

쓰나미 數值計算에 있어서의 空間格子間隔의 選定基準

李昊俊*, 今村文彦**, 首藤伸夫***

1. 서론

현재 쓰나미의 計算에 있어서 數值計算의 安定性이나, 波形的 再現을 고려하기 위한 기준 등은 제시된 바 있다. 대표적인 例로 CFL 安定條件과 같이 計算의 不安定을 방지하기 위한 기준을 비롯하여 한 波長內에 적어도 20개의 空間格子를 확보하여야 한다는 등의 기준(Shuto,1991)이 그것이다. 또한, 쓰나미의 擧動特性 중 하나인 分散現象에 대해서도 Imamura 등(1988)은 數值分散의 영향을 추정하였고, 低次方程式으로부터 高次的 近似解를 구하는 등의 수법을 제안하기도 하였다. 그러나, 이들은 쓰나미의 波形만에 관계되는 현상으로 쓰나미가 傳播하는 經路上의 海底地形을 고려한 기준은 아직 제안되지 않았다.

쓰나미는 海底地形에 의해 屈折, 回折, 淺水變形 등을 일으키며 傳播되면서 波形을 바꾸게되고 이에 따라 특정장소로의 에너지 集中을 일으키기도 한다. 따라서, 地形을 어느 정도 정확히 表現해야 하는가는 중요한 문제로 대두되지만, 이에 대한 기준은 경험에 의할 수밖에 없었다. 이 例는 과거 1854년 日本에서 일어난 安政쓰나미와 1933년의 昭和三陸쓰나미의 數值計算結果에서 알 수 있듯이, 計算에 사용한 空間離散格子가 거칠어 大陸棚斜面 以前の 淺水域에서의 海底地形을 상세히 表現하지 않아 쓰나미의 集中度가 過小評價되거나, 그 集中地域이 달라지는 등의 결과를 초래한 바 있다(佐山 등,1986). 또한, 1993년 日本北海道南西外海地震쓰나미의 오키시리섬 南端에서의 擧動에 대해, 섬周圍에서의 屈折現象이 중요하여(藤間 등,1994), 淺海域에서의 屈折現象을 적절히 計算하지 않으면 沿岸에서의 波高分布에 큰 差가 발생함을 보인 例가 있다.

이렇게 淺海域에서의 쓰나미의 屈折現象이 중요시되는 가운데, 쓰나미 屈折計算의 正確度에 대해, 佐山 등(1986)은 波向線의 離散化誤差에 주목하여 海底面의 傾斜와 入射角과 관련하여 沿岸으로의 波向線의 到達位置의 誤差를 算定하였으나, 波高에 있어서의 영향은 고려되지 않았다. 또, Liu 등(1994)과 藤間 등(1995)은 圓形섬 周邊에서의 쓰나미 屈折에 관한 水理實驗 및 數值實驗을 행하여 波長과 비교하여 섬의 크기가 작아짐에 따라 計算의 正確度는 저하되어지는 것을 지적하면서 格子間隔에 대한 選定方法을 논하였다. 그러나 그들의 연구에 사용된 地形의 形態는 單一斜配斜面 또는 圓錐形的의 섬에 한정되어 있다. 이를 보충하기 위한 연구로 李 등(1997)은 圓錐形섬에서의 屈折計算에 대한 기본문제를 정리하여, 임의의 地形에 대하여 확장을 시도하였다. 또, 佐山 등(1986)이 실시한 波向線法을 확장하여 空間格子間隔과 波向 및 波向線幅에 관한 誤差를 검토하여, 소요되는 正確度를 얻을 수 있는 조건을 제시하였다. 그러나 이 또한 地形을 函數로 지정해야 하는 단점이 있어 實際地形에 적용할 시에는 충족한 결과를 주지 않았다.

이처럼 과거에 발생한 쓰나미는 그 규모, 震央의 위치 등에 따라 각각의 特性을 가지고 있지만, 沿岸에서의 擧動特性은 쓰나미의 特性뿐 아니라 通過하는 經路上의 地形에 따라 변화하는데(阿部 등,1986), 韓國東海岸에 來襲하는 쓰나미 경우 震源은 日本의 西岸으로, 쓰나미는 東海中心部の 大和堆를 지나 沿岸에 도달한다. 大和堆는 東海中心部の 淺堆로 쓰나미는 이를 通過하면서 屈折되는데,

* 國立防災研究所 研究官

** 日本 東北大學 土木工學科 助教授

*** 日本 岩手縣立大學 綜合政策學部 教授

이곳에서의 屈折을 正確度 높히 計算하기 위해서는 數值模型의 空間格子間隔選定에 주의해야 한다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 본 연구에서는 擴張 Fractal 理論(高安,1986)을 이용하여 空間格子間隔을 選定하는 방법을 제안하고자 한다.

2. 擴張 Fractal 理論을 이용한 空間格子間隔의 選定

2.1 地形의 Fractal 次元

길이次元에 대한 다양한 現象의 遷移, 變化는 Fractal 概念을 도입하여 설명하면 편리하다. Imamura(1994)는, 海岸線의 解析에 이 擴張概念을 導入하여, Fractal 次元의 變化에 의한 다양한 遷移領域을 區分하였다. 이 방법을 三次元의 海底地形에 적용할 수 있다. 이를 설명하기 위해 對象地域으로 東海中心部の 大和堆(그림 1)를 선택하였다.

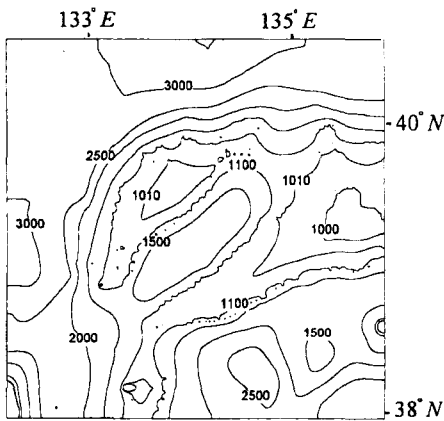


그림 1 大和堆周邊의 海底地形

지금, 그림 1의 領域을 離散化間隔 dx 로 x, y 方向을 따라 分割한다. 이렇게 하면 面積이 dx^2 인 格子가 形成되고, 그것들이 모두 더해져 全體領域을 이룬다. 크기 dx 의 格子網을 海底面에 投影하여 4개의 格子點에 形成되어지는 海底面의 小面積을 a 라 하자. 이렇게 하면 4개점은 각각 地表面上에 投影되고 空間上에서 4점이 이루는 斜面의 面積은 dx^2 보다 커지게 된다. 領域全體에 있어서의 a 를 모두 모아 합하면 海底面의 總面積 A 를 얻을 수 있다. 이를 이용하여 擴張 Fractal 次元 D_m 을 구하면,

$$1 - D_m = \frac{d(\log \sqrt{A})}{d(\log dx)} \quad (1)$$

가 된다(P.Bergé 등,1992). 領域全體의 海底面 面積의 平方根과 格子間隔을 兩對數 그래프에 표시하면, 그 曲線의 기울기가 $1 - D_m$ 에 대응한다. 만일 格子間隔이 달라도 離散化되어 表現된 地形이 같은 構造를 가진다면, 기울기는 變化하지 않고 一定하여 自己相似形(T.Nakano,1983;M.Suzuki,1984)이 保存될 것이다. 그러나, 실제로는 格子間隔이 달라짐에 따라 중요한 地形의 情報를 잃고 離散化된 地形의 構造와 特徵이 變化한다. 그림 1의 大和堆에 식 1을 적용한 결과를 그림 2에 나타낸다. 海底面의 總面積에 대한 平方根의 變化曲線은 $dx=3.4km$ 와 $7km$ 에서 기울기가 크게 變化하였고, $1.3 km$ 부근에서도 약간의 變化를 나타내었다.

2.2 傳達速度와 관련한 基準

위의 결과는 海底地形이 가지는 性質을 表現하기 위한 基準이고, 그곳에서의 屈折現象 등, 쓰나미 數值計算의 직접적인 목적과의 관련은 고려되어지지 않았다. 그러나, 같은 地形이라 할지라도, 그 場所의 水深의 深淺이 屈折現象에는 크게 反影되므로 이를 고려한 選定基準이 필요하다.

여기서 空間離散間隔의 變化에 의한 海底面의 總面積 A 와 長波의 傳達速度 \sqrt{gh} (h 는 水深)를 고

려하여 새로운 지표 S_t 를 제안한다.

$$S_t = \frac{d(\log \sqrt{A}/\sqrt{gh})}{d(\log dx)} \quad (2)$$

이는 D_m 과 같이 無次元量이 아니고 對象領域에서의 代表的인 傳達時間의 空間離散格子의 離散化 정도에 따른 변화를 나타낸다. 식(2)는 高安(1986)이 분류한 Fractal 次元의 定義中, 粗視化程度를 변화시키는 方法에 해당한다. 적용 결과에서 S_t 가 一定하다면 傳達特性에 있어서의 변화는 없다. 大和堆에 적용한 결과를 그림 2에 나타내었다.

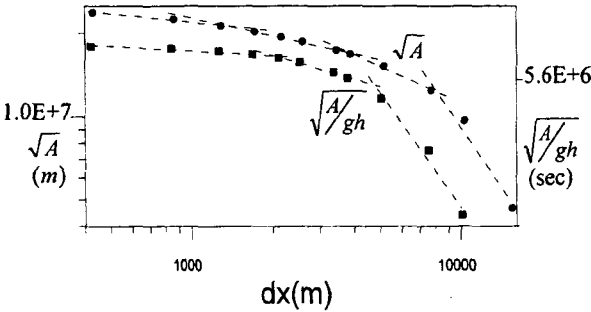


그림 2 格子間隔의 選擇基準(1.2)

여 각 波向線間에서의 쓰나미의 에너지의 合을 計算한다. 위의 두 지표는 波源位置의 情報를 利用하지는 않았지만 이 지표에서는 波源位置, 쓰나미의 週期 및 傳播方向을 고려할 수 있다. 波向線을 구하기 위해서는 다음의 波向線方程式을 사용하였다.

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{C} \left(\sin\theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos\theta C \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (3)$$

여기서, θ 는 쓰나미의 傳播方向, s 는 波向線의 傳達距離, C 는 波速이다. 식(3)을 中央差分法으로 離散化하는데 있어서 多項式 內插方式을 利用한 DTM(日本土木學會編,1975)으로 補間한 水深의 2次微

分까지를 고려하여 傳達速度 C 를 算定하였다. 또한, s 에 대한 常微分方程式은 Runge-Kutta法을 利用하여 4次까지 近似시켜 波向線을 計算하였다(李,1997). 그림 3은 이렇게 計算한 大和堆에서의 波向線 傳播에 관한 例로, 入射條件을 東海中部地震 쓰나미로 사용하고 있다. 空間離散格子 크기를 變化시킴에 따라 조금씩 다른 波向線이 그려진다. 연속하는 두 波向線 사이에서 直交하는 波峰線에 둘러싸인 범위에서 에너지를 計算한다. 각 離散間隔마다 全領域에서의 總에너지를 求해 兩對數 그래프에 나타낸다. 그림 4는 1983年 東海中部地震 쓰나미, 1993年 北海道南西外海地震 쓰나미를 대상으로 한 결과이다. 그 결과 格子間隔에 대한 變曲點은 약 2km에서 나타났다.

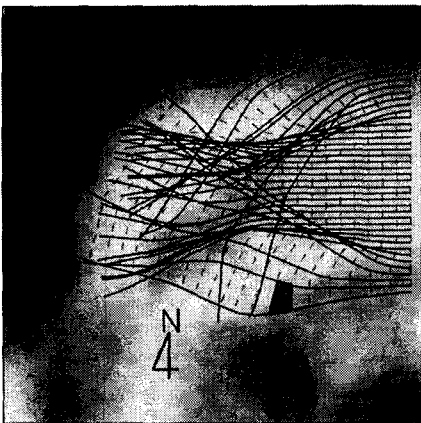


그림 3 大和堆에서의 波向線의 傳播

2.4 大和堆에서의 離散間隔의 決定

上記의 세 개의 결과로부터 각각의 變曲點을 찾아 特性이 변하지 않는 上限을 적절한 空間離散間隔으로 選定할 수 있다. 우선, 地形近似에서 1.3km,

3.4km, 7km를 얻었고, 傳播速度와 관련하여서는 2km, 에너지와 관련한 選定基準으로부터도 2km를 얻을 수 있었다. 따라서, 이들의 最小值인 1.3 km를 大和堆에서의 적절한 空間離散間隔으로 選定하였다.

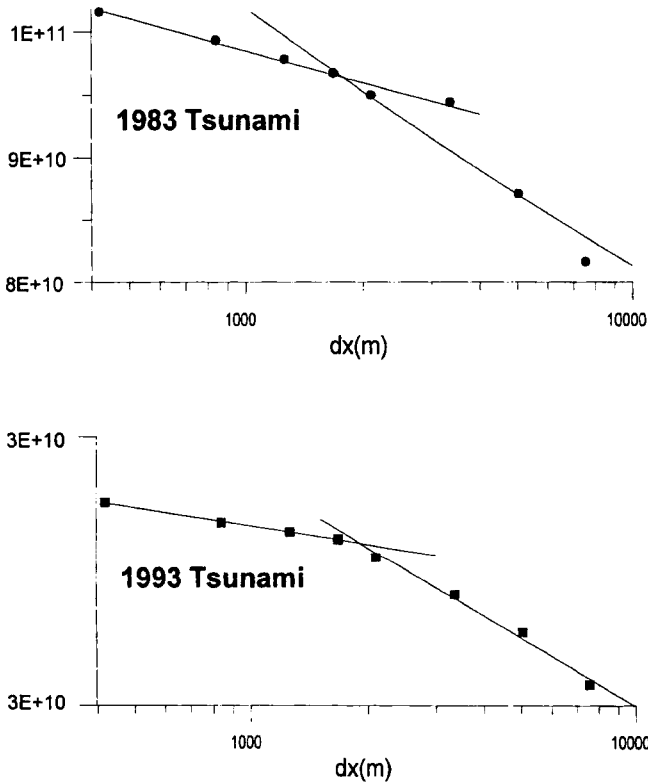


그림 4 格子間隔의 選擇基準(3)

3. 結論

擴張 Fractal 理論을 이용하여 쓰나미 數值計算時的 空間離散化 間隔을 선정하는 방법을 제시하였고, 이를 이용하여 大和堆에서의 離散化間隔을 선정 제시하였다. 이 때 중점을 둔 因子로는 地形, 傳播時間 및 屈折係數가 사용되었다. 선정된 결과는 水深데이터를 만들기 위해 사용한 海圖의 正確性에 크게 依存한다. 즉, 海圖에 나타난 等深線의 間隔, 詳細한 地形의 變化를 어느 정도 表現하고 있는가에 따라 결과를 달리한다. 따라서 數值實驗을 遂行하기 전에 대상이 되는 地形에 대한 海圖를 選擇함에 注意를 기울일 필요가 있다.

參考文獻

- Imamura F. and Goto C., 1988, Truncation error in numerical tsunami simulation by finite difference method, Coastal engineering in Japan, Vol. 31, No. 2, pp.245-263
- Imamura F., 1994, Analysis of Coastal Lines by Multi-Fractals,FORMA9, pp.83-90
- Liu P.L-F., Y.S.Cho and K. Fujima, 1994, Numerical solutions of three-dimensional run-up on a circular island, Proc. Int. Symp. on Waves - Physical and Numerical Modelling, pp.1031-1040
- Nakano T., 1983, A "fractal" study of some ria-coastlines in Japan, Ann. Rep. Inst. Geosci., Univ. Tsukuba, No.9, pp.75-80.
- Shuto N., 1991, Numerical simulation of tsunami - its present and near future, Natural Hazards, Vol.4, pp.171-191
- Suzuki M., 1984, Finite size scaling for the similarity and fractal, Prog. Theor. Phys., Progress Letter, 71, 6, pp.1397-1400.
- 高安秀樹, 1986, フラクタル, 朝倉書店
- 佐山順二, 後藤智明, 首藤伸夫, 1986, 屈折に關する津波數值計算の誤差, 第33回海岸工學講演會論文

集,pp.204-208

阿部勝征, 梶浦欣二郎, 首藤伸夫, 1986, 津波を語る-研究・防災上の問題点,地震ジャーナル,pp.1-13

李昊俊, 今村文彦, 首藤伸夫, 1997, 屈折現象に注目した津波数値計算の精度, 海岸工学論文集, 第44巻, pp276-280

李昊俊, 1998, 東海における津波傳播特性と危険度に関する研究,博士學位論文

日本土木學會編, 1975, 土木工学における数値解析/計画法編,サイエンスライブラリ情報計算器28, サイエンス社,pp.121-130

Bergé P, Pomeau Y., Vidal Ch, 1992, カオスの中の秩序

藤間功司, 後藤智明, 1994, 圓錐形の島に捕捉された長波の特性, 土木學會論文集, No. 497/II-28, pp101-110

藤間功司, 後藤智明, 林建二郎, 重村利幸, 首藤伸夫, 1995, 伊豆・小笠原諸島での津波増幅特性,海岸工学論文集, 第42巻 ,pp.381-385