

전달오차에 의한 기어 구동계의 비선형응답 특성에 관한 연구

신 용 호
평택공과대학 기계과

1. 서론

최근 산업이 발달함에 따라 기계회전계는 고속화, 정밀화 그리고 고부하에 따른 성능 향상과 내구성이 요구되고 있으며 기어 구동계는 강성, 효율향상, 저진동, 저소음 기어의 개발이 요구되고 있다. 그러나 기어는 제작오차, 조립오차, 치의 변형, 마모등으로 인하여 전달오차가 발생하게된다.

전달오차는 운동과 힘을 불완전하게 전달하여 기어구동계의 불연속적인 운동으로 인한 진동과 소음을 발생시켜 기계계의 성능을 저하시킨다. 이와 같은 기어구동계의 진동, 소음에 관하여 최근 연구자들이 많은 연구를 수행하였다.

Errichello⁽¹⁾는 전달오차를 완전한 기어와 실제기어 사이의 변위차로서 정의하였으며, Cornell⁽²⁾은 기어치의 하중위치에 따른 강성변화에 대하여 연구하였다. Cai와 Hayashi⁽³⁾는 기어의 치형오차에 의한 기어구동계에 미치는 영향을 연구하였으며, Tobe⁽⁴⁾, Benton⁽⁵⁾은 치의 강성이 기어구동계에 미치는 영향을 연구하였다.

본 연구에서는 기어구동계의 전달오차에 의한 비선형응답 특성을 연구하기 위해 전달오차를 고려한 운동방정식을 유도하고, 수치해석하여 비선형응답 특성인 물림주파수와 고차조화주파수성분을 분석하였다. 또한, 실제 기어 구동계를 설계, 제작하여 실제응답을 측정 분석하고 이론결과와 비교, 검토하였다.

2. 전달오차

2.1 전달오차

기어에 의해 전달되는 전체하중 중 한쌍의 기어에 전달하는 하중은 기어 쌍의 전체 컴플라이언스(Compliance)와 제작오차에 의해서 결정된다.

맞물려 회전하는 기어의 전체 컴플라이언스를 구하기 위하여 Fig. 1과 같이 치를 외팔보로 가정하였으며, 전체 컴플라이언스는 굽힘과 전단에 의한 외팔보 변형, 지지되는 부분의 유연성에 의해 치의 강체 회전, 접촉으로 인한 변형의 3가

지 요소에 의해 영향을 받는다고 가정하여 식(1)로 부터 Fig. 2와 같이 치의 컴플라이언스를 구하였다.

$$Q_j = Q_{bj} + Q_{fj} + Q_h \quad (1)$$

식(1)에서 구한 컴플라이언스는 피치점을 중심으로 접근각과 퇴거각의 접촉범위를 각각 20개의 접촉점으로 나누어서 나타내었다.

접촉점의 표시는 피치점을 0으로 하고 접촉점이 피치점 밖으로 움직일 때 +로, 피치점 안으로 움직일 때 -로 각각 나타내었다.

하중은 평치차의 경우 기어 치폭을 따라 일정하게 분포되어 있다고 가정한다. 물림률이 1과 2사이의 기어 쌍에서 2쌍의 기어가 접촉한다고 가정하면 하중분포와 전체 전달오차를 결정하기 위해서 식(2)의 연립방정식의 해를 구해야 한다.

$$\begin{aligned} Q_j^0 W_j^0 + E_{ij} &= E_{bj}^0 \\ Q_j^1 W_j^1 + E_{ij} &= E_{bj}^1 + E_{s0,1} \\ W_j^0 + W_j^1 &= W_n \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 W_n 은 전체수직하중, W_j 는 치형상에 작용하는 수직하중, E_i 는 전달오차, E_b 는 접촉점에서 치형수정, $E_{s0,1}$ 은 피치오차, Q 는 접촉점에서의 컴플라이언스이다. 아래 첨자 j 는 치형의 접촉점, 위 첨자 0, 1은 앞에 접촉하는 기어와 나중에 접촉하는 기어를 각각 나타낸다.

Fig. 3, Fig. 4는 식(2)로 부터 구한 기어구동계의 전달오차와 하중분포를 각각 나타낸것이다.

2.2 평치차모델의 운동방정식

Fig. 5는 전달오차를 고려한 기어구동계 1자유도 모델이다. 기어물림은 탄성력 K 와 점성감쇠 C 로 표현되고 정적전달오차에 의한 고차조화주파수 성분은 내부가진의 원인이 된다. 물림율에 의한 시변 물림강성과 전달오차는 주기성을 가지므로 Fourier series 형태로 표현될수 있다. Fig. 5에서 구한 기어구동계의 비선형 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_{eq} \ddot{P}(t) + C\dot{P}(t) + K(t)P(t) = F_m - M_{eq} \ddot{e}(t) \quad (3)$$

$$P(t) = x(t) - e(t) \quad (4), \quad x(t) = \frac{d_1}{2} \theta_1(t) - \frac{d_2}{2} \theta_2(t) \quad (5)$$

$$M_{eq} = 1 / \left(\frac{d_1^2}{4I_1} + \frac{d_2^2}{4I_2} \right) \quad (6), \quad F_m = 2T_1/d_1 = 2T_2/d_2 \quad (7)$$

$$C_h = 2M_{eq}\omega_n\zeta \quad (8)$$

여기서 $\ddot{e}(t)$ 는 정적 전달오차, $x(t)$ 는 동적 전달오차이다. F_m 은 정적 토크값으로 구동력의 변화가 없다고 가정한다. 감쇠력 역시 물림울에 의한 시변성을 가질 수 있으나 감쇠력이 작다고 가정하여 점성감쇠로 본다.

3. 수치해석

식(3)에서 전달오차에 의한 기어구동계의 동적응답을 구하기 위해 정적 평균력을 무시하고 전달오차의 영향만을 고려하면 식(9)를 얻을 수 있다.

$$M_{eq} \ddot{P}(t) + C\dot{P}(t) + K(t)P(t) = -M_{eq}\ddot{e}(t) \quad (9)$$

강성값 변화와 Table 1의 설계변수를 이용하여 4차 Runge kutta법을 사용하여 수치해석을 수행하였다.

Fig. 6은 회전수를 200~800RPM까지 변화시키면서 주파수분석한 것으로 물림주파수와 물림주파수의 2배, 3배성분인 고차조화주파수 성분이 나타남을 알 수 있다. 또한 회전수 증가에 따라 물림주파수와 고차조화주파수 성분이 증가함을 알 수 있다.

4. 기어구동계의 실험방법 및 고찰

기어구동계의 비선형응답 특성을 알아보기 위하여 Fig. 7과 같은 실험장치를 설계 제작하여 부하변화와 회전수변화에 따른 응답 특성을 측정하였다.

동력은 0.7 kW, 1500 RPM의 DC 모터로 200 RPM에서 800 RPM까지 구동시켰으며, 1 : 2 풀리와 V벨트를 사용하여 구동부 기어에 동력을 전달하였다. 부하는 종동부의 끝부분에 파우더 클러치를 설치하여 조절하였으며, 부하의 크기는 파우더 클러치의 종동축에 부착한 토션바에 의해 측정하였다.

진동의 측정은 종동부 기어의 치에 수직하게 설치된 마그네틱픽업과 종동부 기어 부근에 설치된 가속도계를 이용하여 기어구동계의 비선형응답 특성을 측정하였다. 측정신호는 A/D 변환기를 거쳐 파워스펙트럼을 계산하고 회전수는 종

동부 기어측의 마그네틱픽업의 신호를 이용하여 계산하였다.

Fig. 8은 종동부의 회전수를 200 RPM에서 800 RPM까지 변화시키면서 측정된 결과이다. 실험에서도 물림주파수와 고차조화주파수성분이 나타나며, 회전수가 증가할수록 물림주파수와 고차조화주파수성분의 크기가 커짐을 알 수 있다.

5. 결 론

기어구동계의 전달오차에 의한 비선형 응답 특성을 연구하기 위하여 부하 변화와 회전수 변화에 따른 진동특성을 수치해석과 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 전달오차에 의한 기어구동계의 비선형특성으로 물림주파수와 물림주파수의 2배, 3배 성분인 고차조화주파수가 나타남을 알 수 있었으며, 기어구동계의 비선형특성인 물림주파수와 고차조화주파수는 회전수가 증가할수록 크기가 증가함을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Errichelo, R., 1979, "State of the Art Review:Gear Dynamics." ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 101, No. 3, pp. 368-372.
- (2) Cornell, R. W., 1981, "Compliance and Stress Sensitivity of Spur Gear Teeth," Journal of Mechanical Design, Vol. 103, pp. 447-459.
- (3) Cai,Y. and Hayashi,T., 1992, "The Optimum Modification of Tooth Profile for a Pair of Spur Gears to make its Rotational Vibration Equal Zero," ASME International Power Transmission and Gearing Conference, Vol.2, pp. 453-460.
- (4) Tobe,T. and Sato,K., 1977, "Statical of Dynamics Loads on Spur Gear Teeth," JSME, Vol.20, pp.882-889.
- (5) Benton,M. and Seireg,A., 1981, "Factors Influencing Instability and Resonances in Geared Systems," Trans. of ASME, Vol.102, pp.372-378.

Table. 1 The design parameters of gear and pinion

	Radius of pitch circle	Module	Pressure angle	Number of tooth	Tooth width	Damping ratio	Input torque
Gear	60	2.5	20	48	10	0.0082	5000Nm
Pinion	40			32			

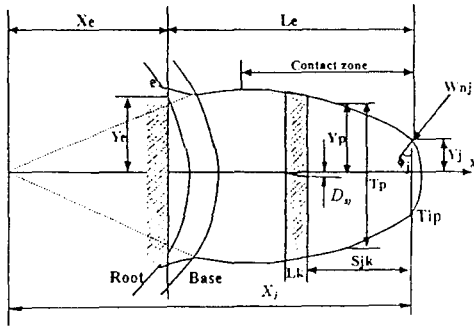


Fig. 1 Tooth modeling for compliance calculation

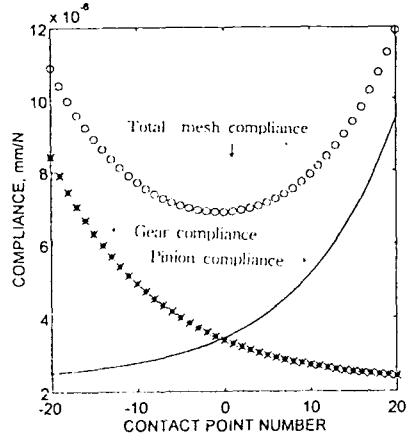


Fig. 2 Mesh compliance of gears

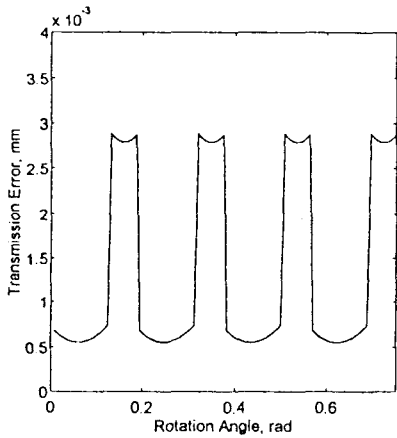


Fig. 3 Transmission error of spur gear

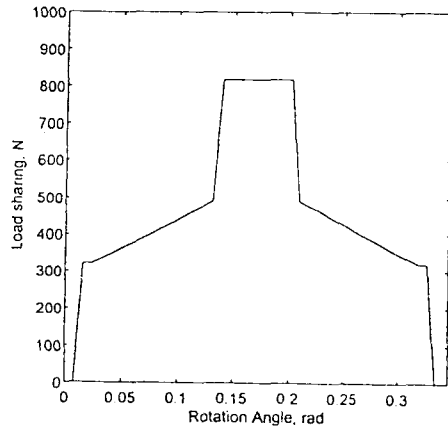


Fig. 4 Load sharing of spur gear

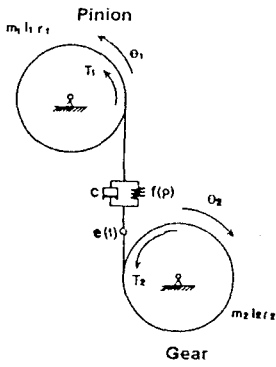


Fig. 5 Nonlinear model of meshing gear

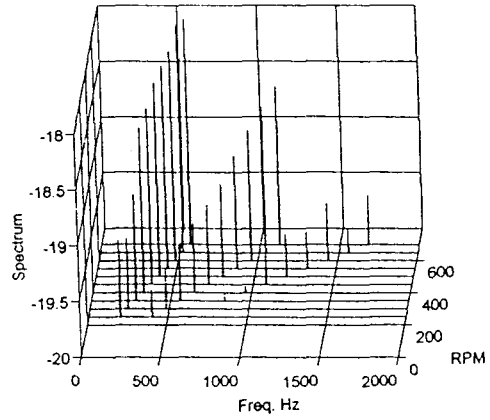
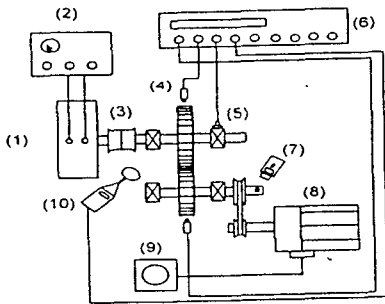


Fig. 6 Dynamic response of spur gear(Numerical)



- (1) Powder Clutch, Torsion bar
- (2) Powder Clutch Controller
- (3) Flexible Coupling
- (4) Magnetic Pick-up
- (5) Accelerometer
- (6) Tape Recorder
- (7) Hand Tachometer
- (8) DC Motor
- (9) DC Motor Controller
- (10) Microphone

Fig. 7 Schematic diagram of experimental apparatus

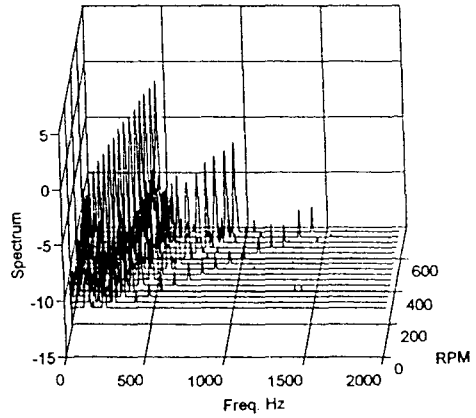


Fig. 8 Dynamic response of spur gear(Experimental)