

회전링의 동적 안정성을 고려한 링 형상 최적화 연구

장재준, 장승호, 허 유

경희대학교 섬유공학과

1. 서 론

섬유산업의 발달로 정방공정이 자동화, 고속화되고 있으며 국제적 경쟁이 치열하게 전개됨에 따라 방적공정에서의 생산성이 매우 중요해 졌다. 링 정방법은 링위를 회전하는 traveller에 의한 꼬임부여와 중앙에 위치한 spindle의 회전에 의하여 권취가 이루어진다는 간단한 작동 원리를 바탕으로 하고 있으며 현재 개발된 정방공법중 생산 유연성이 가장 크고 제품의 물성이 우수하여 널리 이용되고 있는 공법이다. 여기서 생산성을 좌우하는 것 중의 하나가 섬유를 얼마나 고속으로 생산하는가 하는 공정기술 문제이다. 이 생산성은 섬유의 정방과정에서의 spindle의 속도에 의해서 좌우된다. spindle의 속도 자체만은 계속 증가시킬 수 있지만, 이때 문제점이 발생하게 된다. 즉 실에 가해지는 장력이 실의 강도 보다 크게 되어 사절 현상이 나타나게 되며 실과 traveller간의 마찰 및 traveller와 ring간의 마찰에 의한 열 발생으로 섬유 손상이 나타나게 된다. 따라서 spindle의 회전 속도는 생산 속도의 한계 요인으로 지적되고 있다.

이러한 문제점 해결을 위하여 70-80년대부터 많은 연구들이 행하여져 왔다. 이들 중 rotating ring의 개발은 ring을 traveller와 같은 방향으로 회전시켜 spindle의 회전속도가 한계점을 초과하여도 ring과 traveller사이의 상대속도는 한계속도 이내가 될 수 있도록 한다는 기본 개념을 바탕으로 한다.

본 연구에서는 동적안정성을 고려한 회전링의 최적형상설계를 목적으로 하여 연구를 수행하였다.

2. 관성모멘트

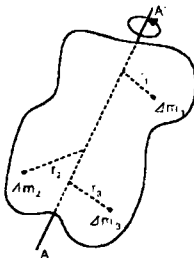


Fig. 1.

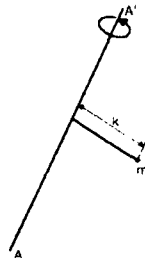


Fig. 2.

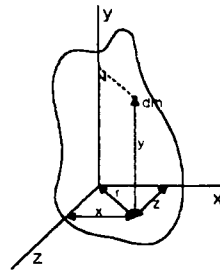


Fig. 3.

그림 1에서 축 AA'에 관하여 회전하는 질량 m을 생각해 보면 이 물체를 몇 개의 요소, 즉 $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots$ 으로 나눌 수 있고 전체의 물체의 저항은 각각의 저항의 합, 즉 $r_1^2 \Delta m_1 + r_2^2 \Delta m_2 + \dots$ 가 된다. 이 합을 축 AA'에 관한 관성모멘트로 정의한다. 요소의 수를 무한대로 증가시키면 관성모멘트는 다음의 적분형태로 표시된다.

$$I = \int R^2 dm \text{ -----(1)}$$

축 AA'에 관한 물체의 회전반경(radius of gyration) k는 다음과 같은 관계식으로 정의된다.

$$I = k^2 m \text{ 또는 } k = \sqrt{I/m} \text{ -----(2)}$$

그러므로 회전반경 k는 AA'에 관한 실제의 관성모멘트가 같은 값을 갖기 위해 그 물체의 전 질량이 집중되어야 할 점까지의 거리를 나타낸다. 물체가 원래의 형상대로 있던지, 또는 그림 2와 같이 집중된 모습으로 있던지 간에 질량 m은 AA'에 관한 회전(gyration)에 대해 같은 효과를 나타낼 것이다. SI단위계가 사용된다면 회전반경 k는 m으로, 질량은 kg으로 표현된다. 그러므로 한 개의 질량에 대한 관성모멘트는 kg · m² 이다.

좌표축에 관한 물체의 관성모멘트는 질량요소 dm에 대하여 x, y, z의 좌표로 표시된다. 예를 들어 요소 dm에서 y축까지의 거리 r의 제곱이 z²+x²임을 주목하면, y축에 관한 물체의 관성모멘트는

$$I_y = \int r^2 dm = \int (z^2+x^2) dm \text{ -----(3)}$$

이다. x축과 z축에 관한 관성모멘트는 유사한 방식으로 얻을 수 있다.

$$I_x = \int (y^2+z^2) dm \text{ -----(4)}$$

$$I_z = \int (x^2+y^2) dm \text{ -----(5)}$$

그러므로, 각 요소의 관성모멘트는

$$I = m \times k^2 \text{ -----(6)}$$

으로 나타낼 수 있고 여기서 I는 관성모멘트, m은 물체의 질량, k는 회전축과의 수직거리이다.

2-1 회전링의 관성모멘트값

링의 기본형상은 그림 4와 같이 정의하였다.

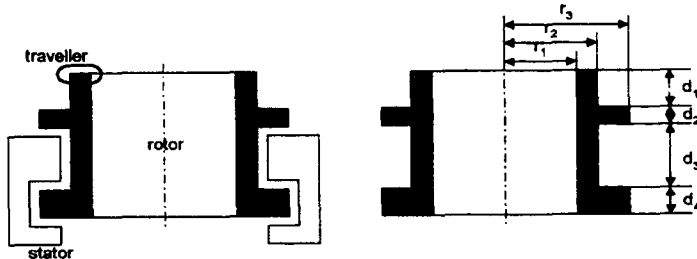


Fig. 4. Rotating Ring

질량은 밀도와 그 체적의 곱이므로 각 요소의 질량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_1 = \rho \pi (r_2^2 - r_1^2) d_1 \text{ -----(7)}$$

$$m_2 = \rho \pi (r_3^2 - r_1^2) d_2 \text{ -----(8)}$$

$$m_3 = \rho \pi (r_2^2 - r_1^2) d_3 \text{ -----(9)}$$

$$m_4 = \rho \pi (r_3^2 - r_1^2) d_4 \text{ -----(10)}$$

회전링의 무게중심은 x축에 대한 관성모멘트를 구하는데 있어 매우 중요하며 「각 요소의 무게중심 × 각 요소의 체적 = 전체의 무게중심 × 전체의 체적」이라는 정의에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{x} = \frac{d_1(d_4 + d_3 + d_2 + d_1/2)(r_2^2 - r_1^2) + d_2(d_4 + d_3 + d_2/2)(r_3^2 - r_1^2)}{d_1(r_2^2 - r_1^2) + d_2(r_3^2 - r_1^2) + d_3(r_2^2 - r_1^2) + d_4(r_3^2 - r_1^2)}$$

$$+ \frac{d_3(d_4 + d_3/2)(r_2^2 - r_1^2) + d_4(d_4/2)(r_3^2 - r_1^2)}{d_1(r_2^2 - r_1^2) + d_2(r_3^2 - r_1^2) + d_3(r_2^2 - r_1^2) + d_4(r_3^2 - r_1^2)} \text{ -----(11)}$$

각 요소의 x축에 대한 관성모멘트는 식 (6)의 관계와 평행축 정리에 의해 다음과 같이 나타난다.

$$I_{x1} = m_1 \left[\frac{1}{12} d_1^2 + \frac{1}{4} (r_2^2 + r_1^2) + (d_4 + d_3 + d_2 + d_1/2 - \bar{z})^2 \right] \text{ -----(12)}$$

$$I_{x2} = m_2 \left[\frac{1}{12} d_2^2 + \frac{1}{4} (r_3^2 + r_1^2) + (d_4 + d_3 + d_2/2 - \bar{z})^2 \right] \text{ -----(13)}$$

$$I_{x3} = m_3 \left[\frac{1}{12} d_3^2 + \frac{1}{4} (r_2^2 + r_1^2) + (d_4 + d_3/2 - \bar{z})^2 \right] \text{ -----(14)}$$

$$I_{x4} = m_4 \left[\frac{1}{12} d_4^2 + \frac{1}{4} (r_3^2 + r_1^2) + (d_4/2 - \bar{z})^2 \right] \text{ -----(15)}$$

그러므로 회전링의 x축에 대한 관성모멘트는

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4} \text{ -----(16)}$$

이다.

또 각 요소의 z축에 대한 관성모멘트는

$$I_{z1} = \frac{1}{2} m_1 (r_2^2 + r_1^2) \text{ -----(17)}$$

$$I_{z2} = \frac{1}{2} m_2 (r_3^2 + r_1^2) \text{ -----(18)}$$

$$I_{z3} = \frac{1}{2} m_3 (r_2^2 + r_1^2) \text{ -----(19)}$$

$$I_{z4} = \frac{1}{2} m_4 (r_3^2 + r_1^2) \text{ -----(20)}$$

그러므로 회전링의 z축에 대한 관성모멘트는

$$I_z = I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{z4} \text{ -----(21)}$$

회전링의 최대속도가 traveller의 속도와 같아질 수 있는 경우를 가정할 때 회전링의 형상은 $I_x/I_z > 1$ 을 만족시키는 경우 섭동운동에 의한 링의 불안정한 회전운동을 억제시킬 수 있다.

3 회전링의 설계

본 연구에서는 최소한의 부상을 가능하게 하기 위한 축수기구 44가지를 설계했다. 그중 기본 형상은 사각, 삼각, 반원, 오각, 톱니, 트럼펫, 사다리꼴 및 등변사다리꼴의 8가지로 정하였고, 크게 rotor가 볼록한 경우와 오목한 경우, 1단형과 2단형 및 기타로 나누어 설계했다. 그림 5에서 그림 12까지는 기본형상을 나타낸다.

- 1) 사각 1단형(볼록, 오목) ; One Rectangular Step Type(convex, concave)
- 2) 삼각 1단형(볼록, 오목) ; One Triangle Step Type(convex, concave)
- 3) 반원 1단형(볼록, 오목) ; One Half Circle Step Type(convex, concave)
- 4) 오각 1단형(볼록, 오목) ; One Pentagon Step Type(convex, concave)
- 5) 톱니 1단형(볼록, 오목) ; One Sawtooth Step Type(convex, concave)
- 6) 트럼펫 1단형(볼록, 오목) ; One Trumpet Step Type(convex, concave)
- 7) 사다리꼴 1단형(볼록, 오목) ; One Trapezoid Step Type(convex, concave)
- 8) 등변사다리꼴 1단형(볼록, 오목) ; One Equalside Trapezoid Step Type(convex, concave)

- 9) 사각 2단형(볼록, 오목) ; Two Rectangular Step Type(convex, concave)
- 10) 삼각 2단형(볼록, 오목) ; Two Triangle Step Type(convex, concave)
- 11) 반원 2단형(볼록, 오목) ; Two Half Circle Step Type(convex, concave)

- 12) 오각 2단형(볼록, 오목) ; Two Pentagon Step Type(convex, concave)
- 13) 톱니 2단형(볼록, 오목) ; Two Sawtooth Step Type(convex, concave)
- 14) 트럼펫 2단형(볼록, 오목) ; Two Trumpet Step Type(convex, concave)
- 15) 사다리꼴 2단형(볼록, 오목) ; Two Trapezoid Step Type(convex, concave)
- 16) 등변사다리꼴 2단형(볼록, 오목) ; Two Equalside Trapezoid Step Type(convex, concave)

기타

- 17) 톱니 지지형(볼록, 오목) ; Sawtooth Support Type(convex)
- 18) 양끝 사다리꼴형(볼록, 오목) ; Bothends Trapezoid Type(convex)
- 19) 양끝 삼각형형(볼록, 오목) ; Bothends Triangle Type(convex)
- 20) 양끝 역삼각형형(볼록, 오목) ; Bothends Inverse-triangle Type(convex)
- 21) 지그재그형(볼록, 오목) ; Zigzag Type(convex)
- 22) 양끝 톱니형(볼록, 오목) ; Bothends Sawtooth Type(convex)

Rotor 가 볼록
(convex)한 경우

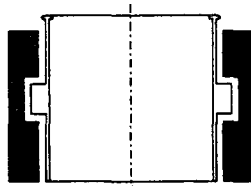


Fig. 5. One Rectangular Step Type

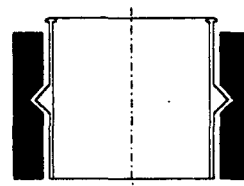


Fig. 6. One Triangle Step Type

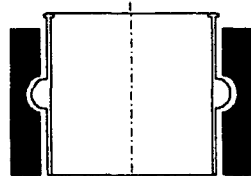


Fig. 7. One Half Circle Step Type

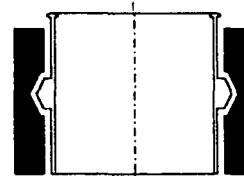


Fig. 8. One Pentagon Step Type

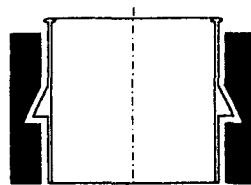


Fig. 9. One Sawtooth Step Type

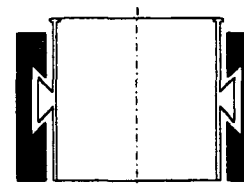


Fig. 10. One Trumpet Step Type

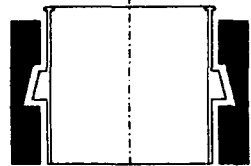


Fig. 11. One Trapezoid Step Type



Fig. 12. One Equalside Trapezoid Step Type

Fig. 5 - 12. Rotating ring type

이들 중 대표로 그림 5의 관성모멘트식을 나타내면 다음과 같다.

-사각 1단형(볼록) ; One Rectangular Step Type(convex)

$$m_1 = \rho \pi (r_2^3 - r_1^3) d_1$$

$$m_2 = \rho \pi (r_3^3 - r_1^3) d_2$$

$$m_3 = \rho \pi (r_2^3 - r_1^3) d_3$$

$$\bar{z} = \frac{d_1(d_3 + d_2 + d_1/2)(r_2^2 - r_1^2) + d_2(d_3 + d_2/2)(r_3^2 - r_1^2) + d_3(d_3/2)(r_2^2 - r_1^2)}{d_1(r_2^2 - r_1^2) + d_2(r_3^2 - r_1^2) + d_3(r_2^2 - r_1^2)}$$

$$I_{x1} = m_1 \left[\frac{1}{12} d_1^2 + \frac{1}{4} (r_2^2 + r_1^2) + (d_3 + d_2 + d_1/2 - \bar{z})^2 \right]$$

$$I_{x2} = m_2 \left[\frac{1}{12} d_2^2 + \frac{1}{4} (r_3^2 + r_1^2) + (d_3 + d_2/2 - \bar{z})^2 \right]$$

$$I_{x3} = m_3 \left[\frac{1}{12} d_3^2 + \frac{1}{4} (r_2^2 + r_1^2) + (d_3/2 - \bar{z})^2 \right]$$

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}$$

$$I_{x1} = \frac{1}{2} m_1 (r_2^2 + r_1^2)$$

$$I_{x2} = \frac{1}{2} m_2 (r_3^2 + r_1^2)$$

$$I_{x3} = \frac{1}{2} m_3 (r_2^2 + r_1^2)$$

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}$$

4 Simulation

2-1에 나타난 회전링의 관성모멘트 이론식을 MATLAB version4.2 c.1 를 이용하여 programming하였다. 여기서 내부반지름은 22mm, rotor의 길이는 44mm로 고정시켰다. rotor의 밀도는 철의 밀도인 7.87g/cm³로 하고, traveller 를 부착하기 위한 공간을 4mm로 정하여 계산하였다.

5 결론

Simulation 결과는 표 1과 같다. 1단형에서는 rotor가 오목한 쪽이 볼록한 쪽과 비교하여 큰 값을 나타내었다. 2단형에서도 rotor가 오목한 쪽이 볼록한 쪽보다 큰 값을 나타내었다. 그러나, 기타인 경우는 rotor가 볼록한 쪽이 오목한 쪽보다 큰 값을 나타내었다.

또한 1단형 보다는 2단형이 더 큰 관성모멘트비를 나타냈다.

전체적으로 보았을 때 44가지의 축수기구들 중 볼록한 톱니 지지형이 관성모멘트비 0.8205로 가장 큰 값을 나타내었다.

가장 큰 값을 나타낸 위의 볼록한 톱니지지형을 높이, 두께, 길이를 변화시키면서 최적인 형상을 만든 결과 r₁=22(mm), r₂=24(mm), r₃=26(mm), d₁=38(mm), d₂=6(mm)일 때 관성모멘트비가 0.8216으로 가장 최적으로 나타났다.

Table. 1. Each moment of inertia rate

Rotor type	관성모멘트비	Rotor type	관성모멘트비
사각 1단형(볼록) (오목)	0.7020 0.7643	오각 2단형(볼록) (오목)	0.7134 0.7617
삼각 1단형(볼록) (오목)	0.7391 0.7431	톱니 2단형(볼록) (오목)	0.7291 0.7414
반원 1단형(볼록) (오목)	0.7170 0.7577	트럼펫 2단형(볼록) (오목)	0.7267 0.7737
오각 1단형(볼록) (오목)	0.7197 0.7544	사다리꼴 2단형(볼록) (오목)	0.7636 0.7556
톱니 1단형(볼록) (오목)	0.7622 0.7431	등변사다리꼴 2단형(볼록) (오목)	0.7267 0.7737
트럼펫 1단형(볼록) (오목)	0.7017 0.7618	톱니 지지형(볼록) (오목)	0.8205 0.7091
사다리꼴 1단형(볼록) (오목)	0.7197 0.7544	양끝 사다리꼴형(볼록) (오목)	0.7364 0.7462
등변사다리꼴 1단형(볼록) (오목)	0.7017 0.7618	양끝 삼각형형(볼록) (오목)	0.7296 0.6817
사각 2단형(볼록) (오목)	0.7005 0.7781	양끝 역삼각형형(볼록) (오목)	0.7354 0.7354
삼각 2단형(볼록) (오목)	0.7291 0.7456	지그재그형(볼록) (오목)	0.7354 0.7354
반원 2단형(볼록) (오목)	0.7114 0.7817	양끝 톱니형(볼록) (오목)	0.7850 0.6982

참고 문헌

1. Zinser Textilmaschinen GmbH, G. B., 2048967 A(1979).
2. Zinser Textilmaschinen GmbH, B. P., 1558942(1976).
3. Fredric F. Ehrich, "Handbook of Rotordynamics", pp.2.9-2.11, pp.2.15-2.16, McGraw-hill, Inc., 1992.
4. J. Luenenscloss, D. Pfeifle, and H. Rottmayr, Melliand Textilber., 52, s1237(1971).
5. J. Luenenscloss, D. Pfeifle, and H. Rottmayr, Melliand Textilber., 53, s739, 855, 952(1971).
6. G. Egbers and H. Rottmayr, Melliand Textilber., 54, s561(1973).
7. International Textile Bulletin(Spinning), p.486(1979).
8. P. Ehrler, A. Seidel, W. Joas, and K. Eckel, C.T.I, 25, s55(1975).
9. P. Ehrler, W. Helli, W. Joas, and J. Mavely, Textil Praxis Int., 34, s369(1979).
10. W. Igel, Textil Praxis Int., 34, s1093(1979).
11. E. Kleinhansl and E. Kirschner, Textil Praxis Int., 35, s30(1980).
12. Dr. Johannes Heidenhain GmbH, B. P., 1514768(1975).
13. E. Schenkel, U. S. P., 4023342(1975).
14. You Huh, Seung Ho Jang., Journal of the Korean Fiber Society, Vol. 32, No. 9 (1995).