화상처리를 응용한 단섬유 강화 고분자 재료내의 섬유배향 결정에 관한 연구

이 용훈 윤 재륜
서울대학교 섬유고분자공학과

1. 서 론

고분자 재료의 섬유 배향상태는 각종 물성치의 지표가 되는 가장 기본적인 인자이므로 섬유 배향각 분포의 측정법을 확립하여 섬유 배향상태를 밝혀두는 것은 재료설계, 성형조건의 결정, 성형품의 역학적 특성 등을 예측하는데 있어서 매우 중요하다.

본 연구에서는 섬유 배향각 분포측정에 있어서 Randy의 섬유 배향의 결정방법을 개량하여 동일측면의 단면을 두 번 절단함으로써 1-3방향, 2-3방향의 배향텐서 값을 구하여 3차원적으로 완전한 섬유 배향을 나타낼 수 있는 방법을 제안하였으며 이것을 바탕으로한 코드를 개발하였고 이미 알고있는 섬유배향텐서 값과 본 연구에서 제안한 측정방법에 의한 섬유 배향텐서 값을 비교 검토하였다. 그리고 앞선 가상적 검증 후에 실제 측정 실험도 수행하였다.

2. 이 론

2.1. 배향 분포 함수

배향 분포 함수는 확률 분포 함수의 개념을 이용한 가장 일반적인 섬유 배향의 묘사 방법이다. 모재 내의 섬유를 길이와 지름이 일정한 곧은 실린더로 가정하고, 섬유가 공간적으로 균일하게 분포되어 있다고 가정한다. Figure 2.1에 보이는 것과 같이 섬유 배향의 단위벡터 $\boldsymbol{p}$의 각 성분은 다음과 같다.

$$p_1 = \sin\theta\cos\phi \tag{2.1}$$

$$p_2 = \sin\theta\sin\phi \tag{2.2}$$

$$p_3 = \cos\theta \tag{2.3}$$

이때 한 섬유의 배향은 각 θ와 ϕ에 의해서 정의될 수 있다. 배향 분포 함수, ψ는 θ_0와 $\theta_0+d\theta$, ϕ_0와 $\phi_0+d\phi$ 사이에 섬유를 발견할 수 있는 확률이 다음과 같이 되도록 정의된다.

$$P(\theta_0\le\theta\le\theta_0+d\theta, \phi_0\le\phi\le\phi_0+d\phi) = \psi(\theta_0,\phi_0)\sin\theta_0 d\theta d\phi \tag{2.4}$$

배열 분포 함수는 몇 가지 물리적 조건을 만족시키는데 첫째로, 섬유의 한쪽 끝은 다른 한쪽 끝과 다르지 않으므로, 배향 분포 함수는 주기성(periodicity)을 가져야 한다.

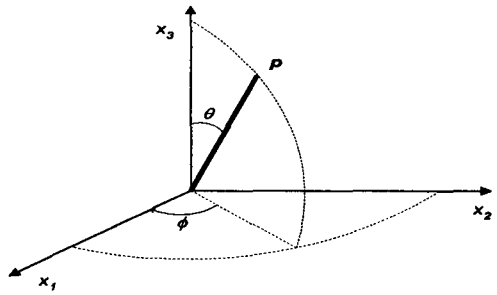

Fig 2.1. 단섬유 벡터의 배향 좌표.

$$\psi(\theta,\phi) = \psi(\pi-\theta,\pi+\phi) \tag{2.5}$$

또는,

$$\psi(\boldsymbol{p}) = \psi(-\boldsymbol{p}) \tag{2.6}$$

둘째로, 모든 섬유는 어떤 배향을 가져야만 하므로 정규성(normality)을 가져야만 한다.

$$\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi}\psi(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi = \oint\psi(\boldsymbol{p})d\boldsymbol{p} = 1 \tag{2.7}$$

셋째로 섬유 배향이 변해 갈 때 시간에 따른 ψ의 변화를 나타낼 수 있는 연속성(continuity)을 만족시켜야만 한다.

배향 분포 함수는 성형 조건이 주어졌을 때 섬유 배향을 나타낼 수 있는 일반적인 함수임에도 불구하고 많은 양의 계산과 매우 많은 양의 데이터 저장을 필요로 하기 때문에 실제 적용하기에는 무리가 따르는 단점을 가지고 있다[8]. 그러므로 좀더 간결한 배향 상태의 묘사 방법이 필요하다.

2.2. 배향 텐서

배향분포함수(orientation distribution function : ODF)의 단점인 복잡성을 보완하면서 섬유 배향 상태와 배향 변화 방정식의 간결한 표현을 위하여 배향 분포 함수의 모멘트로 정의되는 배향 텐서를 제안하였다. 이 배향 텐서는 섬유 방향 벡터, $\boldsymbol{p}$의 dyadic product와 배향 분포 함수의 곱의 형태로 정의되는데, 배향 분포 함수가 우함수이므로 짝수 차수의 배향 텐서만 남는다. 예를 들면, 2차 텐서는 다음과 같다.

$$a_{ij} = \oint p_i p_j \psi(\boldsymbol{p})\, d\boldsymbol{p} \equiv \langle \boldsymbol{pp} \rangle \tag{2.8}$$

배향 텐서는 정의에 의해 다음과 같은 대칭성 (symmetry)을 갖는다.

$$a_{ij} = a_{ji} \qquad (2.9)$$

또, 배향 분포 함수의 정규성으로부터 다음과 같은 배향 텐서의 정규성을 갖는다.

$$a_{ii} = 1 \qquad (2.10)$$

2차원 배향의 경우에는 2차 배향 텐서는 a_{11}, a_{12}, 2개만의 독립적인 성분이 존재하며, a_{11}은 축방향의 배향 정도를 의미하고, a_{12}는 좌표축에서 배향의 주방향 (principal direction)이 벗어나는 정도를 의미한다. 단섬유 배향에 따른 배향 텐서 값의 예는 Fig. 2.2와 같다.

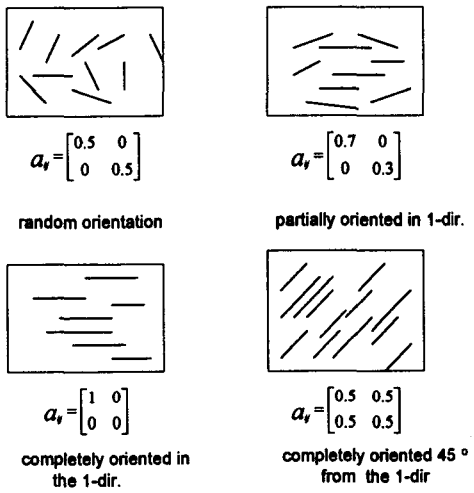

Fig 2.2. 평면에서의 2차배향텐서.

한편 (2.8)식과 같은 연속적인 배향텐서의 정의는 (2.11)식과 같이 이산적(discrete)으로 표현할 수 있다.

$$a_{ij} = \frac{\sum (P_i P_j) L_k F_k}{\sum L_k F_k} \qquad (2.11)$$

F_k : k번째 구간(interval)에 있는 단섬유의 숫자

2.3. 섬유 배향상태의 결정 I

단섬유 복합재료의 단면은 타원형으로 얻어지게 된다. 이 때 생기는 섬유의 단면은 각각 장축과 단축 그리고 평면방향의 각을 갖게 되는 데 이 단면을 화상처리장치 (image processing tool)을 이용하여 측정할 수 있다.

아래의 Fig. 2.3와 같은 방식으로 화상처리장치에 읽혀지게 된다. 여기서 얻어진 데이터를 이용하여 장 단축의 값을 (2.12), (2.13)식을 이용하여 구할 수 있다.

$$M = \sqrt{X^2 + Y^2} \qquad (2.12)$$

$$m = \sqrt{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2} \qquad (2.13)$$

그리고 X와 Y를 식(2.13), (2.14)같이 정의하면

$$X = x_2 - x_1 \qquad (2.14)$$

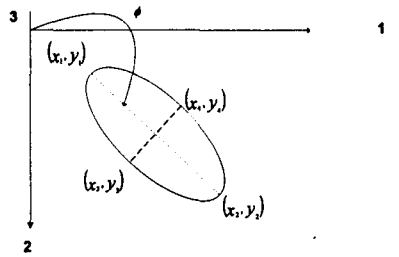

Fig 2.3. 단섬유 단면에서 장단축의 끝점과 평면방향의 각 φ의 정의.

$$Y = y_2 - y_1 \qquad (2.15)$$

Fig 2.1과 Fig 2.3로부터 θ와 φ에 관하여 식 (2.16), (2.17), (2.18), (2.19)과 같은 관계를 갖음을 알 수 있다.

$$\sin\phi = \frac{X}{M} \qquad (2.16)$$

$$\cos\phi = \frac{Y}{M} \qquad (2.17)$$

$$\cos\theta = \frac{m}{M} \qquad (2.18)$$

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \frac{m^2}{M^2}} \qquad (2.19)$$

$(a_{11})_n$	$\sin\theta^2 \cos\phi^2$	$X^2(\frac{1}{M^2} - \frac{m^2}{M^2})$
$(a_{12})_n$	$\sin\theta^2 \cos\phi \sin\phi$	$X\ Y(\frac{1}{M^2} - \frac{m^2}{M^2})$
$(a_{13})_n$	$\sin\theta\ \cos\theta \sin\phi$	$X(\sqrt{\frac{m^2}{M^4} - \frac{m^4}{M^6}})$
$(a_{22})_n$	$\sin\theta^2 \sin\phi^2$	$Y^2(\frac{1}{M^2} - \frac{m^2}{M^4})$
$(a_{23})_n$	$\sin\theta \cos\theta \sin\phi$	$Y(\sqrt{\frac{m^2}{M^4} - \frac{m^4}{M^6}})$
$(a_{33})_n$	$\cos\theta^2$	$\frac{m^2}{M^2}$

Table 1. φ와 θ 그리고 X, Y, M, m으로 표현된 단섬유 한 개체에 대한 섬유 배향텐서 성분들(φ, θ와 X, Y, M, m에 대한 식에선 n을 편의상 제거하였다.).

편의상 n번째 단섬유의 P_i 와 P_j의 곱을

$(a_{ij})_n$이라 하면 X, Y, M, m을 이용한 n번째 단섬유의 $(a_{ij})_n$값은 Table 1과 같다.

Table 1의 각 섬유 배향텐서 성분에 대한 식을 (2.9)식에 대입하여 첫 번째 단면의 측정대상인 단섬유 전체에 대한 섬유 배향텐서를 구할 수 있다. 이 때 F_k, k구간의 단섬유의 수, 는 k가 단섬유 한 개 정도를 가지고 있는 아주 작은 구간이고, 단섬유가 구간을 가로질르 경우를 고려하면 (2.20)식과 같이 정의 될 수 있다.

$$F_k = \frac{1}{L_k \cos\theta} = \frac{M_k}{L_k m_k} \quad (2.20$$

그러나 이러한 과정을 통해서 얻은 섬유 배향텐서의 성분 중에서 $(a_{23})_n$ 와 $(a_{13})_n$성분은 그 절대 값만을 구할 수 있을 뿐 부호를 알지 못하여 완전한 섬유 배향을 구했다고는 할 수 없다

2.4. 섬유 배향상태의 결정 II

한편 전술한 단섬유 배향상태의 결정을 위한 기초적인

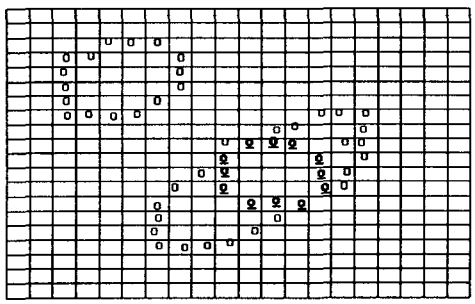

Fig. 2.4 Thinng처리후 화상에서 인식되는 단섬유의 형상

(0의 값으로 된 픽셀은 단섬유를 의미하고

0 의 형태로 픽셀을 채우고 있는 것이 단

섬유을 결정할 원형 마스크이다)

변수들과 그 처리과정 중에 실제적으로 화상에서 얻어진 단섬유의 단면은 표면 절단 과정에서 타원형이 아닌 직사각형에 가깝거나 불규칙한 모양의 다각형이 나오기 쉽다 따라서 이러한 문제점을 보완하고 타원형으로 얻어지지 않은 단면에 대해선 강제적, 선별적으로 타원의 형태로 복원하여 계산 할 수 있도록 하는 기술적 처리가 중요하다. 필자들은 단섬유의 지름이 절단면에서 타원의 단축으로 장축에 비해 상대적으로 변형되지 않은 상태로 얻어질 수 있다는 사실에서 착안하여 지름이 절단면의 단축과 같은 원형의 마스크를 이용하여 그 형태가 상당히 파괴된 단면도 가상적으로 복원하여 단섬유 배향상태에 고려될 수 있도록 하여 이전의 방법들 보다 효율성과 정확도를 높였다.

2.5. 3축 방향의 각도 결정

첫 번째 단면으로부터 결정하지 못한 $(a_{23})_n$와 $(a_{13})_n$의 부호는 이미 제작된 프로그램의 코드가 첫 번째 단면을 화상 처리하여 얻은 데이터를 받아 두 번째 절단면의 섬유 단면의 위치를 찾아냄으로써 알 수 있다. Fig 2.5는 이런 측정방법에서 첫 번째 단면과 두 번째 단면간의 관계를 나타낸 그림이다.

만약 코드가 Fig 2.5의 왼쪽에 있는 '두 번째 절단면 PLUS'을 인식하게 되면 θ는 양의 값을 갖게 되면서 $(a_{23})_n$ 와 $(a_{13})_n$는 양의 값을 갖게 되고 '두 번째 절단면 MINUS'를 인식하면 같은 방식으로 $(a_{23})_n$와 $(a_{13})_n$는 음의 값을 갖게 되는 것이다.

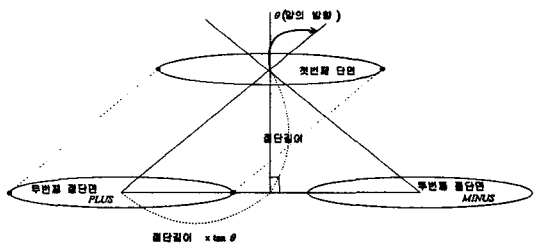

Fig. 2.5. 동일한 단섬유가 첫 번째 단면과 두 번째 단면에서 가질 수 있는 위치.

3.1. 측정대상의 화상처리

복합재료내의 단섬유의 단면을 획득하기 위한 화상처리과정은 Fig. 3.1의 알고리즘과 같다. 화상처리 장치는 Media-Cybernetics사의 Image-pro. Version 2.0을 사용하였다.

3. 시뮬레이션 및 결과의 분석

3.2. 측정값의 신뢰도 판정

이미 배향텐서 값을 알고 있는 두 개의 가상적인 단섬유 복합재료의 시편을 각각 두 번 절단했음을 가정하고 절단면을 화상처리장치로 읽어 드려 얻어진 데이터를 코드의 입력데이터로 하여 코드를 통해 나온 배향텐

서 값과 미리 계산된 정확한 값을 비교하여 이런 측정 방법의 정확성을 검토할 수 있다.

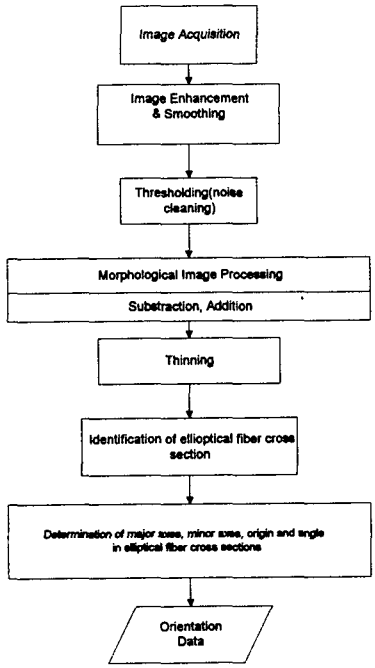

Fig. 3.1. 단섬유 단면 획득을 위한 화상처리과정.

검증은 가상 시편을 대상으로 단섬유의 길이는 일정하다고 가정하였고, Fig. 3.1과 Fig. 3.2는 첫 번째 시편의 5개의 단섬유를 측정대상으로 하였다. (첫 번째와 두 번째간의 절단길이를 1로 하였다.)

첫 번째 단면(Fig. 3.1)의 데이터를 이용한 첫 번째 시편의 단섬유 배향텐서 값의 결과(알려진 결과)는 다음과 같다.

a_11=0.472349 a_12=-0.154441
a_13=0.0175971
a_21=-0.154441 a_22= 0.395562 a_23= 0.063969
a_31=0.0175971 a_32= 0.063969 a_33= 0.132089

Figure 3.2를 화상처리장치로 읽은 후 첫 번째 시편의 단섬유 배향텐서을 측정한 결과는 다음과 같다.

a_11=0.471242 a_12=-0.154127 a_13=-0.0673246
a_21=-0.154127 a_22= 0.395385 a_23= 0.110702
a_31=-0.0673246 a_32=0.110702 a_33= 0.133373

Figure 3.2는 이미 단섬유 배향텐서 값을 미리 알고

Fig. 3.1. 첫 번째 절단면의 단섬유단면 (첫번째 시편).

Fig. 3.2. 두 번째 절단면의 단섬유단면 (첫번째 시편).

있는 본래의 화상(Fig. 3.1)으로부터 길이 1 만큼 자를 때 이동하는 두 번째 단면을 Auto-cad를 이용하여 단섬유 배향함수를 측정한 것이다.

획득된 영상은 영상처리 알고리즘에 따라 처리하는 과정에서 원래의 타원형 섬유단면의 CAD영상이 다른 작도 배율로 첫번째 단면과 두번째 단면이 만들어짐에 따라서 화상에서 두면내의 단섬유단면의 상대적 위치가 변경이 생김에 따라 생기게 되는 측정오차가 발생하게 된다.

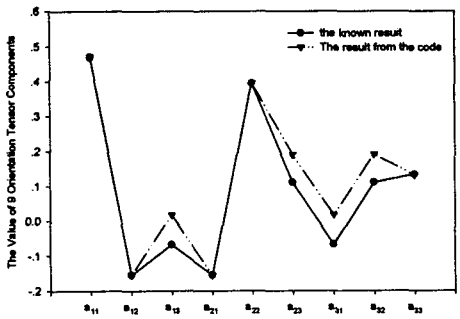

Fig. 3.3. 알려진 결과와 측정 결과의 비교 (첫번째 시편).

한편 비디오 화면의 픽셀 종횡비가 4×3이란 것과 각도 θ와 φ, 그리고, X, Y, M, m이 정확한 값을 가질 수 있도록 화면의 픽셀의 그레이 레벨값(Gray level value)을 이용하여 실제 시편의 절단 중에 단섬유의 단면이 파괴되어 타원이 아닌 다른 형상으로 변형되었을 경우에도 단섬유의 단축을 읽을 수 있으면 그 배향을 결정 할 수 있도록 고려하였다.

그리고, 각 화상에는 첫 번째 화상에 두 번째 화상이 서로 올바른 위치를 찾을 수 있도록 기준이 될 수 있는

조사각형을 만들어 놓았다.

3.3 실험

실험에 사용된 시편은 가로 4cm, 세로 20cm, 3mm의 시편을 사용하였고, 게이트 부분과 시편의 중간 부분, melt front부분으로 나누어 각 부분의 섬유배향을 알기 위해 3부분를 SEM을 이용하여 각각 찍고 이것을 화상처리 장치로 읽은 후 완성된 코드를 이용하여 단섬유의 배향 상태를 측정하였다

4 결 론

단섬유의 배향성분을 간단한 방법으로 3차원적으로 계산해 낼 수 있는 방법을 고안하였으며 특히 단순히

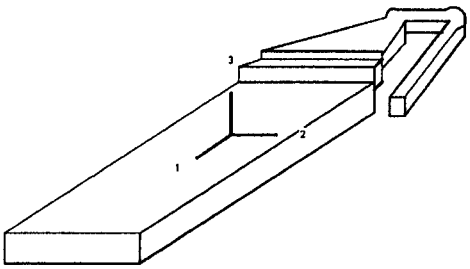

Fig.4.1 실험에 사용된 시편의 개략도
(유동방향은 1축, 두께방향이 3축 이다)

화상처리기술에 의한 단섬유단면의 확보가 아닌 불완전한 단섬유단면을 완전한 단섬유단면으로 결정하도록 하였으며, 여기에 필요한 프로그램을 개발하였다.

종전의 제한적인 섬유 배향결정이나 , 복잡한 결정방법을 대신하면서도 상대적으로 정확하게 완전한 단섬유 배향을 결정할 수 있는 방법을 개발하였다. 이 방법은 실제 시편의 두 번에 걸쳐 동일측면을 깎고 그 첫 번째와 두 번째면 에 SEM사진 등 단섬유의 단면 Image을 확보 할 수 있으면 보다 정확한 측정결과를 얻을 수 있다.

참고문헌

1. Prakash, R., "Fiber Volume Fraction Measurement in Composites by X-Ray Diffractometer." *Composites*, 1981, pp. 193-194.
2. Menendez, H. and White, J. L., "A WideAngle X-Ray Diffraction Method of Determining Chopped Fiber Orientation in Composites With Application to Extrusion Through Dies.", *Polym. Eng. Sci.*, 24, 1984, pp.1051-1055.
3. Thiery, M. and Sanschagrin, B., "A Study of Fiber Orientation and Microvoid Content in Long Fiber Reinforced Injection Molded Parts." *ANTEC Tech. Paper*, 37, 1991, pp. 319-325.
4. Heechun Yang and Jonathan S. Colton., "Quantitative Image Processing Analysis Of Composite Materials." *Polym. Compos.*, 1, 1994, pp. 46-54.
5. Randy S. Bay and Charles L. Tucker Ⅲ., "Stereological Measurement and Error Estimates for Three-Dimensional Fiber Orientation.", *Polym. Eng. Sci.*, 32, 1992, pp. 240-252.
6. P. A. O'Connell and R. A. Duckett., "Measurements of Fiber Orientation in Short-Fiber-Reinforced Thermoplastics.", *Compos. Sci. Tech.*, 42, 1991, pp. 329-347.
7. S. W. Yurgartis "Measurement of Small Angle Fiber isalingments in Continuous Fiber Composite.", *Compos. Sci. Tech.*, 30, 1987, pp. 297-293.