마찰력의 추정치로 보상하는 기능을 한다. 시뮬레이션과 실험으로 보상기를 사용하지 않을 경우보다 보상기를 사용한 램프 추종 서보 제어기가 우수한 제어성을 갖고 있음을 확인하였다. 본 연구에서 제시한 서보 제어기는 공작기계, 로봇의 자세제어와 같은 램프추종이 필요한 장치의 제어성능 향상에 기여 하리라 본다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] C. Canudas, K.J. Åström and K. Braun, "Adaptive friction compensation in DC-motor drives" IEEE J. Robot. Automat., vol RA-3, no. 6, pp. 681-685, Dec. 1987
- [2] Bernard Friedland and Young-Jin Park, "On adaptive friction compensation" IEEE Trans. on Automat. Control, vol. 37, no. 10, Oct. 1992
- [3] K. J. Åström and Björn Wittenmark, "Adaptive control", 2nd edition
- [4] Dong-Jin Lim, "Tracking controller design for servo systems containing Coulomb friction", ICARV, 1996

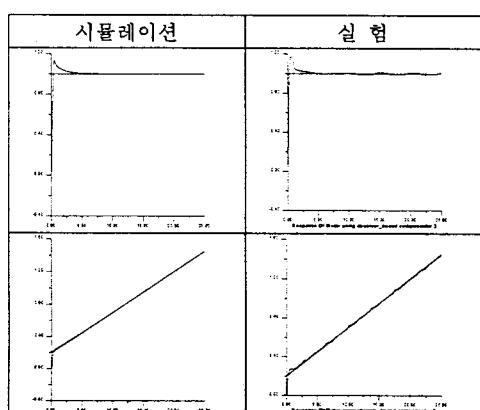


그림 4. 관측자를 사용하였을 경우