

균열진전거동의 프랙탈 특성 평가에 관한 기초적 연구

구동희*, 권오현**

부경대학교 대학원*, 부경대학교 안전공학과**

1. 서 론

기계설비 및 구조물의 파괴는 대부분 예고 없이 일어나서, 인명이나 물질 재산에 많은 손해를 준다. 이러한 구조물의 파괴에 관여하는 재료파괴는 겉으로 보기에는 아주 간단하게 보이나 파괴가 일어나기까지 많은 원인과 과정이 있다. 한편, 각종 재해원인을 해석하고 그 구체적인 방지 대책을 수립하는 안전공학의 대상인 대부분의 기계 구조물 사고에는 그 원인, 과정 및 결과에서 파괴현상이 깊이 관여된다. 따라서 파괴 현상을 정량적으로 분석하는 것은 구조물의 안정성을 평가하는 데 매우 중요하다. 지금까지 파괴 기구를 정량적으로 나타내기 위한 많은 수법이 제시되어 유용히 활용되고 있으나, 파단면 및 균열면 형상의 성질은 본질적으로 유클리드 기하학을 만족하지 않음은 전혀 고려되지 않고 있는 실정이다. 1970년대 후반 Mandelbrot¹⁾가 처음으로 제안한 프랙탈 기하학은 여러 자연현상에 응용되기 시작했으며, 최근 들어 재료파괴현상에도 균열거동 및 파단면 양상에 대한 정량적 해석 기법으로 도입되기 시작했다. 90년대 이후 많은 프랙탈 연구가 균열 문제에 대하여 이루어지고 있으나 국내에서는 프랙탈 문제에 대하여 공학적 적용사례는 거의 찾아볼 수 없는 실정이다. 본 연구의 목적은 위와 같은 배경을 가지고 우수한 기계적 성질을 가진 구상흑연주철에 대한 보다 명확한 파괴 현상을 프랙탈 특성에 의하여 파악하기 위하여, 프랙탈차원에 대한 기초적 실험 수법을 확립한 후 균열면 성장경로 및 파단면 형상에 대한 프랙탈차원과 성장균열의 거동 및 균열파라미터와의 기초적 관계를 파악·검토하는데 그 목적이 있다.

2. 본 연구에 관련된 기본적 사항

2.1 프랙탈의 개념 및 특성

프랙탈(fractal)이라는 것은 Mandelbrot가 라틴어의 형용사 fractus에서 만든 조어로서 같은 모티브(기본형태 또는 아이디어 발상의 의미)를 축소 또는 확대를 계속하여 무한히 반복할 때 얻어지는 기하학적 도형이다.²⁾ 즉 모든 부분이 작게 되지만, 전체를 나타내는 특성을 지닌다. 자연 현상에는 유클리드 기하학에 나타나는 정연한 직선과 곡선만으로는 다양한 형태를 표현하는 데 충분치 않은 경우가 많다. Mandelbrot는 코호곡선(Koch Curve)과 같은 곡선군을 이용하여 지금까지는 불규칙하다고 밖에 표현할 수 없었던 형태에 도전하였다. 일반적으로는 모

든 사물에 특징적인 스케일이 존재하여 그 스케일에서만 사물의 특징을 나타내지만 코호곡선에서는 그 특징적인 스케일이 존재하지 않는 성질을 가진다. 프랙탈 거동의 분명한 특성은 자연에서 관찰되는 여러 성질들이 스케일의 변화에 대하여 불변이라는 것이다. 세부를 확대해 보아도 전체의 축소형이 나타나 전체의 형상과 구별이 되지 않는다. 또한 코호곡선과 같은 프랙탈 특성을 지닌 곡선은 연속적이지만 어느 곳에서도 미분되지 않는 성질을 지닌다. 즉, 어느 위치에서도 접선을 만들 수 없다. 따라서 정수 값으로만 프랙탈곡선을 표현할 수 없는 특성을 가진다. 이러한 프랙탈 특성은 최근 Mandelbrot가 파단면 특성을 얻기 위한 실험적 수법으로 프랙탈차원을 사용한 후 여러 분야에 응용이 되어 왔다.

2.2 프랙탈차원의 표현식

해안선 길이에 대한 Richardson의 측정³⁾ 결과에 의하며, 측정 길이가 측정 척도에 의존하며 자기상사성의 특성을 지님을 알 수 있다. Richardson은 측정치가 사용한 지도의 축척에 매우 의존하고 있음에 주의했다.

Richardson의 관계식은 Mandelbrot에 의하여 다음과 같이 주어진다.²⁾

$$L = L_0 \eta^{(1-D)} \quad (1)$$

여기서, L , L_0 는 각각 윤곽선 길이 및 상수로서 측정되는 불규칙한 실측길이와 측정되어지는 전체의 직선길이에 해당한다. 또한 η 는 측정단위척도이며 무차원 길이값을 가진다. D 는 프랙탈차원을 의미한다. 위에 나타난 프랙탈 식은 자연 상태의 모든 실측 길이가 어떠한 자로 측정되느냐에 따라 다른 값을 나타낼 수 있다는 것을 의미한다. 이 식을 여러 크기의 시편에 적용시켜 비교하기 위하여 측정된 파면의 길이와 파면의 직선 길이의 비로써 유사한 프랙탈 식으로 표현할 수 있다. 균열전파경로에 대하여 적용하면 프랙탈 균열 길이 a_f 는 다음과 같이 표현된다.

$$a_f = a_0^D r^{(1-D)} \quad (2)$$

여기서 $r = \eta \cdot a_0$ 이다.

2.3 프랙탈차원의 측정방법

본 논문에서 사용된 프랙탈차원의 측정방법은 Mandelbrot가 강의 파단면에 대한 프랙탈차원과 충격에너지와의 관계를 구하기 위하여 제시한 box-counting법²⁾을 이용하였다. 만일 불규칙 자기상사곡선을 가지는 프랙탈의 형상에 대하여 N 으로 전체 형상을 구성하기 위한 조건을 만족시키는 기준길이가 주어지면, 식(3)을 적용하여 얻어지는 D 가 프랙탈차원의 의미를 나타내며 $1 < D < 2$ 의 범위의 비정수값을 가지게 된다.

$$D = \log(N) / \log\left(\frac{1}{r}\right) \quad (3)$$

식(3)을 이용한 box-counting수법은

- ① 격자를 포함한 평면을 한 변 r 의 정방형 격자에 의해 이산화한다.
- ② 그 평면상에서 격자곡선이 포함되어져 있는 정방형의 갯수 $N(r)$ 을 측정한다.
- ③ 정방형의 한 변의 길이를 서서히 감소시켜 ①,②의 조작을 반복한다.

r 은 상사비의 의미를 가지며 프랙탈곡선형성 반복단계에서의 단위구간을 의미하며 측정척도로서의 격자간격에 대응한다. 따라서 Fig. 1에서 나타내는 것처럼 측정하고자 하는 균열곡선에 있어서 정방형의 격자를 형성하여 얻어지는 N 을 r 에 대하여 양대수좌표에서 얻어지는 곡선의 기울기를 구하면 된다.

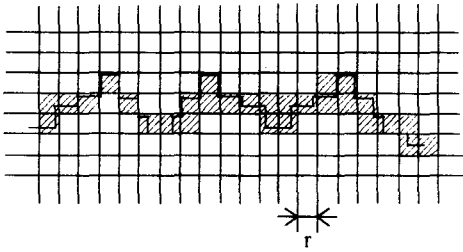


Fig. 1 Schematic illustration of box counting method for fractal dimension.

하여 단위 두께당 소산된 에너지를 W , W_f 라고 할 때, 프랙탈파괴에너지 G_{df} 와의 관계는 다음식으로 주어진다.

$$W_f = G_{df} \cdot a^D, \quad W = G_d \cdot a \quad (4)$$

식(4)를 a 에 대하여 미분하여 에너지해방율을 얻은 후 프랙탈균열길이를 a_f 로 하면

$$a_f = (G_d / G_{df} \cdot D)^{1/(D-1)} \quad (5)$$

및

$$\frac{G_d}{G_{df}} = a_f^{D(D-1)} \quad (6)$$

의 관계가 얻어진다.

3. 시험편 및 실험방법

본 실험에서 사용된 실험재료는 구상흑연주철 DC45이다. 실험에 사용한 시험편은 시험블록의 중앙부에서 웨브론노치가 삽입된 1/2" CT 시험편을 $a_0/W=0.45$ 로 기계가공·제작하였다(a_0 는 초기균열길이, W 는 시험편폭). 제작된 시험편은 900℃에서 1시간 야닐링한 후 ASTM E-24추장법에 따라 2~3mm의 피로예균열을 삽입하였다. 피로균열은 용량 10ton의 Instron 2490을 사용하여 정현파(half sine)의 하중제어에 의하여 실온·대기중에 행하였다. 균열길이는 스트로보스코우프와 이동식 현미경을 이용하여 정도 0.1mm로 측정하였다. 균열면 형상을 관찰하기 위하여 레프리카 수법을 이용하여 광학현미경으로 0.01mm의 정도로 측정하고 40배로 균열면을 촬영하였다. 이러한 균열면 형상사진을 트레이싱한 후 Box counting법으로 적용하기 위한 균열성장 길이구간을 10등분하였다. 각 구간에 대하여 r 은 측정척도로서 $3.98 \times 10 \mu\text{m} \sim 2 \times 10^2 \mu\text{m}$ 으로 취하여 격자를 형성

한 후 $N(r)$ 의 개수를 얻었다. 또 파단면에서의 프랙탈차원을 구하기 위하여 수직 단면법(VSM)을 이용하였다. 파단된 시험편을 균열면에 대하여 수직면으로 하여 휠 커터를 사용하여 초기균열길이부, 성장균열길이 15mm 및 25mm부의 3점에서 미세 절단한 후 그 절단된 면을 Photo. 1과 같이 경화수지를 사용하여 마운팅하였다. 수직절단면의 파면형상을 얻기 위하여서는 Versamet 3 광학현미경으로 50배의 파면을 촬영하였다. 얻어진 절단파면의 사진은 트레이싱한 후 Box counting 법을 적용하기 위하여 파면길이를 5등분하였다. 각 구간의 r 은 $4.15 \times 10 \mu\text{m} \sim 2 \times 10^2 \mu\text{m}$ 으로 취하여 격자를 형성한 후 $N(r)$ 의 개수를 얻었다.

4. 결과 및 고찰



Photo. 1 A photograph of mounted section fracture surface.

4.1 균열형상의 프랙탈 특성

Fig. 2는 각각 균열성장길이가 2.99mm가 되었을 때, 구간에서의 균열형상의 프랙탈 차원을 조사한 결과를 나타낸다. Fig. 2의 종축은 격자수 $N(r)$, 횡축은 측정척도 r 을 나타내며, 최소자승법으로 직선회귀하여 양대수좌표계에서 기울기를 구하였다. 균열이 성장함에 따라 어느 경우에도 거의 직선성

이 보존되어 식(3)이 성립됨을 알 수 있다. 따라서 구상흑연주철에서의 성장균열형상은 프랙탈 특성을 지님을 알 수 있다. 기울기에서 얻어지는 프랙탈차원 D 는 1.0396이다. Fig. 3은 균열진전에 따른 프랙탈차원의 변화를 나타낸 것이다. D 의 값은 평균1.0647이다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 구상흑연주철에서 균열이 성장하여 진전후 최후 파단면에 이르기 까지 프랙탈 특성을 보존하며, 프랙탈차원의 흠어짐은 프랙탈 본래의 성질로 여겨진다. 프랙탈차원은 파면 또는 균열윤곽형상이 복잡하면 할수록 커진다. 현재의 조사범위에 있어서는 균열진전에 따른 프랙탈차원의 변화는 그다지 크지 않다고 할 수 있으므로 자기상사 균열윤곽형상은 균열진전에 따라 거의 유사함을 알 수 있다.

4.2 파단면에 대한 프랙탈 특성

여기에서는 균열진전에 따라 일정성장균열길이에서 구한 수직파단면의 프랙탈 특성에 대하여 검토하였다. Fig. 4는 균열성장길이가 15mm일때의 파단면 프랙탈차원을 box-counting법으로 구한 결과로서 중심에 위치한 지점에서의 결과를 나타낸다. Fig. 4에서 알 수 있듯이 직선성을 나타내어 프랙탈 특성을 지님을 알 수 있다. 이 때 프랙탈차원의 값은 1.123을 얻었다. Fig. 5는 파단면의 각 위치에 있어서는 프랙탈차원을 나타낸 것이다. 프랙탈차원이 높은 것으로 나타나는 부분은 파면의 형상이 거칠 것으로 예상된다. 그러나 파면 중심에서의 프랙탈차원은 작은 변화만 나타내므로 파면의 형상 변화는 거의 일정할 것으로 여겨진다.

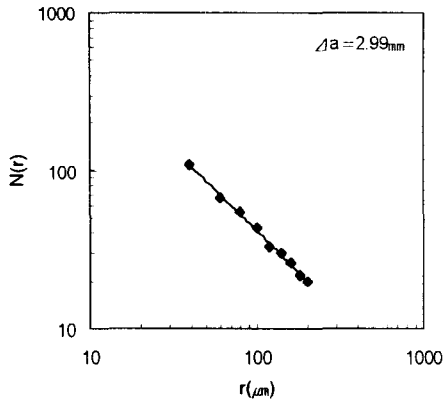


Fig. 2 Logarithmic fractal dimension through linear regression line for $\Delta a = 2.99\text{mm}$.

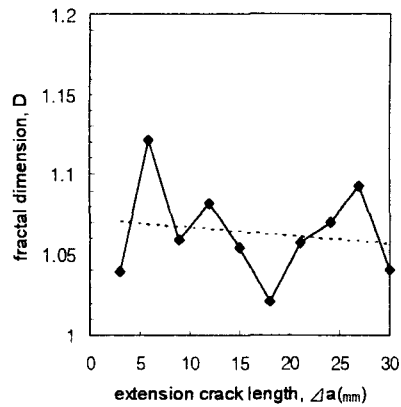


Fig. 3 Plot of fractal dimension D as a function of extension crack length.

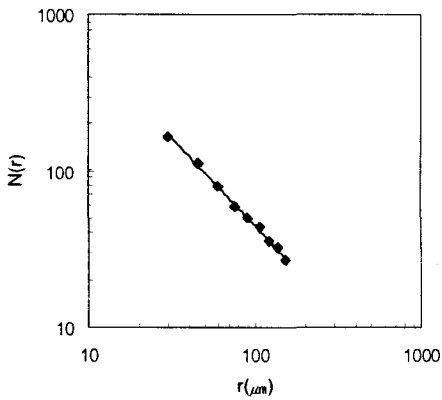


Fig. 4 Logarithmic fractal dimension through linear regression line for fractured surface ($\Delta a = 15.05\text{mm}$).

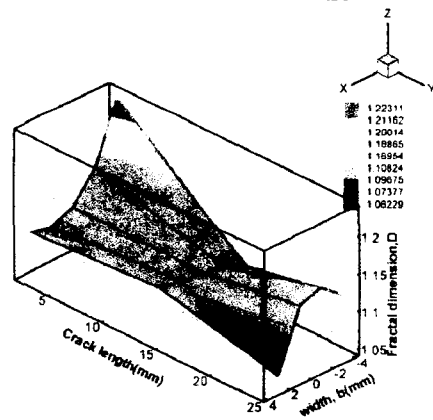


Fig. 5 The contour plot of fractal dimensions on the fractured surface.

4.3 프랙탈 균열진전거동평가

식(2)에 주어진 방법에 의거하여 계산되어진 프랙탈 균열성장길이 a_f 와 직선균열길이 a 와의 관계가 Fig. 6에 나타난다. Fig. 6에서 보여지는 것처럼 각 r 에 있어서 직선균열길이에 비하여 프랙탈균열길이 a_f 가 더 큰 값을 가지고 있다. a_f 와 a 의 편차는 r 의 값이 커질수록 감소하고 있으며 균열이 진전됨에 따라 r 의 영향이 커지고 있음을 알 수 있다. Fig. 7에 프랙탈차원과 프랙탈파괴에너지와의 관계를 나타낸다. 직선균열의 파괴에너지 G_d 에 대한 프랙탈파괴에너지의 비는 프랙탈차원에 따라 편차가 보이거나 증가하는 경향이 있음을 알 수 있다. 이는 보다 복잡한 균열면을 형성하기 위하여서는 보다 많은 에너지가 필요한 것과 연관이

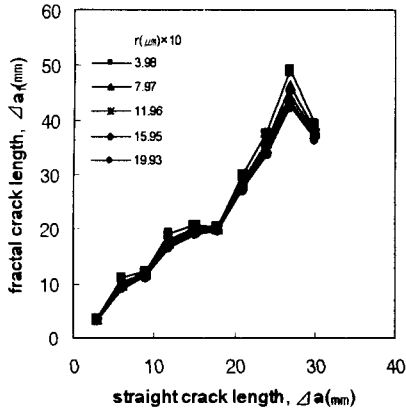


Fig. 6 Variation of fractal crack length for conventional straight crack length.

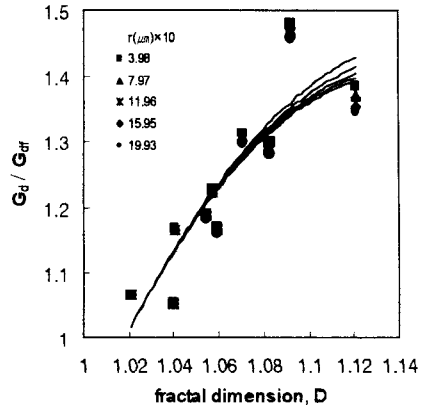


Fig. 7 Normalized fractal energy characteristics according to the fractal dimension.

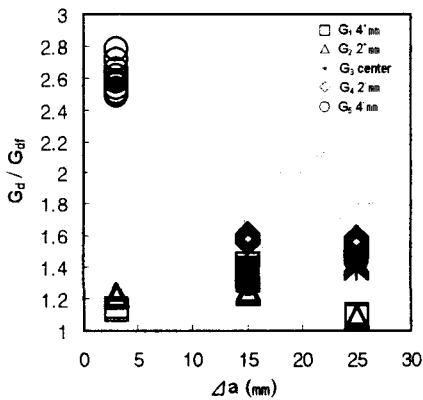


Fig. 8 The variation of fracture energy ratio.

있는 것처럼 여겨진다. 만일 프랙탈 차원이 1.06 정도의 복잡성을 가지는 프랙탈균열의 경우에는 직선균열에 비하여 약 20%의 에너지가 더 소요됨을 나타낸다. Fig. 8은 파단면의 각 부분에 있어서의 파괴에너지의 비의 변화를 나타낸다. 같은 조건에서 균열성장길이에 따라 프랙탈 파괴에너지비는 대부분의 경우 점점 상승하는 경향이 있는 것처럼 보인다. 따라서 균열의 프랙탈차원은 균열면 및 파단면 형성과 관련이 지어져 프랙탈균열의 파괴파라미터로서의 역할이 기대된다.

5. 결 론

구상흑연주철 DC45를 이용하여 성장균열면의 형상과 파단면의 프랙탈 특성을 box counting 수법과 VSM을 이용하여 관찰·검토하여, 프랙탈의 정의와 프랙탈 차원 측정수법 및 파괴파라미터와의 관계를 확립하였다. 균열면의 프랙탈차원은 box counting 수법에서 균열이 성장함에 따라 1.0206에서 1.0922사이에서 변화함을 나타내었다. 또 프랙탈균열파괴파라미터에 대한 프랙탈차원의 정량적 평가가 가능함을 제시하였다.

참 고 문 헌

생략.