

원형 실린더에 의한 3차원 비선형 산란 문제의 수치해석

성홍근¹, 최항순²

1. 서론

수치 파수조기법은 해양구조물에 작용하는 비선형 파랑하중을 해석할 수 있는 가장 유망한 도구로 인식되고 있다. 이러한 수치 파수조기법은 새롭고 다양한 형태의 해양구조물에 대한 정확하고 엄밀한 설계는 물론이고, 실험 조파수조의 여러 가지 문제점을 극복하기 위해서도 매우 필요한 기법이라고 할 수 있다(Kim, 1995).

수치 파수조기법을 위한 경계치 문제 해석법으로는 고차경계요소법을 이용한 해석법이 가장 효율적인 것으로 알려져 있다. 역사적으로 살펴보면 경계요소법을 이용한 비선형 자유표면파의 수치해석으로는, Longuet-Higgins & Cokelet(1976)이 2차원에서 수치해를 구한 것이 처음이다. 비선형 자유표면파에 대한 연구가 본격적으로 3차원 까지 확대된 것은 Xu(1992)와 Lee et al.(1994) 등에 이르러서이다. 그러나 아직도 비선형 산란 문제는 아직도 제대로 풀려지지 않은 것으로 인식되고 있으며, 다만 근래의 Ferrant(1995)와 Boo(1996)에 의한 연구는 의미있는 결과를 주고 있는 것으로 보인다. 그러나 아직도 3차원 비선형 산란 문제에 대해서는 결정적인 연구에 도달하지 못한 것으로 판단된다.

본 연구진에서는 효율적인 고차경계요소법(Sung et al., 1997)과 비선형파의 생성 및 전파 문제(Sung et al., 1998)에 대해서는 이미 충분히 연구한 바 있다. 따라서 본 연구에서는 “bottom-mounted vertical circular cylinder”에 의한 비선형 산란 문제(Figure 1)에 대한 효과적인 해법 및 계산결과를 제시한다.

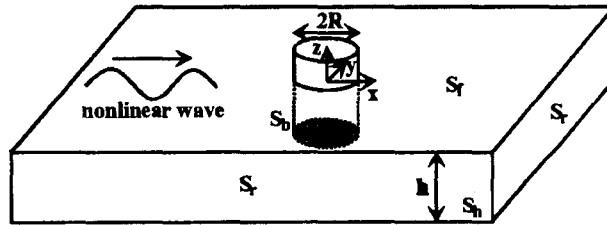


Figure 1. A bottom-mounted vertical cylinder in a numerical wave tank

비선형 자유표면유동에서는 국부적인 점성의 영향을 무시할 수 있으므로, 전통적인 이상유체운동으로 기술할 수 있다. 따라서 고려하는 유체의 영역을 Ω 라 하고, 공간좌표를 \mathbf{x} , 시간을 t 그리고 속도포텐셜을 Φ 라 하면 지배 방정식은 Laplace 방정식 (1)이 얻어진다. 유체영역의 경계 ($\partial\Omega \equiv S$)는 다음과 같이 자유표면 (S_f)과 바닥경계면 (S_b), 물체경계면 (S_b), 그리고 수치방사경계면 (S_r)등으로 구성된다. 이때 해당 경계면에 대한 경계조건은 다음과 같이 기술된다.

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{x}, t) = 0 \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^3 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 - g\zeta - p_f, \quad \mathbf{x} \in S_f \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \zeta(\mathbf{x}_H, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \nabla_H \Phi \cdot \nabla_H \zeta, \quad \mathbf{x} \in S_f \quad (3)$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \in S_b, S_b \quad (4)$$

여기에서 ζ 는 자유표면의 수직위치이고 p_f 는 자유표면에서의 압력을 나타내며, 하첨자 H는 해당량의 수평방향성분을 가리킨다. 네 번째 식에서 \mathbf{n} 은 경계면에서 영역 바깥 방향으로의 단위 법선벡터이다. 자유표면의 압력

1 서울대학교 조선해양공학과 대학원

2 서울대학교 조선해양공학과

비대칭이고, 또한 대부분의 3차원 문제에서 거대한 경우가 보통이다. 이러한 일반적인 형태의 선형방정식계에 대하여 가장 효과적인 방법은 GMRES(generalized minimal residual) 알고리즘(Saad & Shultz, 1986)인 것으로 알려져 있다. 따라서 본 연구에서는 GMRES 알고리즘을 채택하여 수치코드화 하였다.

정확하고 안정적인 시적분 방법으로써, 본 연구에서는 RK4 방법의 계수를 조절하여 최소절단오차(minimum truncation error)를 가지도록 하였다. 이 방법은 고전적인 RK4에 비하여 더 복잡하지도 않으면서도, 절단오차는 고전적인 RK4의 54% 정도이다. 그리고 본 방법의 안정성은 고전적인 RK4 방법의 그것과 동일하다. 따라서 이에 의하여 안정적이고 정확한 시적분이 가능하게 되었다.

4. 격자운동과 수치방사조건

시적분 알고리즘과 더불어 비선형 문제에서 또한 중요한 것은, 경계에서 적용하는 식의 형태이다. 즉, 격자운동(grid motion)의 처리방법이 매우 중요하다. 본 연구에서는 자유표면위에 있는 계산점(collocation point)의 운동을 수직으로만 허용한다. 이렇게 하면 시적분하여야 하는 식은 (2)식이 아니라, 다음과 같이 된다.

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{d\mathbf{x}}{dt} \cdot \nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\partial\zeta}{\partial t} \mathbf{e}_z \cdot \nabla\Phi = -\frac{1}{2} |\nabla\Phi|^2 - g\zeta + \left[\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \nabla_H\Phi \cdot \nabla_H\zeta \right] \frac{\partial\Phi}{\partial z} \quad (10)$$

여기에서 \mathbf{e}_z 는 직교 우수좌표계에서 z 방향의 단위벡터를 나타낸다.

비선형과의 수치계산에서 의미 있는 해를 주기 위해서는 수치방사조건을 적절하게 처리하여야 된다. 그러나 지금까지 사용되고 있는 수치방사조건 중에서 아직 완전한 방법은 없는 것으로 판단되며, 현재 여러 가지 제안들이 시도되고 있다. 본 연구에서 개발한 기법은 기본적으로 Coince(1989) 및 Ferrant(1995)에 기본을 두고 있으며, 이에 부가하여 "Homotopy parameter"의 도입에 그 의미가 있다고 할 수 있다. 개발된 자유표면 경계조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Phi(\mathbf{x}, t) = [1 - \nu(\mathbf{x})] & \left\{ -\frac{1}{2} |\nabla\Phi|^2 - g\zeta + \left[\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \nabla_H\Phi \cdot \nabla_H\zeta \right] \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right\} \\ & + \nu(\mathbf{x}) \left\{ \frac{d}{dt} \Phi_{RF}(\mathbf{x}, t) - \beta [\Phi(\mathbf{x}, t) - \Phi_{RF}(\mathbf{x}, t)] \right\}, \quad \mathbf{x} \in S_f \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \zeta(\mathbf{x}_H, t) = [1 - \nu(\mathbf{x})] & \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial z} - \nabla_H\Phi \cdot \nabla_H\zeta \right\} \\ & + \nu(\mathbf{x}) \left\{ \frac{d}{dt} \zeta_{RF}(\mathbf{x}_H, t) - \beta [\zeta(\mathbf{x}_H, t) - \zeta_{RF}(\mathbf{x}_H, t)] \right\}, \quad \mathbf{x} \in S_f \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서 $\nu(\mathbf{x})$ 는 "Homotopy parameter"이고, β 는 물체로부터 먼 곳에서 수치파가 입사파를 표현하도록 하는 일종의 감쇠계수이다. 하첨자 RF는 Rienecker and Fenton(1981)에 의한 비선형 입사파의 해당량을 의미한다. 구체적으로 말하면, $\nu(\mathbf{x})$ 는 다음 식과 같이 결정된다.

$$\nu(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{if } |\mathbf{x}|_H \leq R_D & \text{: diffraction region} \\ \sin^2[\pi(|\mathbf{x}|_H - R_D)/2(R_T - R_D)] & \text{if } R_D \leq |\mathbf{x}|_H \leq R_T & \text{: transient region} \\ 1 & \text{if } |\mathbf{x}|_H \geq R_T & \text{: RF region} \end{cases} \quad (13)$$

따라서 "diffraction region"에서는 완전히 비선형 산란파를 나타내며, "RF region"에서는 해가 몇 주기 이후에는 비선형 입사파를 표현하게 된다. 그리고 중간의 급격한 변화를 방지하기 위하여 "transient region"을 두었다. 본 수치계산에서는 $R_D = 1.0\lambda$, $R_T = 1.5\lambda$, 그리고 $\beta = 1/T$ 로써 계산하였다(λ , T 는 입사파의 파장과 주기를 나타낸다). 사실상 해가 진정으로 의미 있기 위해서는 "diffraction region"의 반경 R_D 가 입사파 파장의 수배가 되어야 하지만, 본 연구에서는 전산기의 한계 때문에 비교적 짧게 잡을 수 밖에 없었다. 특히 주상체에 작용하는 비선형 파랑하중은 물체 주위의 유동을 정확하게 기술할 수 있는 방법이어야 함을 고려할 때, 본 계산이 실용적

은 0으로 놓을 수 있으므로 차후로는 생략한다. 한편 수치방사조건에 대해서는 4절에서 설명한다.

2. 경계적분방정식 및 고차경계요소법

초기경계치 문제는 시적분 알고리즘과 경계치 문제의 결합에 의하여 효과적으로 풀릴 수 있다. 이로써 얻어지는 경계치 문제는 "혼합 Dirichlet-Neumann 문제"로써 고차경계요소법에 의해서만 정확하고 효율적으로 풀려진다(Xü, 1992). 본 장에서는 혼합 경계치 문제에 대한 경계적분방정식을 도출하고 고차경계요소법에 대하여 간략히 기술한다. Laplace 방정식에서 Green 함수를 도입하고, Green 의 제 2 정리를 이용하여 다음과 같은 경계적분방정식을 얻게된다.

$$a(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} [\phi(\xi) \frac{\partial}{\partial n_\xi} G(\xi, \mathbf{x}) - \frac{\partial}{\partial n_\xi} \phi(\xi) G(\xi, \mathbf{x})] dS(\xi), \mathbf{x} \in \partial\Omega \text{ with } G(\xi, \mathbf{x}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\xi - \mathbf{x}|} \quad (5)$$

여기에서 $a(\mathbf{x})$ 는 내부곡면각(interior solid angle)으로서 매끈한(smooth) 곡면 위에서는 1/2이 되는데, 일반적인 곡면에 대하여 다음과 같이 해석적인 형태로 표현할 수 있다.

$$a(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} \frac{\partial}{\partial n_\xi} G(\xi, \mathbf{x}) dS \quad (6)$$

이 식을 이용하면 (5)의 특이성을 없앨 수 있고, 요소적분을 구할 때 매우 유용하게 사용된다.

본 연구에서는 "isoparametric bi-quadratic boundary element"를 이용하여 경계면을 이산화하고 요소 위의 미지수를 표현한다. 이렇게 하여 근사된 경계면과 근사된 면위에서 정의되는 미지량에 대한 식은 다음과 같다.

$$\Psi = \sum_{m=0}^8 N_m(\mu, \nu) \Psi_m \quad (7)$$

여기에서 μ, ν 은 매개변수, N_m 은 Lagrange 내삽함수이고, Ψ 는 포텐셜과 포텐셜의 법선미분 그리고 근사된 경계면의 위치벡터를 포함한다.

이제 (7)식을 (5)식과 (6)식에 대입하고 "collocation"방법에 의하여 각 절점에 적용하면, 속도포텐셜과 법선미분치에 관한 선형방정식이 얻어진다.

$$a(\mathbf{x}_i)\phi(\mathbf{x}_i) = \sum_j \sum_m [\Phi_m^j D_m^j(\mathbf{x}_i) - \Phi_{,m}^j S_m^j(\mathbf{x}_i)] \quad (8)$$

$$\text{where, } D_m^j(\mathbf{x}_i) = \int_{E_j} N_m \frac{\partial}{\partial n_\xi} G(\xi, \mathbf{x}_i) dS, S_m^j(\mathbf{x}_i) = \int_{E_j} N_m G(\xi, \mathbf{x}_i) dS, a(\mathbf{x}_i) = \sum_j \sum_m D_m^j(\mathbf{x}_i) \quad (9)$$

그리고 위의 선형방정식을 재배열하면 Neumann 경계에서의 포텐셜과 Dirichlet 경계에서의 법선미분으로 구성된 미지벡터에 대한 선형방정식을 얻게 된다.

3. 수치방법

일반적으로 경계요소해석에서 가장 많은 계산시간을 소모하는 부분은 영향행렬의 구성이다. 먼저 계산점이 적분요소 위에 있지 않은 경우 피적분함수에 특이성이 없으므로, 매개변수공간에서 "Gauss-Legendre quadrature"를 사용할 수 있다. 적분의 차수는 3가지의 기하학적 매개인자를 정의하여 그에 따라 적분의 차수를 결정한다. 도입한 매개인자는 요소와 계산점의 상대거리, 각 매개변수방향으로의 최대투영각이다. 고려하는 요소가 정해지면 많은 반복계산과 "fitting"을 통하여 적분차수 결정함수의 형태를 결정한다. 이러한 과정에서 필요한 적분의 참값을 계산하기 위해서는 "adaptive integration"과 "Romberg integration"을 사용하였다. 적분요소 위에 계산점이 있는 경우인 자기영향계수를 계산할 때, 피적분함수의 특이성을 적절히 처리하지 않으면 너무나 많은 계산점을 필요로 하는 것으로 알려져 있다. 본 연구에서는 삼각화과정과 삼각극좌표변환(Li et al., 1985)을 이용하여, 삼각극좌표평면에서 요소적분을 완전히 "regular"하게 만든다.

혼합경계치 문제에 대한 고차경계요소법에 의하여 얻어지는 선형방정식계는 일반적으로 요소가 짝 차 있으며

으로는 충분히 의미있는 결과로 받아들여질 수 있는 것으로 생각된다. 물론 보다 더 완전한 계산결과를 주기위해서는 계산영역의 크기를 더 늘려서 보다 현실적인 산란파를 구현할 수 있도록 하여야 한다.

5. 원형실린더에 의한 비선형 산란 문제

본 연구에서 개발된 수치기법을 3차원 비선형 산란 문제에 적용한다. 비교적 간단하며, 또한 여러 연구자들에 의해 연구되고 있는 "bottom-mounted vertical circular cylinder"에 작용하는 비선형 파랑하중 문제를 풀고자 한다. 본 문제의 계산시간과 메모리를 줄이기 위하여, 바닥과 대칭면 $y=0$ 에 대한 "mirror image"들을 사용하였다.

구체적인 계산예로써 $4\lambda \times 2\lambda \times h$ 의 수치 파수조를 잡고, $\lambda = 4.09h$ 의 "Rienecker and Fenton wave(1981)"에 의한 비선형 산란 문제를 푼다. RF wave 는 다음 식과 같은 형태로 비선형 자유표면 경계조건을 최대한 만족시키는 비선형파이다.

$$\begin{aligned} \Phi(x,z,t) &= (B_0 + c)x + \sum_{j=1}^N B_j \frac{\cosh[jk(z+h)]}{\cosh(jkh)} \sin[jk(x-ct)] \\ \zeta(x,z,t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^N a_j \cos[jk(x-ct)] \end{aligned} \quad (14)$$

계수 B_j , a_j 들은 최소자승법에 의하여 구해진다. 본 계산에서는 $N=40$ 으로 하여 근사계산하였다. 파고가 $H = 0.2h$ 인 RF wave를 입사파로써 사용하였다. 이러한 비선형 입사파를 입력파로 하고 비선형 산란 문제를 풀기 위하여 앞에서 이미 논의한 비선형 자유표면 경계조건식을 사용하였다.

초기조건으로써 모든 수치방사경계면에 RF wave 의 포텐셜값을 주고, 물체면에는 $\Phi_n = 0$ 의 조건을 부과한다. 그리고 자유표면은 RF wave의 표면위에

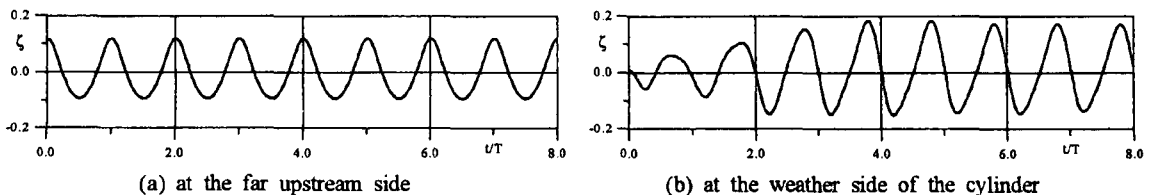
$$\Phi(\mathbf{x}, t=0) = v_0(\mathbf{x})\Phi_{RF}(\mathbf{x}, t=0) \text{ on } z = v_0(\mathbf{x})\zeta_{RF}(\mathbf{x}, t=0) \quad (15)$$

와 같이 하여 물체근처에는 0의 값을 주고, 외부영역에는 RF wave의 포텐셜값을 주되 급격한 반응을 방지하였다. 여기에서 $v_0(\mathbf{x})$ 는 $v(\mathbf{x})$ 와 비슷한 역할을 한다. 이는 Ferrant(1995)의 계산방식과 비교되어야 한다.

본 계산에서 $\lambda = 4.09h$, $R = 0.862h$ 로써 DnV의 "Comparative Study of Fully Non-Linear Wave Simulation Programs(1994)"의 예제이고, Ferrant(1995)의 첫 번째 계산예이다. 계산영역의 길이방향으로는 46개, 폭방향으로는 16개, 그리고 깊이 방향으로는 4개의 요소를 배치하였다. 이리하여 전체 요소수는 1088개, 전체 절점수는 4689개이다. 자유표면에 대한 격자계 생성은 타원형 편미분방정식을 이용하여 구하였으며, 물체주위로 격자를 모아주었다(grid clustering).

수치계산의 편의를 위하여 관련된 물리량들을 모두 무차원화하였다. 특성길이는 수심 h 이며, 특성 가속도는 중력가속도 g 이고, 그리고 특성밀도는 물의 밀도 ρ 이다. 이렇게 하면 속도는 \sqrt{gh} , 속도포텐셜은 $h\sqrt{gh}$ 등과 같이 무차원화된다.

중요지점에서 자유표면의 운동을 Figure 3에 나타내었다. 상류면(a)과 하류면(e), 측면(f)에서 파계가 원하는 RF wave 로 수렴한 것을 볼 수 있다. 그리고 물체주위(b, c, d)에서 RF wave 가 산란된 모습을 보여준다. 특히 비선형파가 실린더의 "weather side"에서는 run-up되어 실린더 측면을 돌아 실린더 뒤로 빠져나가는 것을 확인할 수 있다. 산란파가 "weather side"에서는 반복적인 파형을 보이고 있으나, "lee side"에서는 조금 불규칙한 거동을 보이고 있다고 "secondary peak"이 나타나고 있다. 이것이 실제 물리현상을 반영한 것인지, 아니면 수치방법의 오류인지는 아직 충분히 연구되지 못하였다. 이에 대해서는 이후에 깊은 연구가 뒷받침되어야 할 것으로 보인다.



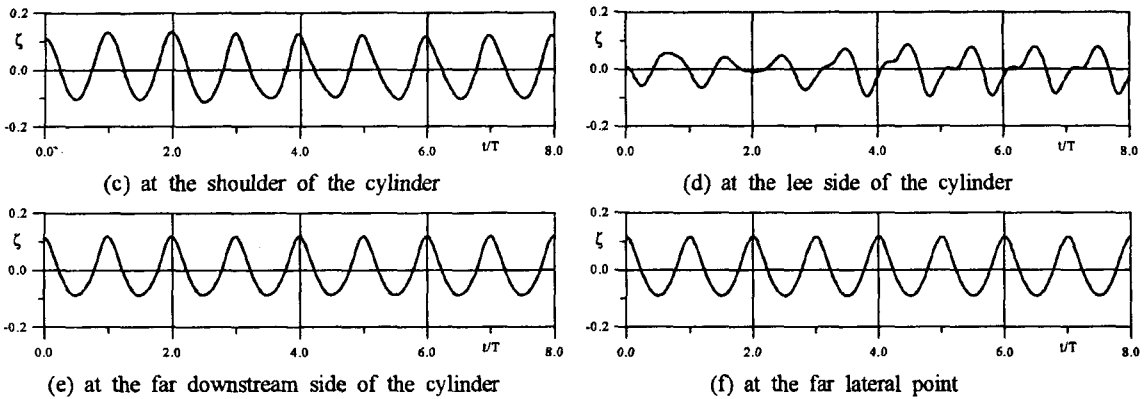


Figure 3. Surface elevation at various points

정상파(steady wave)에서는 파에너지가 상수로서 일정하게 유지된다. 본 계산의 정확도에 대한 전체적인 확인으로써, 파에너지를 계산해 보았다(Figure 4). 수치 파수조내의 전체 파에너지는 어떤 값 근처에서 작은 진동을 보인다. 그러므로 파에너지 관점에서 받아들일 수 있는 결과이다. 그리고 운동에너지는 위치에너지보다 조금 큰 값을 보인다. 일반적으로 비선형파이론에서 유한진폭의 비선형파에 대하여 운동에너지가 위치에너지보다 언제나 큰 것으로 알려져 있다. 본 계산결과는 비선형 산란 문제에서도 이러한 사실이 성립함을 실증적으로 보인 것이 된다.

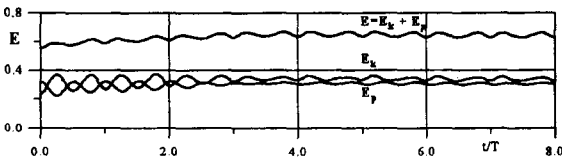


Figure 4. Time history of wave energy

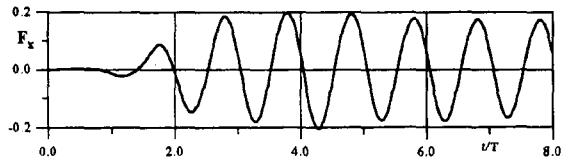


Figure 5. Nonlinear diffraction forces

비선형 입사파인 RF wave 에 의한 비선형 파랑하중을 구하였다(Figure 5). Ferrant(1995)의 계산결과와 비교하면, 조금 작은 값을 보이는 것으로 판단된다. 위의 그래프에서 제시된 수평방향의 파랑하중은 ρgh^3 으로 무차원화된 것이다.

8주기 이후의 자유표면의 형상은 Figure 6과 같다. 파는 그래프의 왼쪽에서 오른쪽으로 전파되는데, 파정이 대략 실린더의 옆을 지날 때를 보여주고 있다. 산란된 파가 수치방사경계에 의하여 반사파가 거의 생기지도 않았을 뿐 아니라, 전체적인 파형이 비선형 입사파에 의한 산란된 파계를 비교적 잘 나타내는 것으로 보인다. 그러나 아직 개선의 여지는 많은 것으로 보인다. 즉, diffraction region 의 크기를 확대하여 실제현상에 더 가까운 계산결과를 얻을 수 있다. 이를 위해서는 계산시간의 단축을 가져올 수 있는 알고리즘의 혁신이 필요하다.

위의 계산결과로 판단해 볼 때, 본 수치 파수조기법은 대체로 우수한 계산결과를 보이는 것으로 보인다. 본 수치 파수조기법의 효율성을 보다 엄밀히 조사하기 위해서는 여러 가지 경우에 대한 수치계산을 수행하는 것이 요구된다.

6. 요약 및 결론

본 연구에서는 3차원 물체에 의한 비선형 산란 현상에 대한 수치해석기법을 개발하였다. 수치계산으로써 원형 실린더에 의한 3차원 비선형 산란 문제를 수치해석하였다.

비선형 산란 문제의 해법을 위해서 비선형 자유표면 경계조건을 변형함으로써 새로운 형태의 수치방사조건을 개발하였다. 수치해에 의하면 개발된 수치방사조건은 우수한 성능을 가지고 있는 것으로 나타났다. 앞으로 계산시간을 단축할 수 있는 수치알고리즘의 개발이 요구되며, 이를 이용하여 계산영역의 크기를 늘려 계산함으로써 보다 현실적인 비선형 산란 문제를 풀 수 있도록 하여야 한다.

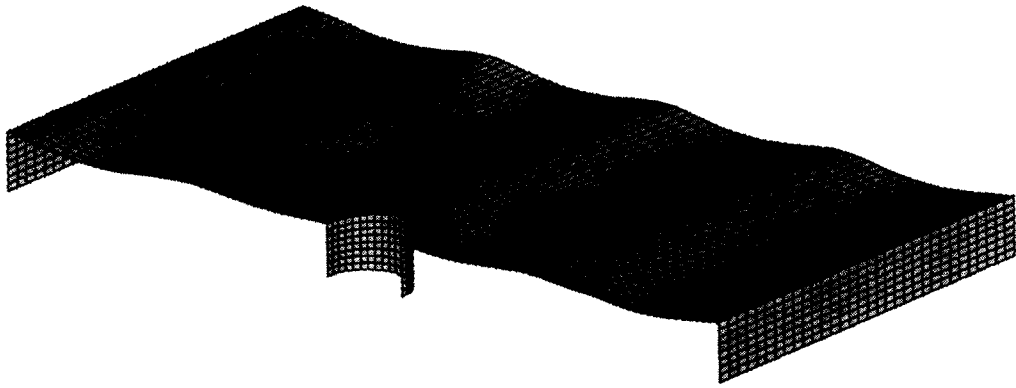


Figure 6. Snapshot of wave surface after 8 periods

후기

본 연구의 대부분은 선박해양공학연구센터의 지원을 받아서 수행된 것이다. 저자 일동은 이에 깊은 감사의 마음을 전한다.

참고문헌

- Boo, S.Y. 1996, Fully Nonlinear Diffraction due to a Vertical Circular Cylinder in a 3-D HOBEM numerical wave tank, Proc. ISOPE-96, Vol. 3, pp. 23-30.
- Cointe, R. 1989, Nonlinear Simulation of Transient Free Surface Flows, Proc. 5th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, pp 239-249.
- Kim, C.H., 1995, Recent Progress in Numerical Wave Tank Research : A review, Proceedings of ISOPE-95, The Hague. Vol.3 pp 1-9
- Lee, C.C., Liu, Y.H. and Kim, C.H., 1994, Simulation of Nonlinear Waves and Forces Due to Transient and Steady Motion of Submerged Sphere, International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol.4, No.3, pp 174-182
- Li, Hong-Bao, Han, Guo-Ming & Mang, Herbert A., 1985, A New Method for Evaluating Singular Integrals in Stress Analysis of Solids by the Direct Boundary Element Method, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.21, pp2071-2098
- Longuet-Higgins, M.S. & Cokelet, E.D., 1976, The deformation of steep surface waves on water, I. A numerical method of computations, Proc. Roy. Soc. London, A 350: 1-26.
- Rienecker, M.M. and Fenton, J.D. 1981, A Fourier Approximation Method for Steady Water Waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 104, pp. 119-137.
- Romate, J.E. 1989, The Numerical Simulation of Nonlinear Gravity Waves in Three Dimensions Using a Higher Order Panel Method, PhD Thesis, University of Twente
- Saad, Y. & Schultz, M.H. 1986, GMRES A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 7: 856-869.
- Sung, H.G., Hong, S.Y. and Choi, H.S. 1997, A Rational Approach to Free Surface Flow by Using Higher-Order Boundary Elements, Proceedings of ISOPE-97, Hawaii, Vol.3: pp 56-62.
- Sung, H.G, Hong S.Y., and Choi, H.S. 1998, Generation of Nonlinear Waves in a Numerical Wave Tank by Using Boundary Element Method, Proc. International Workshop on Modeling of Ocean Environments in Wave & Current Basin - RealSea '98, pp. 86-94.
- Xü, H., 1992, Numerical Study of Fully Nonlinear Water Waves in Three Dimensions, PhD Dissertation, MIT