

## H<sub>∞</sub>제어기법을 이용한 비선형 마찰 및 공진 효과가 존재하는 서보시스템의 램프추종 제어기 설계에 관한 연구

\* 최호준 · 임동진  
한양대학교 제어계측공학과

### A study on the ramp tracking controller for the servo systems with nonlinear friction and resonance using H<sub>∞</sub>controller design method

Choi Ho Jun · Lim Dong Jin  
Dept. of Control and Instrumentation Engineering at Hanyang University

**Abstract** - Resonance effects and nonlinear frictions which generate many problems in control system exist in almost all the servo system. therefore, In this paper, the design procedure which employs H<sub>∞</sub> control theory after augmenting with two integrators is proposed to track the ramp input. Limit cycles are unavoidable by the effect of interaction between two integrators and Coulomb friction in these system. The describing function is used to check the limit cycles and decide the coefficients of two integrators to minimize the effect of the limit cycles.

## 1. 서 론

일반적인 서보 시스템은 마찰 및 공진 효과가 존재하게 되는데 그 비선형적 특성으로 인하여 시스템의 성능을 저하시키고, 기계의 마모와 고장을 일으킨다. 따라서, 쿠лон 마찰과 공진효과를 줄이는 제어기를 설계하는 것은 시스템의 정확한 동작 뿐만 아니라, 수명에도 연관된다. 또한 램프(ramp) 추종 기능이 필요한 각종 산업용 기기에 적용하여 제어 성능향상에 기여할 수 있다. 본 논문에서는 램프 추종 제어기를 설계하기 위하여 두 가지 단계를 거치게 된다. 우선, 계단(step) 입력을 정상상태 오차(steady state error) 없이 추종하고 램프 입력을 오차 없이 추종하기 위하여 원래의 시스템에 오차 적분기를 추가하여 확장된 시스템에 대해서 H<sub>∞</sub> 제어기를 설계한다. 그리고 오차 적분기의 계수가 비선형 마찰과 적분기의 상호작용으로 발생되는 리미트 사이클에 어떤 영향을 미치는지를 살펴 리미트 사이클의 효과를 제거하는 오차 적분기의 설계를 제시하고 리미트 사이클의 존재를 검사하기 위하여 기술 함수법을 적용한다.

## 2. 본 론

### 2.1 제어기 설계

#### 2.1.1 H<sub>∞</sub>제어기

본 논문에서는 H<sub>∞</sub>제어기법을 이용하여 시스템의 성능 강인성 및 안정도 강인성을 고려하여 설계하게 된다. 즉, 쿠лон 마찰을 시스템의 입력으로 고려하여 그 영향을 최소화시키고 제어 에너지를 줄이고자 제어입력을 출력을 잡았으며 각 가중치를 통하여 성능과 안정도 강인성 특성을 고려한다. 그림 2-1에서는 G는 일반화된 플랜트이고, Ci는 제어기, fl(load쪽 쿠лон 마찰을 고려한 외란), fm(motor쪽 쿠лон 마찰을 고려한 외란), w1,w2,w3,w4,b1,b2 들은 각 입출력에 대한 가중치가

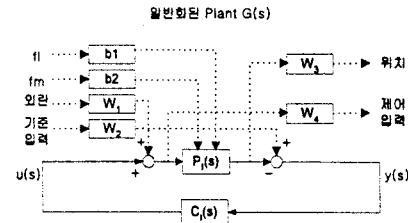


그림 2-1. 시스템의 LFT 블록도

된다.  $w = [Zref(기준입력), d(외란), fm, fl]$ 은 입력벡터,  $z = [z1(\text{위치}), z2(\text{제어입력})]$ 이 된다. 이 시스템의 폐루프 전달 함수  $T_{w2}$ 의  $H_\infty$ 값이 minimize 되도록 하는 제어기를 설계하게 된다[4]. 일반적으로 가중치는 Rule of Thumb으로 잡게 된다. 여기서는,  $w1=5$ ,  $w2=1$ ,  $w3=0.01$ ,  $w4=0.01$ ,  $b1=0.1$ ,  $b2=0.1$ 로 잡았다.

#### 2.1.2 오차 적분기 설계

램프입력을 오차 없이 추종하면서 쿠лон 마찰에 의한 영향을 보상하기 위해 오차 적분기로 시스템을 확장한다.

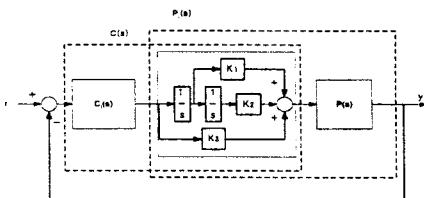


그림 2-2 적분기로 확장되어진 제어 시스템

오차 적분기와 쿠لون 마찰로 인한 리미트 사이클이 발생하므로 제어기 설계 시에 리미트 사이클을 최소화하는 방향으로 계수를 설정하게 되고, 그 계수를 찾는 방법으로는 기술 함수법을 이용한다. 그리고, 위의 시스템이 램프입력을 오차 없이 추종하는지를 확인하기 위하여 시스템의 타입이 Type II인지지를 살펴야 한다. 이는 Final Value Theorem에 의해 정상 상태 오차가 zero 인지를 알 수 있다. 즉,  $e_{ss} = 1/\lim_{s \rightarrow 0} sP(s)C(s) = 0$ 이면 시스템 Type II임을 의미하게 된다.

#### 2.1.3 재구성된 2자유도 제어기

적분형 서보 시스템에서 H<sub>∞</sub>제어 기법을 사용하면 과도 응답 특성이 나빠지므로 2자유도 구조로의 재구성을 통한 과도 응답 특성을 개선하고자 한다[2]. 제어기의 재구성은 다음과 같다. 우선 먼저 설계되어진 제어기

$C(s)$ 를 다음 식(1)과 같이 두 개의 항으로 분리한다.

$$C(s) = C_1(s) + C_2(s), \quad C_1(s) = KI/s + KII/s^2 \quad (1)$$

여기서,  $C_1$ 은 상수 이득 KI와 KII, 적분기 두 개로 이루어지고  $C_2$ 는 그 나머지 항으로 구성되어진다.

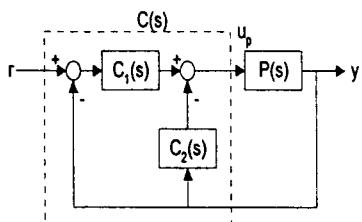


그림 2-3. 재구성되어진 2자유도 구조의 제어기

재구성을 통하여 전체 시스템의 폴(pole)들의 위치는 변화시키지 않으나 제로(zero)들의 위치만을 바꾸기 때문에 파도 응답 특성이 개선되고 또한 제어 입력의 크기도 재구성 되기전의 세어기보다 작아진다. 재구성 되어진 전체 시스템이 램프를 추종하기 위해서는 역시 시스템 Type II이어야 한다. 즉, 램프 입력에 대해 DC gain이 1이 되기 위해서 폐루프 전달 함수의 분모와 분자텀에서 s항과 상수항의 계수값이 서로 같아야만 한다. 이를 확인함으로써 Type II임을 알 수 있게 된다.

### 2.2 리미트 사이클의 검사

### 2.2.1 리미트 사이클

본 논문에서 제시된 제어기 설계 방법은 쿠통 마찰을 외란으로 고려한 후 설계하는 선형 시스템 설계 방법으로 쿠통 마찰의 크기에 의한 영향만을 고려하고 쿠통 마찰의 속도가 영인 부분에서의 불연속적인 비선형성에 대한 고려는 하지 않았다. 그러나, 비선형 마찰을 제거한 선형 시스템이 안정하다면 비선형 마찰을 포함한 비선형 시스템은 시간이 무한대로 감에 따라 그 상태변수가 균일하게 유한해지므로, 리미트 사이클이 존재한다면 비선형 시스템이 안정해진다.[3]

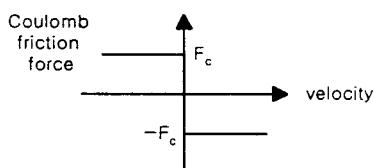


그림 2-4. 클롱 마찰 특성[5]

하지만, 리미트 사이클의 발생은 시스템의 성능에 치명적인 현상이므로 리미트 사이클의 크기를 줄여서 시스템에 영향을 거의 주지 않도록 설계를 하여야 한다.

### 2.2.2 기술 합수법

리미트 사이클의 존재 및 비선형 시스템의 안정도를 확인하는 방법으로 기술 함수법이 있다. 설계되어진 제어 시스템을 기술 함수에 의한 해석을 위하여 먼저 시스템을 선형 블록과 비선형 블록으로 나눈다. 비선형 요소의 기술 함수를  $N_d(M, w)$ 이라고 하고, 나머지 선형 부

분은  $G(j\omega)$ 에 해당한다. 우리가 다를 리미트 사이클은 주파수에 독립되어 있기 때문에  $N_d(M)$ 로 표시할 수 있다. [6] 그리고, 그림 2-5의 블록도에서 식(2)가 나을 수 있는데, 이 식의 해가 존재할 경우 그 해로부터 리미트 사이클의 크기를 알 수 있고 비선형 궤적이 원점으로부터 멀어질 경우 그 크기가 줄어듦을 볼 수 있다. 따라서, 오차적분기의 계수를 조정하여 해가 생기는 지점이 원점에서 멀어지도록 잡는다.

$$1 + G(jw) \cdot N_{df}(M, w) = 0, \quad G(jw) = -\frac{1}{N_{df}(M, w)} \quad (2)$$

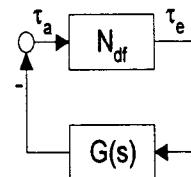


그림 2-5. 기술 함수 해석을 위한 블록도

### 2.3 시뮬레이션 및 실험 결과

### 2.3.1 대상 시스템 모델

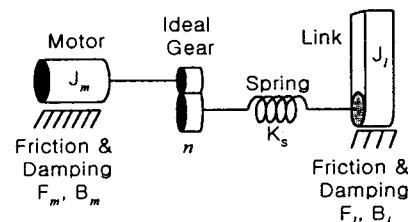


그림 2-6 단일 축 롤봉 관절 시스템

DC 서보 모터와 하모닉 드라이브에 의해서 구동이 되는 로봇 관절 시스템으로서, 모터는 관성(inertia), 마찰, damping으로 하모닉 드라이브는 이상적인 기어와 스프링으로 모델링이 된다. 그럼 2-7은 단일 축 로봇 관절 시스템의 불遏制도이다. [1]

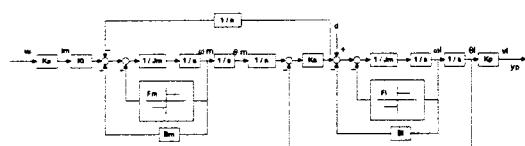
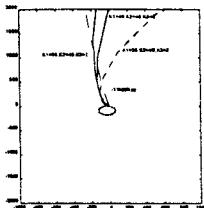
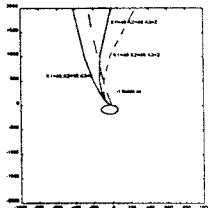


그림 2-7 선보 시스템의 불률도

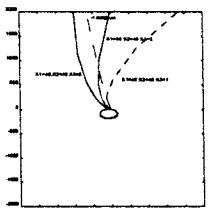
### 2.3.1 기술 함수법을 이용한 적분기 계수 설정



(a)  $K_1$ 이 변할 경우



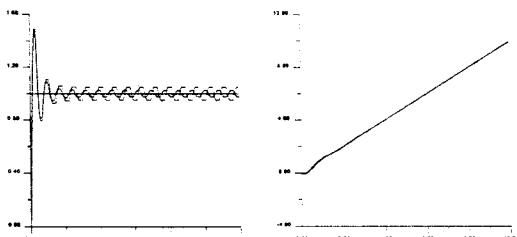
(b)  $K_2$ 가 변할 경우



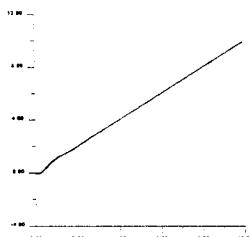
(c)  $K_3$ 이 변할 경우

그림 2-8. 적분기 계수 변화에 따른 궤적

그림 2-8에서 (a)는 오차 적분기(그림2-2)의  $K_2$ 와  $K_3$ 가 고정되어 있고  $K_1$ 이 변할 경우의 선형궤적의 변화를 보여준다. 비선형 부분과 만나는 점은  $K_1$ 이 커질수록 원점에서 멀어짐을 볼 수 있다. (b)는  $K_1$ 과  $K_3$ 를 고정시키고  $K_2$ 가 변할 경우의 그래프인데, (a)의 경우 와는 반대로  $K_2$ 가 클수록 원점에 가까워짐을 알 수 있다. (c)는  $K_3$ 가 변할 경우로써 클수록 멀어진다. 하지만,  $K_3$ 는 작은 변화에도 만나는 점이 쉽게 멀어진다. 이와 같은 성질을 가지고 다음 그림 2-9의 경우처럼 리미트 사이클이 심하게 생길 경우에 오차 적분기의 계수를 조정하므로써 리미트 사이클의 영향을 없앨 수 있다.



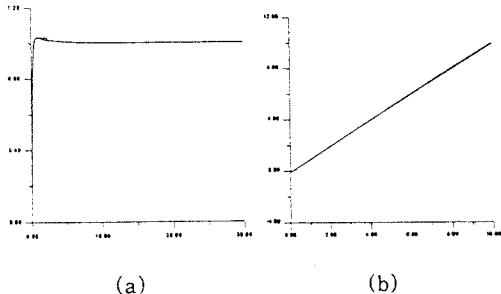
(a)



(b)

그림 2-9. 리미트 사이클이 클 경우

그림 2-9는 오차적분기의 계수가  $K_1=5$ ,  $K_2=30$ ,  $K_3=2$ 일 경우의 계단 추종과 램프 추종에 대한 시뮬레이션 결과와 실험 결과를 겹쳐 놓은 것이다. 여기서, 램프 추종은 거의 비슷한 결과를 가지나, 계단 추종의 경우는 그 결과가 차이가 있다. 그 원인은 시간 지연과 시스템의 모델링 오차에 의한 것으로 사료된다. (리미트 사이클이 큰 경우가 시뮬레이션, 리미트 사이클이 작은 경우가 실험.)



(a)

(b)

그림 2-10. 리미트 사이클이 영향을 미치지 않을 경우.

그림 2-10은 기술 함수법을 이용하여 리미트 사이클의 영향을 줄인 오차 적분기의 계수를 찾아서 계단추종과 램프추종의 시뮬레이션 및 실험 결과를 겹쳐서 나타낸 것이다. 리미트 사이클이 거의 보이지 않고 시뮬레이션과 실험 결과가 거의 비슷함을 보여준다. 단, 추종 속도가 늦어지는 단점을 보였다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 적분형 서보시스템에 대한 램프추종 제어기의 설계방법을 제시하였고, 적분기와 쿨롱 마찰에 의한 영향으로 발생되는 리미트 사이클을 줄이기 위해 기술 함수법을 이용하여 적분기의 계수값을 찾았다. 그리고, DC 서보 모터와 하모닉 드라이버로 구성된 시스템으로 실험을 하였고 그 결과 시뮬레이션과 실험결과가 리미트 사이클이 클 경우는 차이가 있었지만, 리미트 사이클이 영향을 거의 미치지 않을 경우는 차이가 없었다.

### (참 고 문 헌)

- [1] 홍국남, “공진효과 및 쿨롱 마찰이 있는 서보계의  $H_\infty$ 제어기 설계에 관한 연구”, 석사학위논문, 1995
- [2] Y.Chida, "An  $H_\infty$  Controller Design Method of Integral-Type Servo Systems and Its Application to a Flexible Structure System", Second IEEE conference on Contr. Appl., vol2, pp.847-852, Sept.1993
- [3] S.C.Won, "Tracking Feedback Controller Design for Systems with Stiff Nonlinearities", P.J.D. Thesis, Electrical and Computer Engineering, University of Iowa, 1985
- [4] J.C.Doyle, K.Glover, P.P.Kaargonekar, and B.A.Francis, "State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.34, no.8, pp.831-847, Aug. 1989
- [5] S.M.Shimmers, Modern Control Theory and Application, Addison-Wesley, 1972, pp381-385
- [6] J.J.E. Slotine, "Applied nonlinear control", Prentice-Hall, 1991, p182-183